

LIVRE DES RÉSUMÉS



SMAI 2021 10ème BIENNALE

des mathématiques appliquées
et industrielles



CONFÉRENCES PLÉNIÈRES

Francis BACH

Simon MASNOU

Vincent CALVEZ

Jean-Marie MIREBEAU

Isabelle GALLAGHER

Anne PHILIPPE

Arnaud GUILLIN

Amandine VEBER

Aline LEFEBVRE-LEPOT

MINI-SYMPOSIA
COMMUNICATIONS
POSTERS

Organisé par la SMAI
et l'Institut de Mathématiques de Toulouse

<http://smai.emath.fr/smai2021>

smai2021@smai.emath.fr



Table des matières

Présentation

1

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4
Informations pratiques	5

Programme détaillé

7

Lundi 21 Juin 2021	8
Mardi 22 Juin 2021	10
Mercredi 23 Juin 2021	14
Jeudi 24 Juin 2021	16
Vendredi 25 Juin 2021	20

Conférences Plénières

21

Conférence plénière 1 : Francis Bach Finding Global Minima via Kernel Approximations	22
Conférence plénière 2 : Vincent Calvez Propagation d'ondes à différentes échelles (en biologie)	23
Conférence plénière 3 : Isabelle Gallagher Sur la dérivation de l'équation de Boltzmann à partir d'un système de particules	24
Conférence plénière 4 : Arnaud Guillin Quand Lyapunov rencontre Poincaré et (log-)Sobolev	25
Conférence plénière 5 : Aline Lefebvre-Lepot Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.	26

Conférence plénière 6 : Simon Masnou	
Approximation de flots géométriques d'interfaces : des méthodes de champ de phase aux réseaux de neurones	27
Conférence plénière 7 : Jean-Marie Mirebeau	
Discrétisation d'EDPs anisotropes sur grille cartésienne	28
Conférence plénière 8 : Anne Philippe	
Quelques résultats sur les processus à longue mémoire	29
Conférence plénière 9 : Amandine Véber	
Evolution génétique d'une population ayant une structure spatiale	30

Minisymposia

31

Minisymposium 1 : Calculus of Variations and Applications	32
MS.1.1 Mathilde Boissier	
Optimisation de trajectoire laser en fabrication additive	33
MS.1.2 Camille Labourie	
Un problème à discontinuité libre issu de l'isolation thermique	34
MS.1.3 Antonin Monteil	
Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène	35
MS.1.4 Clément Sarrazin	
Lagrangian critical points in optimal quantization problems.	36
Minisymposium 2 : Conditions aux limites numériques : analyse et méthodes	37
MS.2.1 Xavier Antoine	
A fast second-order discretization scheme for the linearized Green-Naghdi system with absorbing boundary conditions	38
MS.2.2 Antoine Benoit	
Stability of hyperbolic boundary value problem approximations in an interval	39
MS.2.3 Maryna Kachanovska	
Transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees	40
MS.2.4 Khawla Msheik	
4-Equations Model for Thin Liquid Films	41
Minisymposium 3 : Contrôle, observation et stabilisation	42
MS.3.1 Pauline Bernard	
Extension d'immersions injectives pour la synthèse d'observateurs	43
MS.3.2 Lucas Brivadis	
Observateurs de Luenberger en dimension infinie : application à un processus de cristallisation	44
MS.3.3 Laetitia Giraldi	
Sur le contrôle de micro-nageurs à flagelles	45
MS.3.4 Pierre Lissy	
Un résultat de contrôlabilité interne pour une classe de systèmes d'ondes couplées	46
MS.3.5 Dario Prandi	
Taux de décroissance exponentielle pour flots gradients dégénérés soumis à une condition d'excitation persistente	47
Minisymposium 4 : Sur le problème de Schrödinger et la régularisation entropique	48
MS.4.1 Aymeric Baradat	
Minimisation entropique par rapport au mouvement Brownien branchant	49
MS.4.2 Gauthier Clerc	
Convergence en temps long des interpolations entropiques.	50
MS.4.3 Giovanni Conforti	
Équation de Hamilton Jacobi pour le problème de Schroedinger	51
MS.4.4 Katharina Eichinger	
Régularisation entropique des barycentres dans l'espace de Wasserstein	52

Minisymposium 5 : Transport optimal pour l'inférence statistique	53
MS.5.1 Claire Bréchet	
Approximation de données par une union d'ellipsoïdes et partitionnement.	54
MS.5.2 Paul Freulon	
Algorithme stochastique pour le transport optimal et application à des données médicales . . .	55
MS.5.3 Thibault Sejourne	
Extensions du transport optimal : divergence de Sinkhorn et Gromov-Wasserstein "unbalanced"	56
MS.5.4 Jonathan Vacher	
Interpolation de Textures pour l'Étude de la Vision	57
Minisymposium 6 : Analyse de formes pour l'imagerie biomédicale	58
MS.6.1 Pierre-Louis Antonsanti	
Partial Matching in the Space of Varifolds	59
MS.6.2 Benjamin Charlier	
KeOps : Fast geometric methods with symbolic matrices	60
MS.6.3 Leander Lacroix	
IMODAL : une bibliothèque de modèle de déformation diffeomorphique modulaire	61
MS.6.4 Alice Le Brigant	
Classifying histograms of medical data using information geometry of beta distributions	62
Minisymposium 7 : Optimization over measures and positive polynomials	63
MS.7.1 Ulysse Marteau-Ferey	
Sum of squares with Reproducing Kernel Hilbert Spaces, a path to global optimisation of regular functions	64
MS.7.2 Philippe Moustrou	
Symmetry reduction in AM/GM-based optimization	65
MS.7.3 Corbinian Schlosser	
Sparse moment-sum-of-squares relaxations for nonlinear dynamical systems with guaranteed convergence	66
Minisymposium 8 : Méthodes mathématiques pour l'oncologie	67
MS.8.1 Emma Leschiera	
Mathematical modelling of the CD8+ T cell immune response to heterogeneous tumours . . .	68
MS.8.2 Hugo Martin	
Glioblastoma cell variability and circadian rhythms control temozolomide efficacy : from cellular pharmacokinetics-pharmacodynamics to heterogeneous cancer cell population models	69
MS.8.3 Mathieu Mezache	
Pancreatic cancer growth model coupled with neuronal axons.	70
MS.8.4 Alexandre Poulain	
Relaxation of the Cahn-Hilliard model for the modelling of solid tumors and its numerical simulation	71
Minisymposium 9 : Modèles et schémas numériques pour les écoulements multi-constituants compressibles	72
MS.9.1 Paola Allegrini	
Un schéma numérique préservant l'asymptotique bas Mach pour les équations d'Euler	73
MS.9.2 Philippe Helluy	
Kinetic schemes for compressible flows with phase transition	74
MS.9.3 Marica Pelanti	
A two-phase numerical model for liquid-vapor flows with arbitrary heat and mass transfer relaxation times	75
MS.9.4 Khaled Saleh	
Approximation à la Suliciu pour un modèle multiphasique hyperbolique	76
Minisymposium 10 : Méthodes numériques pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach	77
MS.10.1 Elena Gaburro	
A simple diffuse interface approach for compressible flows around moving solids of arbitrary shape	78
MS.10.2 Thomas Galié	
Extension of a Roe type scheme with low Mach correction to the HRM two-phase flow model	79
MS.10.3 Nicolas Grenier	
Schéma faible Mach à interface raide pour les écoulements diphasiques dilatables	80
MS.10.4 Michael Ndjinga	
A class of conservative L2-stable schemes for the compressible Euler equations on staggered grids	81

MS.10.5	Vincent Perrier	
	Une méthode de filtrage pour les écoulements à faible nombre de Mach	82
Minisymposium 11 : Comportement en temps long pour les processus tués		
MS.11.1	Bertrand Cloez	
	Convergence vers la distribution quasi-stationnaire	84
MS.11.2	Lucas Journal	
	Convergence uniforme d'un système de particules en interaction pour l'approximation de la mesure quasi-stationnaire d'une diffusion dans un cas compact avec mort douce	85
MS.11.3	Boris Nectoux	
	Quasi-stationary distributions for strongly Feller processes and application to hypoelliptic Hamiltonian systems	86
MS.11.4	Julien Reygner	
	Distribution quasi-stationnaire pour les processus de Langevin	87
Minisymposium 12 : Julia, un langage pour les mathématiciens.		
MS.12.1	Olivier Garet	
	Julia pour les mathématiques : une introduction	89
MS.12.2	Mickael Bestard	
	Simulation numérique avec Julia	90
MS.12.3	Oskar Laverny	
	Julia, l'unique solution d'un problème d'optimisation	91
MS.12.4	Pierre Navaro	
	Equations différentielles avec Julia	92
Minisymposium 13 : Mathematical modelling of thermonuclear fusion plasmas		
MS.13.1	Yanick Sarazin	
	Physical challenges and numerical issues in controlled fusion plasmas	94
MS.13.2	Jean Dolbeault	
	Large time asymptotics for evolution equations with mean field couplings	95
MS.13.3	Michel Mehrenberger	
	Méthode semi-Lagrangienne pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov : le cas de l'interpolation d'Hermite	96
Minisymposium 14 : Méthode des moments pour la résolution numérique d'EDP		
MS.14.1	Katia Ait Ameer	
	Méthodes numériques d'ordre élevé pour les modèles aux moments	98
MS.14.2	Alejandro Alvarez Laguna	
	A Grad closure for low-temperature plasmas : derivation of the equations, numerical methods and validation with experiments	99
MS.14.3	Frédérique Laurent-Negre	
	Hyperbolic Quadrature Method of Moments for the one-dimensional kinetic equation	100
MS.14.4	Gael Poette	
	Construction de modèles réduits pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes de lois de conservation hyperboliques par méthodes aux moments	101
Minisymposium 15 : Traitement, analyse et synthèse d'images.		
MS.15.1	Mireille El Gheche	
	Joint Graph-based Depth Refinement and Normal Estimation	103
MS.15.2	Arthur Leclaire	
	Complétion d'images de textures	104
MS.15.3	Lara Raad Cisa	
	Image colorization by semantic-based adversarial models	105
MS.15.4	Arthur Renaudeau	
	Correction des défauts dans les films par inpainting vidéo : reconstructions alternées des structures et textures	106
Minisymposium 16 : Systèmes de particules en champ moyen : comportements asymptotiques et applications		
MS.16.1	Pierre Monmarché	
	Métastabilité pour un système de neurones en interaction	108
MS.16.2	Pierre Le Bris	
	Contraction rates for the Vlasov-Fokker-Planck equation and uniform in time propagation of chaos through coupling	109

MS.16.3	Angeliki Menegaki	Quantitative Rates of Convergence to Non-Equilibrium Steady States for the Chain of Oscillators.	110
MS.16.4	Milica Tomasevic	Quantitative particle approximation of nonlinear Fokker-Planck equations with singular kernel	111
Minisymposium 17 : Modélisation et simulation des phénomènes électromagnétiques en milieux complexes			112
MS.17.1	Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia	Equations de Maxwell en présence d'une pointe conique de matériau négatif	113
MS.17.2	Ronan Cranny	Conception d'un Schéma Différences Finies Spectrales (d'ordre spatial élevé) pour résoudre les Équations de Maxwell dans le Domaine Temporel pour des Applications CEM	114
MS.17.3	Bruno Despres	Nouvelles conditions de coins pour les algorithmes de décomposition de domaine en régime harmonique	115
MS.17.4	Justine Labat	Décomposition de domaine sur des formulations intégrales surfaciques en électromagnétisme	116
MS.17.5	Zois Moitier	Plasmonic Resonances and their Effect on Scattering	117
MS.17.6	Margot Sirdey	Méthode de type Trefftz pour la simulation 3D d'ondes électromagnétiques	118
Minisymposium 18 : Modèles structurés de dynamiques épidémiques et contrôle			119
MS.18.1	Emma Hubert	Epidemic control through incentives, lockdown, and testing : the government's point of view	120
MS.18.2	Amaury Lambert	Large population limit for a wide class of individual-based epidemic models	121
MS.18.3	Mircea T. Sofonea	Suivi épidémiologique et contrôle en début d'épidémie : applications d'une modélisation en temps discret de la dynamique hospitalière de COVID-19 en France	122
Minisymposium 19 : Tests et traçage des contacts pour une surveillance épidémique efficace			123
MS.19.1	Marianne Akian	Probabilistic, mean-field and transport PDE models of Covid-19 epidemics, with variable contact rates and user mobility	124
MS.19.2	Vincent Brault	Utilisation du pooling pour les tests RT-qPCR	125
MS.19.3	Thi Phuong Thuy Vo	Exploration d'un graphe aléatoire par des méthodes Respondent-Driven Sampling	126
Sessions parallèles			127
Session parallèle 1 : Mathématiques et Biologie 1			128
SP.1.1	Julien Martinelli	Identification de régulateurs systémiques de l'horloge périphérique circadienne par apprentissage de modèles	128
SP.1.2	Pierre Mollo	Simulation d'écoulement de liquide cérébrospinal avec la méthode des bases réduites	129
SP.1.3	Stéphanie Salmon	Un modèle homogénéisé pour la tomographie optique chez le nouveau-né	130
SP.1.4	Benjamin Sulis	Un modèle instationnaire pour l'électroencéphalographie en vue de la compréhension du couplage neuro-vasculaire	131
Session parallèle 2 : Méthodes numériques 1			132
SP.2.1	Matthieu Aussal	Castor, un environnement C++ pour le calcul matriciel	132

SP.2.2 :	Thomas Bellotti	Fully adaptive lattice Boltzmann methods with error control based on multiresolution analysis	133
SP.2.3 :	Rutger Biezemans	Multi-scale finite element methods for advection-diffusion problems	134
SP.2.4 :	Helene Bloch	A multigrid solver for the M1 model for radiative transfer	135
SP.2.5 :	Guillaume Bonnet	Un schéma aux différences finies linéaire pour approcher la distance de Randers sur une grille cartésienne	136
SP.2.6 :	François Desquilbet	Fast marching method for the 3D eikonal equation in elastic media with general anisotropy	137
Session parallèle 3 : Contrôle 1			138
SP.3.1 :	Pierre-Cyril Aubin-Frankowski	Noyau reproduisant LQ et espaces de trajectoires contrôlées en contrôle optimal Linéaire-Quadratique (à contraintes d'état)	138
SP.3.2 :	Arthur Bottois	Approximation de contrôles exacts pour une équation des ondes semi-linéaire	139
SP.3.3 :	Mathias Dus	The discretized backstepping : the example of a system of two linear balance laws	140
SP.3.4 :	Guillaume Mestdagh	Appariement de surfaces par contrôle optimal en chirurgie augmentée	141
SP.3.5 :	Arnaud Munch	Modeling and optimizing a road de-icing device by a nonlinear heating	142
SP.3.6 :	Abdennebi Omrane	Contrôle optimal pour un problème d'advection-diffusion à données manquantes	143
Session parallèle 4 : EDP et Calcul des Variations 1			144
SP.4.1 :	Grégoire Barrué	The Stochastic Zakharov system in dimension 1	144
SP.4.2 :	Quentin Chauleur	Equation de Schrödinger-Langevin logarithmique et mécanique des fluides quantique	145
SP.4.3 :	Corentin Kilque	Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires	146
SP.4.4 :	Sebastien Kolb	Analyse non-linéaire de la dynamique du vol d'avions à réaction civils	147
SP.4.5 :	Alexandre Thorel	Sur un problème d'évolution généralisé	148
Session parallèle 5 : Méthodes Volumes Finis			149
SP.5.1 :	Alessia Del Grosso	On second-order well-balanced Lagrange-projection schemes for shallow water Exner equations	149
SP.5.2 :	Ali Haidar	A posteriori Finite-Volume subcell local correction of high-order discontinuous Galerkin formulations for the nonlinear shallow-water equations	150
SP.5.3 :	Arthur Loison	Two-phase separated and disperse flow : towards a two-scale diffuse interface models with geometrical variables	151
SP.5.4 :	Moussa Ziggaf	The extension of the FVC scheme for two dimensional shallow water flows on an unstructured triangular meshes	152
SP.5.5 :	Franco Zivcovich	BAMPHI : matrix and transpose-free algorithm for computing the action of combinations of φ -functions in exponential integrators	153
Session parallèle 6 : Mathématiques et Biologie 2			154
SP.6.1 :	Samar Allouch	Mathematical analysis of an adhesive point submitted to an external force of bounded variation	154
SP.6.2 :	Giorgia Ciavolella	Reaction-diffusion problems with membrane conditions	155
SP.6.3 :	Noemi David	On the incompressible limit for a tumour growth model incorporating convective effects	156

SP.6.4 : Mete Demircigil	
Ondes aérotactiques dans Dictyostelium discoideum : Quand les gradients auto-générés fréquentent l'expansion par division cellulaire.	157
Session parallèle 7 : Ondes et Problèmes inverses 1	158
SP.7.1 : Pierre Amenoagbadji	
Ondes en milieux quasi-périodiques, le cas unidimensionnel dissipatif : Etude et résolution numérique	158
SP.7.2 : Samuel Gaucher	
Analyse FDTD large bande de structures périodiques	159
SP.7.3 : Laure Giovangigli	
Propagation d'ondes dans un milieu périodique unidimensionnel aléatoirement perturbé	160
SP.7.4 : Jeremy Heleine	
Design d'un convertisseur modal en utilisant des ligaments fins résonants	161
Session parallèle 8 : Optimisation et Théorie des jeux 1	162
SP.8.1 : Bohdan Bulanyi	
Regularity for optimal compliance problems with length penalization	162
SP.8.2 : Marouan Handa	
An SDP relaxation of an optimal power flow problem for distribution network	163
SP.8.3 : Lalaina Rakotondrainibe	
Optimisation topologique couplée d'une structure mécanique et de ses liaisons vissées	164
SP.8.4 : Rémi Robin	
Quelques problèmes d'optimisation sur les bobines de stellarators	165
Session parallèle 9 : Mécanique des fluides	166
SP.9.1 : Philippe Angot	
Sur la solvabilité globale en temps du problème couplé de Navier-Stokes/Darcy	166
SP.9.2 : Mohamed Ali Debyaoui	
Contribution à la modélisation mathématique et numérique pour des modèles d'écoulement non-linéaires dispersifs en eaux peu profondes	167
SP.9.3 : Yoann Le Calvez	
Thermodynamiques Non-Idéales et Fluides avec Interfaces Diffuses	168
SP.9.4 : Tien-Tai Nguyen	
Spectrum of the incompressible viscous Rayleigh-Taylor system	169
Session parallèle 10 : Plasmas	170
SP.10.1 : Saliha Boukassa	
Weak and Strong Solution for a Magnetohydrodynamic Problem	170
SP.10.2 : Clément Guillet	
Sparse grid approach to accelerate the Particle-In-Cell method	171
SP.10.3 : Louis Reboul	
Simulations multi-fluides d'instabilités et de gaines au sein de plasmas froids magnétisés : méthodes numériques avancées et comparaisons avec les méthodes PIC	172
SP.10.4 : Alexandre Rege	
Propagation of moments for the magnetized Vlasov-Poisson system	173
Session parallèle 11 : Mathématiques et Biologie 3	174
SP.11.1 : Dylan Dronnier	
Stratégies d'immunisation ciblée	174
SP.11.2 : Jorge Estrada	
La technique des insectes stériles utilisée comme barrière contre réinfestation	175
SP.11.3 : Alexis Leculier	
Analysis of two "Rolling carpet" strategies to eradicate an invasive species	176
SP.11.4 : Nicolas Torres	
An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks	177
Session parallèle 12 : Flots géométriques / Statistiques	178
SP.12.1 : Mohamed Raed Blel	
Influence of sampling on the convergence rates of greedy algorithms for parameter-dependent random variables	178
SP.12.2 : Rémi Laumont	
Approche bayésienne pour la restauration d'images utilisant des a-prioris Plug & Play : quand Langevin rencontre Tweedie	179

SP.12.3 : Chih-Kang Huang	
Approximation du flot de courbure moyenne avec auto-évitement	180
SP.12.4 : Arnaud Sengers	
Méthodes de champ de phase pour le mouvement par diffusion de surface avec application au mouillage	181
SP.12.5 : Garry Terii	
Mouvement par courbure moyenne et apprentissage profond	182
Session parallèle 13 : Optimisation et Théorie des jeux 2	183
SP.13.1 : Didier Aussel	
Bilevel optimisation in energy transition : the example of Demand-Side Management and Industrial eco-park	183
SP.13.2 : Thanh Cong Lai Nguyen	
Multi-Leader-Follower game approach for a two period game	184
SP.13.3 : Pierre Lavigne	
Discrete and Potential mean field games	185
SP.13.4 : Antoine Piguet	
Optimisation à court-terme de la production hydroélectrique du Rhône en univers probabiliste	186
Session parallèle 14 : Mécanique des fluides numérique 1	187
SP.14.1 : Nelly Boulos Al Makary	
Analyse d'un modèle de type Saint Venant à deux vitesses	187
SP.14.2 : Jean Bussac	
Simulation of an Homogeneous Relaxation Model for a three-phase mixture	188
SP.14.3 : Agnes Chan	
Innovative numerical schemes for 2D supersonic aerodynamics on hybrid mesh	189
SP.14.4 : Alice Masset	
Un schéma numérique "fully well-balanced" pour les équations de Saint-Venant avec force de Coriolis.	190
Session parallèle 15 : Homogénéisation	191
SP.15.1 : Nicolas Clozeau	
Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields	191
SP.15.2 : Rémi Goudey	
Un problème d'homogénéisation périodique en présence de défauts	192
SP.15.3 : Jules Pertinand	
Une approche par point fixe pour les formules de Clausius-Mossotti	193
SP.15.4 : Sylvain Wolf	
Homogenization of the Poisson equation and Stokes system in some non periodically perforated domains	194
Session parallèle 16 : Méthodes numériques 2	195
SP.16.1 : Maria El Ghaoui	
A Trefftz method with reconstruction of the normal derivative applied to elliptic equations	195
SP.16.2 : Olga Gorynina	
Adaptive parareal algorithms for molecular dynamics problems	196
SP.16.3 : Ludovic Goudenege	
Intermittency in Lagrangian stochastic models for turbulent flows : genuine characterization and design of a versatile numerical approach	197
SP.16.4 : Vanessa Lleras	
Méthode de Nitsche pour le problème de contact avec frottement de Coulomb en élasticité linéaire : cas statique et dynamique	198
SP.16.5 : Hadrien Montanelli	
Efficient and accurate computation of singular and near-singular integrals in high-order boundary elements	199
SP.16.6 : Julie Patela	
Schémas volumes-finis d'ordre élevé positifs pour la diffusion sur maillage quelconque	200
Session parallèle 17 : Ondes et Problèmes inverses 2	201
SP.17.1 : Amandine Boucart	
Modélisation multi-échelle de la diffraction par une couche mince de nanoparticules disposées aléatoirement	201

SP.17.2 : Mohamed Boukraa	Méthodes à régularisation évanescence pour la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique	202
SP.17.3 : Cecile Della Valle	Solving inverse problems of Abel type by penalising derivatives	203
SP.17.4 : Niami Nasr	Méthodes de frontières immergées pour la tomographie par impédance électrique.	204
SP.17.5 : Emile Parolin	Un nouvel opérateur de transmission non-local pour des méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement appliquées à la propagation d'ondes harmoniques	205
Session parallèle 18 : Contrôle 2		206
SP.18.1 : Mégane Bournissou	Quadratic behaviors of 1D linear Schrödinger equation, with bilinear control	206
SP.18.2 : Baparou Danhane	Contrôlabilité de sortie	207
SP.18.3 : Florent Koudohode	Commande basée-événement pour l'équation des ondes	208
SP.18.4 : Eugenio Pozzoli	Controllability of a rotating asymmetric molecule	209
SP.18.5 : Gaston Vergara-Hermosilla	Boundary controllability of a system modelling a partially immersed obstacle	210
Session parallèle 19 : Mécanique des fluides numérique 2		211
SP.19.1 : Alexandre Bourriaud	Un critère d'adaptation de maillage lié à la détection MOOD d'un schéma volumes finis d'ordre élevé	211
SP.19.2 : Thibault Bridel-Bertomeu	A k-exact ENO-like least-square reconstruction for compressible flows applied to sharp immersed boundaries	212
SP.19.3 : Joanna Faddoul	Estimations d'erreur a posteriori pour le couplage des équations de Navier-Stokes avec l'équation de convection–diffusion–réaction	213
SP.19.4 : Lise Maurin	The Adaptive Biasing Force algorithm with non-conservative forces	214
SP.19.5 : Alexiane Plessier	Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles en dimension 1	215
SP.19.6 : François Vilar	A posteriori local subcell correction of DG schemes through Finite Volume reformulation on unstructured grids	216
Session parallèle 20 : EDP et Calcul des Variations 2		217
SP.20.1 : Simone Mariano	Uniform global asymptotic synchronization of a network of Kuramoto oscillators via hybrid coupling	217
SP.20.2 : Ramon Oliver-Bonafoux	Connections du type Lemme du col pour des systèmes Allen-Cahn elliptiques	218
SP.20.3 : Marc Pegon	Un problème isopérimétrique avec compétition entre le périmètre classique et un périmètre non-local	219
SP.20.4 : Dominik Stantejsky	Variational convergence of liquid crystal energies to line and surface energies	220
Posters et stands		221
Session posters 1 : Posters		222

P.1.1 :	Elisabetta Brocchieri	Mesosopic fast-reaction approach of triangular cross-diffusion systems and application to population dynamics	222
P.1.2 :	Jean Cauvin-Vila	Boundary stabilization of a one-dimensional cross-diffusion system in a moving domain using backstepping	223
P.1.3 :	Chiheb Daaloul	Sampling from the Wasserstein Barycenter	224
P.1.4 :	Kyriaki Dariva	Influence of the age structure on the stability in a tumor- immune model for chronic myeloid leukemia (CML)	225
P.1.5 :	Matthieu Dolbeault	Échantillonnage optimal et moindres carrés à poids	226
P.1.6 :	Chourouk El Hassanieh	Analysis of a Multi-layer Shallow Water Model	227
P.1.7 :	Jules Guilberteaud	ODE models for cell-fate differentiation	228
P.1.8 :	Enguerrand Lavigne	Théorie spectrale de l'opérateur de Pauli	229
P.1.9 :	Pierre Le Barbenchon	Stabilité des schémas d'ordres élevés en domaine borné d'espace	230
P.1.10 :	Thibault Malou	Double-scale diffusive wave model dedicated to spatial river observation and associated covariance kernels for variational data assimilation	231
P.1.11 :	Anaïs Rat	A model for cell division dynamics leading to senescence	232
P.1.12 :	Lev-Arcady Sellem	Model order reduction methods for Lindblad type equations	233
P.1.13 :	Agustin Somacal	Edge adaptive schemes and machine learning for high-accuracy finite volume schemes	234
P.1.14 :	Lucas Tallois	Schéma à l'ordre 2 limitant la diffusion pour l'ablation liquide	235
P.1.15 :	Ali Toufaily	Theoretical and numerical analysis of a simple turbulent compressible model.	236
P.1.16 :	Elias Ventre	Reduction of a stochastic model of gene expression : Lagrangian dynamics gives access to basins of attraction as cell types and metastability	237
P.1.17 :	Elsy Wehbe	Existence et régularité d'un problème magnétohydrodynamique en 2-D	238

Stands

P.1.S1 :	Magalie Fredoc	Stand AMIES	239
P.1.S2 :	Thierry Horsin	Publications de la SMAI et programme Subscribe to Open	240
P.1.S3 :	Véronique Salvalaio-Marouby	Maison d'édition DUNOD	241

Sessions spéciales

243

Session spéciale 1 :	Table ronde "Enseignement"	244
Session spéciale 2 :	Soirée thématique MODCOV19	245
Session spéciale 3 :	Soirée "Vie de la communauté"	246

Mot d'introduction	2
Comités	3
Partenaires	4
Informations pratiques	5

Mot d'introduction

Bienvenue à la 10ème Biennale Française des Mathématiques Appliquées et Industrielles (**congrès SMAI 2021**) organisé à La Grande Motte (Hérault), au Belambra-Club "Presqu-île du Ponant", aux portes de la petite Camargue, près de Montpellier.

La nouvelle édition de ce congrès bisannuel est co-organisée par la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI) et l'institut de Mathématiques de Toulouse (IMT).

Cette manifestation vise à faire le point sur les avancées récentes de la recherche en mathématiques appliquées et présente un large spectre de sujets allant de problèmes théoriques jusqu'au calcul scientifique et à la science des données.

Il reflète ainsi la diversité thématique des mathématiques appliquées et industrielles françaises : statistiques, probabilités et applications, biomathématiques, théorie du signal, optimisation, équations aux dérivées partielles, contrôle, analyse numérique, calcul scientifique, mathématiques industrielles...

Il permet aux chercheurs, académiques ou industriels concernés par les mathématiques appliquées de se rencontrer, d'échanger, de faire évoluer les idées, mettre en place de nouvelles collaborations. C'est un congrès ouvert à une large communauté scientifique, essentiellement nationale, même s'il peut arriver qu'il y ait des invités internationaux. C'est aussi l'occasion pour tous, notamment les plus jeunes (doctorants et post-doctorants), de diffuser leurs travaux récents, de se faire connaître des milieux de la recherche académique et industrielle en mathématiques appliquées et de prendre des contacts.



Remerciements

Nous remercions très chaleureusement les partenaires du congrès, le comité scientifique et l'ensemble du personnel administratif qui a permis que ce congrès puisse avoir lieu dans les meilleures conditions possibles, malgré les circonstances particulières de cette année "COVID" : Janani Chandran (IMT), Doriane Montrop-Hippolyte (IMT), Céline Rocca (IMT), Samia Taalab (IMT) et Noura Sahtout (SMAI).

Comité scientifique

- **Jean-François Aujol**, Institut de Mathématiques de Bordeaux, Université de Bordeaux
 - **Karine Beauchard**, Institut de Recherche Mathématique de Rennes, ENS Rennes
 - **Didier Bresch**, Laboratoire de Mathématiques, Chambéry, CNRS
 - **Patrick Cattiaux**, IMT, Université de Toulouse (PRÉSIDENT)
 - **Claire Chainais**, Laboratoire Paul Painlevé, Université de Lille
 - **Benoîte de Saporta**, Institut Montpellierain Alexandre Grothendieck, Université de Montpellier
 - **Agnès Desolneux**, Centre Borelli, CNRS
 - **Marie Doumic**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, INRIA
 - **Aurélien Garivier**, Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, ENS Lyon
 - **Mathilde Mougeot**, Centre Borelli, ENSIIE
 - **Anthony Nouy**, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, Ecole centrale de Nantes
 - **Yannick Privat**, Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg
-

Comité d'organisation

- **Lucie Baudouin**, LAAS, CNRS
- **Christophe Besse**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
- **Franck Boyer**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 3 - Paul Sabatier (PRÉSIDENT)
- **Florent Chazel**, Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse
- **Manon Costa**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
- **Frédéric de Gournay**, Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse
- **Fanny Delebecque**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
- **Jérôme Fehrenbach**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
- **Patrick Hild**, Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT), Université Toulouse 3 - Paul Sabatier
- **Agnès Lagnoux**, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Toulouse 2 Jean Jaurès
- **Béatrice Laurent-Bonneau**, Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse
- **Violaine Roussier-Michon**, Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse

Partenaires



Informations pratiques

Code de conduite

Nous vous rappelons qu'à votre inscription vous vous êtes engagés à respecter un code de conduite visant à ce que le congrès se déroule sans harcèlement ni discrimination d'aucune sorte. Si vous vous sentez harcelé.e, si vous êtes témoin d'acte ou propos déplacé, et plus généralement en cas de problème durant la conférence, n'hésitez pas à contacter immédiatement le comité d'organisation. Ses membres seront facilement identifiables grâce à leur badge de couleur et tour de cou rouge.

En cas de besoin, vous pouvez contacter un membre du comité d'organisation aux numéros suivants :
07-89-74-11-98 ou 07-89-74-13-12

Protocole sanitaire

- Le port du masque est obligatoire sur tout le site du club Belambra et dans toutes les salles, ainsi que dans les navettes mises à disposition ou pendant les excursions.
- Les salles de conférences ont une jauge maximum en accord avec la réglementation sanitaire en vigueur, merci de la respecter ! Nous ne pourrions accueillir plus de participants, même si l'exposé a l'air passionnant ! Du gel hydroalcoolique est à disposition à l'entrée de chaque salle.
- Pendant les repas, les pauses, les moments conviviaux ou les soirées, l'accès au buffet ou au bar se fera selon un sens de circulation, avec port du masque et désinfection des mains à l'entrée, merci de vous plier aux demandes du personnel présent sur place pour fluidifier le trafic !
- La jauge du restaurant étant limitée, nous devons manger en deux services, merci de respecter les horaires de repas donnés par les organisateurs le jour-même.
- Le repas sera pris par table de 6 personnes, sans distanciation physique. Des tables en extérieur seront disponibles s'il fait beau. Il est préférable de manger avec les mêmes collègues toute la semaine.
- Si vous partagez une salle de bain avec un autre participant (inscription en chambre double), merci d'aérer après votre passage. Chaque participant a sa propre chambre.
- Le bar et le concert s'arrêteront avec le couvre feu à 23h. Vous pourrez cependant continuer à vous déplacer sur le site après 23h.
- Si vous avez des doutes sur votre état de santé, contacter les organisateurs via smi2021@smi.emath.fr ou les numéros de téléphone d'urgence donnés plus haut.

Localisation des salles

- Repère 1 - Salle "Les 3 fontaines"
- Repère 2 - Salle "Camargue"
- Repère 3 - Salles "Pic Saint Loup" et "Mourèze"
- Repère 4 - Salle "Mistral" (au premier étage)



Programme détaillé

Lundi 21 Juin 2021	8
Mardi 22 Juin 2021	10
Mercredi 23 Juin 2021	14
Jeudi 24 Juin 2021	16
Vendredi 25 Juin 2021	20

14h30 - 15h30 : Conférence plénière

▷ Modération : B. Despres

Salle "Les 3 Fontaines"

Isabelle Gallagher Sur la dérivation de l'équation de Boltzmann à partir d'un système de particules

15h30 - 16h30 : Conférence plénière

▷ Modération : B. Despres

Salle "Les 3 Fontaines"

Jean-Marie Mirebeau Discrétisation d'EDPs anisotropes sur grille cartésienne

17h00 - 19h00 : Sessions Parallèles

▷ *Mathématiques et Biologie 1* - Modération : C. Carrere

Salle "Les 3 Fontaines"

17h00 **Julien Martinelli** Identification de régulateurs systémiques de l'horloge périphérique circadienne par apprentissage de modèles

17h20 **Pierre Mollo** Simulation d'écoulement de liquide cérebrospinal avec la méthode des bases réduites

17h40 **Stéphanie Salmon** Un modèle homogénéisé pour la tomographie optique chez le nouveau-né

18h00 **Benjamin Sulis** Un modèle instationnaire pour l'électroencéphalographie en vue de la compréhension du couplage neuro-vasculaire

▷ *Méthodes numériques 1* - Modération : R. Loubère

Salle "Mistral"

17h00 **Matthieu Aussal** Castor, un environnement C++ pour le calcul matriciel

17h20 **Thomas Bellotti** Fully adaptive lattice Boltzmann methods with error control based on multiresolution analysis

17h40 **Rutger Biezemans** Multi-scale finite element methods for advection-diffusion problems

18h00 **Helene Bloch** A multigrid solver for the M1 model for radiative transfer

18h20 **Guillaume Bonnet** Un schéma aux différences finies linéaire pour approcher la distance de Randers sur une grille cartésienne

18h40 **François Desquilbet** Fast marching method for the 3D eikonal equation in elastic media with general anisotropy

▷ *Contrôle 1* - Modération : T. Horsin

Salle "Camargue"

17h00 **Pierre-Cyril Aubin-Frankowski** Noyau reproduisant LQ et espaces de trajectoires contrôlées en contrôle optimal Linéaire-Quadratique (à contraintes d'état)

17h20 **Arthur Bottois** Approximation de contrôles exacts pour une équation des ondes semi-linéaire

17h40 **Mathias Dus** The discretized backstepping : the example of a system of two linear balance laws

18h00 **Guillaume Mestdagh** Appariement de surfaces par contrôle optimal en chirurgie augmentée

18h20 **Arnaud Munch** Modeling and optimizing a road de-icing device by a nonlinear heating
18h40 **Abdennebi Omrane** Contrôle optimal pour un problème d'advection-diffusion à données manquantes

▷ *EDP et Calcul des Variations 1* - Modération : A. Lemenant

Salle "Pic Saint Loup"

17h00 **Grégoire Barrué** The Stochastic Zakharov system in dimension 1
17h20 **Quentin Chauleur** Equation de Schrödinger-Langevin logarithmique et mécanique des fluides quantique
17h40 **Corentin Kilque** Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires
18h00 **Sebastien Kolb** Analyse non-linéaire de la dynamique du vol d'avions à réaction civils
18h20 **Alexandre Thorel** Sur un problème d'évolution généralisé

▷ *Méthodes Volumes Finis* - Modération : M.-H. Vignal

Salle "Mourèze"

17h00 **Alessia Del Grosso** On second-order well-balanced Lagrange-projection schemes for shallow water Exner equations
17h20 **Ali Haidar** A posteriori Finite-Volume subcell local correction of high-order discontinuous Galerkin formulations for the nonlinear shallow-water equations
17h40 **Arthur Loison** Two-phase separated and disperse flow : towards a two-scale diffuse interface models with geometrical variables
18h00 **Moussa Ziggaf** The extension of the FVC scheme for two dimensional shallow water flows on an unstructured triangular meshes
18h20 **Franco Zivcovich** BAMPHI : matrix and transpose-free algorithm for computing the action of combinations of φ -functions in exponential integrators

21h00 - 22h30 : Table ronde "Enseignement"

▷ *Table ronde "Enseignement"* - Modération : V. Roussier-Michon

Salle "Les 3 Fontaines"

08h30 - 09h30 : Conférence plénière

▷ Modération : J. Dolbeault

Salle "Les 3 Fontaines"

Francis Bach Finding Global Minima via Kernel Approximations

09h30 - 10h30 : Conférence plénière

▷ Modération : J. Dolbeault

Salle "Les 3 Fontaines"

Anne Philippe Quelques résultats sur les processus à longue mémoire

11h00 - 12h30 : Sessions Parallèles

▷ *Mathématiques et Biologie 2* - Modération : E. Bouin

Salle "Les 3 Fontaines"

11h00 **Samar Allouch** Mathematical analysis of an adhesive point submitted to an external force of bounded variation

11h20 **Giorgia Ciavolella** Reaction-diffusion problems with membrane conditions

11h40 **Noemi David** On the incompressible limit for a tumour growth model incorporating convective effects

12h00 **Mete Demircigil** Ondes aérotactiques dans *Dictyostelium discoideum* : Quand les gradients auto-générés fréquentent l'expansion par division cellulaire.

▷ *Ondes et Problèmes inverses 1* - Modération : X. Antoine

Salle "Mistral"

11h00 **Pierre Amenoagbadji** Ondes en milieux quasi-périodiques, le cas unidimensionnel dissipatif : Etude et résolution numérique

11h20 **Samuel Gaucher** Analyse FDTD large bande de structures périodiques

11h40 **Laure Giovangigli** Propagation d'ondes dans un milieu périodique unidimensionnel aléatoirement perturbé

12h00 **Jeremy Heleine** Design d'un convertisseur modal en utilisant des ligaments fins résonants

▷ *Optimisation et Théorie des jeux 1* - Modération : A. Cohen

Salle "Camargue"

11h00 **Bohdan Bulanyi** Regularity for optimal compliance problems with length penalization

11h20 **Marouan Handa** An SDP relaxation of an optimal power flow problem for distribution network

11h40 **Lalaina Rakotondrainibe** Optimisation topologique couplée d'une structure mécanique et de ses liaisons vissées

12h00 **Rémi Robin** Quelques problèmes d'optimisation sur les bobines de stellarators

▷ *Mécanique des fluides* - Modération : P. Omnes

Salle "Pic Saint Loup"

- 11h00 **Philippe Angot** Sur la solvabilité globale en temps du problème couplé de Navier-Stokes/Darcy
11h20 **Mohamed Ali Debyaoui** Contribution à la modélisation mathématique et numérique pour des modèles d'écoulement non-linéaires dispersifs en eaux peu profondes
11h40 **Yoann Le Calvez** Thermodynamiques Non-Idéales et Fluides avec Interfaces Diffuses
12h00 **Tien-Tai Nguyen** Spectrum of the incompressible viscous Rayleigh-Taylor system
-

▷ *Plasmas* - Modération : M. Mehrenberger

Salle "Mourèze"

- 11h00 **Saliha Boukassa** Weak and Strong Solution for a Magnetohydrodynamic Problem
11h20 **Clément Guillet** Sparse grid approach to accelerate the Particle-In-Cell method
11h40 **Louis Reboul** Simulations multi-fluides d'instabilités et de gaines au sein de plasmas froids magnétisés : méthodes numériques avancées et comparaisons avec les méthodes PIC
12h00 **Alexandre Rege** Propagation of moments for the magnetized Vlasov-Poisson system
-

14h30 - 16h30 : Minisymposia

▷ *Modèles structurés de dynamiques épidémiques et contrôle* - Organisé par : A. Véber, E. Vergu

Salle "Les 3 Fontaines"

- 14h30 **Emma Hubert** Epidemic control through incentives, lockdown, and testing : the government's point of view
15h00 **Amaury Lambert** Large population limit for a wide class of individual-based epidemic models
15h30 **Mircea T. Sofonea** Suivi épidémiologique et contrôle en début d'épidémie : applications d'une modélisation en temps discret de la dynamique hospitalière de COVID-19 en France
-

▷ *Conditions aux limites numériques : analyse et méthodes* - Organisé par : J.-F. Coulombel

Salle "Mistral"

- 14h30 **Xavier Antoine** A fast second-order discretization scheme for the linearized Green-Naghdi system with absorbing boundary conditions
15h00 **Antoine Benoit** Stability of hyperbolic boundary value problem approximations in an interval
15h30 **Maryna Kachanovska** Transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees
16h00 **Khawla Msheik** 4-Equations Model for Thin Liquid Films
-

▷ *Comportement en temps long pour les processus tués* - Organisé par : P. Monmarché

Salle "Camargue"

- 14h30 **Bertrand Cloez** Convergence vers la distribution quasi-stationnaire
15h00 **Lucas Journé** Convergence uniforme d'un système de particules en interaction pour l'approximation de la mesure quasi-stationnaire d'une diffusion dans un cas compact avec mort douce
15h30 **Boris Nectoux** Quasi-stationary distributions for strongly Feller processes and application to hypoelliptic Hamiltonian systems
16h00 **Julien Reygner** Distribution quasi-stationnaire pour les processus de Langevin
-

▷ *Méthodes mathématiques pour l'oncologie* - Organisé par : H. Martin

Salle "Pic Saint Loup"

- 14h30 **Emma Leschiera** Mathematical modelling of the CD8+ T cell immune response to heterogeneous tumours
- 15h00 **Hugo Martin** Glioblastoma cell variability and circadian rhythms control temozolomide efficacy : from cellular pharmacokinetics-pharmacodynamics to heterogeneous cancer cell population models
- 15h30 **Mathieu Mezache** Pancreatic cancer growth model coupled with neuronal axons.
- 16h00 **Alexandre Poulain** Relaxation of the Cahn-Hilliard model for the modelling of solid tumors and its numerical simulation

▷ *Méthode des moments pour la résolution numérique d'EDP* - Organisé par : T. Pichard

Salle "Mourèze"

- 14h30 **Katia Ait Ameer** Méthodes numériques d'ordre élevé pour les modèles aux moments
- 15h00 **Alejandro Alvarez Laguna** A Grad closure for low-temperature plasmas : derivation of the equations, numerical methods and validation with experiments
- 15h30 **Frédérique Laurent-Negre** Hyperbolic Quadrature Method of Moments for the one-dimensional kinetic equation
- 16h00 **Gael Poette** Construction de modèles réduits pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes de lois de conservation hyperboliques par méthodes aux moments

17h00 - 19h30 : Posters et Stands

▷

Salle "Mistral"

- Elisabetta Brocchieri** Mesoscopic fast-reaction approach of triangular cross-diffusion systems and application to population dynamics
- Jean Cauvin-Vila** Boundary stabilization of a one-dimensional cross-diffusion system in a moving domain using backstepping
- Chiheb Daaloul** Sampling from the Wasserstein Barycenter
- Kyriaki Dariva** Influence of the age structure on the stability in a tumor- immune model for chronic myeloid leukemia (CML)
- Matthieu Dolbeault** Échantillonnage optimal et moindres carrés à poids
- Chourouk El Hassanieh** Analysis of a Multi-layer Shallow Water Model
- Jules Guilberteau** ODE models for cell-fate differentiation
- Enguerrand Lavigne** Théorie spectrale de l'opérateur de Pauli
- Pierre Le Barbenchon** Stabilité des schémas d'ordres élevés en domaine borné d'espace
- Thibault Malou** Double-scale diffusive wave model dedicated to spatial river observation and associated covariance kernels for variational data assimilation
- Anaïs Rat** A model for cell division dynamics leading to senescence
- Lev-Arcady Sellem** Model order reduction methods for Lindblad type equations
- Agustin Somacal** Edge adaptive schemes and machine learning for high-accuracy finite volume schemes
- Lucas Tallois** Schéma à l'ordre 2 limitant la diffusion pour l'ablation liquide
- Ali Toufaili** Theoretical and numerical analysis of a simple turbulent compressible model.
- Elias Ventre** Reduction of a stochastic model of gene expression : Lagrangian dynamics gives access to basins of attraction as cell types and metastability
- Elsy Wehbe** Existence et régularité d'un problème magnétohydrodynamique en 2-D

Magalie Fredoc Stand AMIES

Thierry Horsin Publications de la SMAI et programme Subscribe to Open

Véronique Salvalaio-Marouby Maison d'édition DUNOD

21h00 - 22h30 : Soirée thématique MODCOV19

▷ *Soirée thématique MODCOV19* - Modération : M. Costa

Salle "Les 3 Fontaines"

08h30 - 09h30 : Conférence plénière

▷ Modération : F. Hubert

Salle "Les 3 Fontaines"

Amandine Véber Evolution génétique d'une population ayant une structure spatiale

09h30 - 10h30 : Conférence plénière

▷ Modération : F. Hubert

Salle "Les 3 Fontaines"

Vincent Calvez Propagation d'ondes à différentes échelles (en biologie)

11h00 - 13h00 : Minisymposia

▷ *Tests et traçage des contacts pour une surveillance épidémique efficace* - Organisé par : J.-S. Dhersin, A. Véber

Salle "Les 3 Fontaines"

11h00 **Marianne Akian** Probabilistic, mean-field and transport PDE models of Covid-19 epidemics, with variable contact rates and user mobility

11h30 **Vincent Brault** Utilisation du pooling pour les tests RT-qPCR

12h00 **Thi Phuong Thuy Vo** Exploration d'un graphe aléatoire par des méthodes Respondent-Driven Sampling

▷ *Mathematical modelling of thermonuclear fusion plasmas* - Organisé par : C. Negulescu

Salle "Mistral"

11h00 **Yanick Sarazin** Physical challenges and numerical issues in controlled fusion plasmas

11h40 **Jean Dolbeault** Large time asymptotics for evolution equations with mean field couplings

12h20 **Michel Mehrenberger** Méthode semi-Lagrangienne pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov : le cas de l'interpolation d'Hermite

▷ *Sur le problème de Schrödinger et la régularisation entropique* - Organisé par : I. Gentil

Salle "Camargue"

11h00 **Aymeric Baradat** Minimisation entropique par rapport au mouvement Brownien branchant

11h30 **Gauthier Clerc** Convergence en temps long des interpolations entropiques.

12h00 **Giovanni Conforti** Équation de Hamilton Jacobi pour le problème de Schroedinger

12h30 **Katharina Eichinger** Régularisation entropique des barycentres dans l'espace de Wasserstein

▷ *Julia, un langage pour les mathématiciens.* - Organisé par : B. Fabrèges, P. Navaro

Salle "Pic Saint Loup"

11h00 **Olivier Garet** Julia pour les mathématiques : une introduction

11h30 **Mickael Bestard** Simulation numérique avec Julia
12h00 **Oskar Laverny** Julia, l'unique solution d'un problème d'optimisation
12h30 **Pierre Navaro** Equations différentielles avec Julia

▷ *Optimization over measures and positive polynomials* - Organisé par : D. Henrion, M. Korda, V. Magron

Salle "Mourèze"

11h00 **Ulysse Marteau-Ferey** Sum of squares with Reproducing Kernel Hilbert Spaces, a path to global optimisation of regular functions

11h30 **Philippe Moustrou** Symmetry reduction in AM/GM-based optimization

12h00 **Corbinian Schlosser** Sparse moment-sum-of-squares relaxations for nonlinear dynamical systems with guaranteed convergence

21h00 - 22h30 : Soirée "Vie de la communauté"

▷ *Soirée "Vie de la communauté"* - Modération : M. Aussal

Salle "Les 3 Fontaines"

08h30 - 09h30 : Conférence plénière

▷ Modération : S. Salmon

Salle "Les 3 Fontaines"

Simon Masnou Approximation de flots géométriques d'interfaces : des méthodes de champ de phase aux réseaux de neurones

09h30 - 10h30 : Conférence plénière

▷ Modération : S. Salmon

Salle "Les 3 Fontaines"

Aline Lefebvre-Lepot Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.

11h00 - 12h30 : Sessions Parallèles

▷ *Mathématiques et Biologie 3* - Modération : J.-S. Dhersin

Salle "Les 3 Fontaines"

11h00 **Dylan Dronnier** Stratégies d'immunisation ciblée

11h20 **Jorge Estrada** La technique des insectes stériles utilisée comme barrière contre réinfestation

11h40 **Alexis Leculier** Analysis of two "Rolling carpet" strategies to eradicate an invasive species

12h00 **Nicolas Torres** An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks

▷ *Flots géométriques / Statistiques* - Modération : V. Brault

Salle "Mistral"

11h00 **Mohamed Raed Blel** Influence of sampling on the convergence rates of greedy algorithms for parameter-dependent random variables

11h20 **Rémi Laumont** Approche bayésienne pour la restauration d'images utilisant des a-prioris Plug & Play : quand Langevin rencontre Tweedie

11h40 **Chih-Kang Huang** Approximation du flot de courbure moyenne avec auto-évitement

12h00 **Arnaud Sengers** Méthodes de champ de phase pour le mouvement par diffusion de surface avec application au mouillage

12h20 **Garry Terii** Mouvement par courbure moyenne et apprentissage profond

▷ *Optimisation et Théorie des jeux 2* - Modération : M. Fathi

Salle "Camargue"

11h00 **Didier Aussel** Bilevel optimisation in energy transition : the example of Demand-Side Management and Industrial eco-park

11h20 **Thanh Cong Lai Nguyen** Multi-Leader-Follower game approach for a two period game

11h40 **Pierre Lavigne** Discrete and Potential mean field games

12h00 **Antoine Piguet** Optimisation à court-terme de la production hydroélectrique du Rhône en univers probabiliste

-
- ▷ *Mécanique des fluides numérique 1* - Modération : F. Nabet

Salle "Pic Saint Loup"

- 11h00 **Nelly Boulos Al Makary** Analyse d'un modèle de type Saint Venant à deux vitesses
11h20 **Jean Bussac** Simulation of an Homogeneous Relaxation Model for a three-phase mixture
11h40 **Agnes Chan** Innovative numerical schemes for 2D supersonic aerodynamics on hybrid mesh
12h00 **Alice Masset** Un schéma numérique "fully well-balanced" pour les équations de Saint-Venant avec force de Coriolis.

-
- ▷ *Homogénéisation* - Modération : S. Fliss

Salle "Mourèze"

- 11h00 **Nicolas Clozeau** Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields
11h20 **Rémi Goudey** Un problème d'homogénéisation périodique en présence de défauts
11h40 **Jules Pertinand** Une approche par point fixe pour les formules de Clausius-Mossotti
12h00 **Sylvain Wolf** Homogenization of the Poisson equation and Stokes system in some non periodically perforated domains

14h30 - 16h30 : Minisymposia

- ▷ *Calculus of Variations and Applications* - Organisé par : A. Chambolle, A. Lemenant, P. Pegon

Salle "Les 3 Fontaines"

- 14h30 **Mathilde Boissier** Optimisation de trajectoire laser en fabrication additive
15h00 **Camille Labourie** Un problème à discontinuité libre issu de l'isolation thermique
15h30 **Antonin Monteil** Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène
16h00 **Clément Sarrazin** Lagrangian critical points in optimal quantization problems.

-
- ▷ *Méthodes numériques pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach* - Organisé par : O. Hurisse, J. Jung, S. Kokh, H. Mathis, V. Perrier

Salle "Mistral"

- 14h30 **Elena Gaburro** A simple diffuse interface approach for compressible flows around moving solids of arbitrary shape
14h50 **Thomas Galié** Extension of a Roe type scheme with low Mach correction to the HRM two-phase flow model
15h10 **Nicolas Grenier** Schéma faible Mach à interface raide pour les écoulements diphasiques dilatables
15h30 **Michael Ndjinga** A class of conservative L2-stable schemes for the compressible Euler equations on staggered grids
15h50 **Vincent Perrier** Une méthode de filtrage pour les écoulements à faible nombre de Mach

-
- ▷ *Systèmes de particules en champ moyen : comportements asymptotiques et applications* - Organisé par : M. Fathi, J. Reygner

Salle "Camargue"

- 14h30 **Pierre Monmarché** Métastabilité pour un système de neurones en interaction
 15h10 **Pierre Le Bris** Contraction rates for the Vlasov-Fokker-Planck equation and uniform in time propagation of chaos through coupling
 15h35 **Angeliki Menegaki** Quantitative Rates of Convergence to Non-Equilibrium Steady States for the Chain of Oscillators.
 16h00 **Milica Tomasevic** Quantitative particle approximation of nonlinear Fokker-Planck equations with singular kernel
-

▷ *Analyse de formes pour l'imagerie biomédicale* - Organisé par : I. Kaltenmark, P. Roussillon

Salle "Pic Saint Loup"

- 14h30 **Pierre-Louis Antonsanti** Partial Matching in the Space of Varifolds
 15h00 **Benjamin Charlier** KeOps : Fast geometric methods with symbolic matrices
 15h30 **Leander Lacroix** IMODAL : une bibliothèque de modèle de déformation diffeomorphique modulaire
 16h00 **Alice Le Brigant** Classifying histograms of medical data using information geometry of beta distributions
-

▷ *Transport optimal pour l'inférence statistique* - Organisé par : E. Cazelles, A. Houdard

Salle "Mourèze"

- 14h30 **Claire Brécheteau** Approximation de données par une union d'ellipsoïdes et partitionnement.
 15h00 **Paul Freulon** Algorithme stochastique pour le transport optimal et application à des données médicales
 15h30 **Thibault Sejourne** Extensions du transport optimal : divergence de Sinkhorn et Gromov-Wasserstein "unbalanced"
 16h00 **Jonathan Vacher** Interpolation de Textures pour l'Étude de la Vision
-

17h00 - 19h00 : Sessions Parallèles

▷ *Méthodes numériques 2* - Modération : P. Helluy

Salle "Les 3 Fontaines"

- 17h00 **Maria El Ghaoui** A Trefftz method with reconstruction of the normal derivative applied to elliptic equations
 17h20 **Olga Gorynina** Adaptive parareal algorithms for molecular dynamics problems
 17h40 **Ludovic Goudenege** Intermittency in Lagrangian stochastic models for turbulent flows : genuine characterization and design of a versatile numerical approach
 18h00 **Vanessa Lleras** Méthode de Nitsche pour le problème de contact avec frottement de Coulomb en élasticité linéaire : cas statique et dynamique
 18h20 **Hadrien Montanelli** Efficient and accurate computation of singular and near-singular integrals in high-order boundary elements
 18h40 **Julie Patela** Schémas volumes-finis d'ordre élevé positifs pour la diffusion sur maillage quelconque
-

▷ *Ondes et Problèmes inverses 2* - Modération : A.-S. Bonnet-Ben Dhia

Salle "Mistral"

- 17h00 **Amandine Boucart** Modélisation multi-échelle de la diffraction par une couche mince de nanoparticules disposées aléatoirement

- 17h20 **Mohamed Boukrra** Méthodes à régularisation évanescence pour la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique
- 17h40 **Cecile Della Valle** Solving inverse problems of Abel type by penalising derivatives
- 18h00 **Niami Nasr** Méthodes de frontières immergées pour la tomographie par impédance électrique.
- 18h20 **Emile Parolin** Un nouvel opérateur de transmission non-local pour des méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement appliquées à la propagation d'ondes harmoniques
-

▷ *Contrôle 2* - Modération : P. Lissy

Salle "Camargue"

- 17h00 **Mégane Bournissou** Quadratic behaviors of 1D linear Schrödinger equation, with bilinear control
- 17h20 **Baparou Danhane** Contrôlabilité de sortie
- 17h40 **Florent Koudohode** Commande basée-événement pour l'équation des ondes
- 18h00 **Eugenio Pozzoli** Controllability of a rotating asymmetric molecule
- 18h20 **Gaston Vergara-Hermosilla** Boundary controllability of a system modelling a partially immersed obstacle
-

▷ *Mécanique des fluides numérique 2* - Modération : P. Angot

Salle "Pic Saint Loup"

- 17h00 **Alexandre Bourriaud** Un critère d'adaptation de maillage lié à la détection MOOD d'un schéma volumes finis d'ordre élevé
- 17h20 **Thibault Bridel-Bertomeu** A k-exact ENO-like least-square reconstruction for compressible flows applied to sharp immersed boundaries
- 17h40 **Joanna Faddoul** Estimations d'erreur a posteriori pour le couplage des équations de Navier-Stokes avec l'équation de convection-diffusion-réaction
- 18h00 **Lise Maurin** The Adaptive Biasing Force algorithm with non-conservative forces
- 18h20 **Alexiane Plessier** Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles en dimension 1
- 18h40 **François Vilar** A posteriori local subcell correction of DG schemes through Finite Volume reformulation on unstructured grids
-

▷ *EDP et Calcul des Variations 2* - Modération : A. Chambolle

Salle "Mourèze"

- 17h00 **Simone Mariano** Uniform global asymptotic synchronization of a network of Kuramoto oscillators via hybrid coupling
- 17h20 **Ramon Oliver-Bonafoux** Connections du type Lemme du col pour des systèmes Allen-Cahn elliptiques
- 17h40 **Marc Pegon** Un problème isopérimétrique avec compétition entre le périmètre classique et un périmètre non-local
- 18h00 **Dominik Stantejsky** Variational convergence of liquid crystal energies to line and surface energies

08h30 - 10h30 : Minisymposia

- ▷ *Modèles et schémas numériques pour les écoulements multi-constituants compressibles* - Organisé par : O. Hurisse, J. Jung, S. Kokh, H. Mathis, V. Perrier

Salle "Les 3 Fontaines"

- 08h30 **Paola Allegrini** Un schéma numérique préservant l'asymptotique bas Mach pour les équations d'Euler
09h00 **Philippe Helluy** Kinetic schemes for compressible flows with phase transition
09h30 **Marica Pelanti** A two-phase numerical model for liquid-vapor flows with arbitrary heat and mass transfer relaxation times
10h00 **Khaled Saleh** Approximation à la Suliciu pour un modèle multiphasique hyperbolique

-
- ▷ *Modélisation et simulation des phénomènes électromagnétiques en milieux complexes* - Organisé par : S. Pernet, M. Sirdey, S. Tordeux

Salle "Mistral"

- 08h30 **Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia** Equations de Maxwell en présence d'une pointe conique de matériau négatif
08h50 **Ronan Cranny** Conception d'un Schéma Différences Finies Spectrales (d'ordre spatial élevé) pour résoudre les Équations de Maxwell dans le Domaine Temporel pour des Applications CEM
09h10 **Bruno Despres** Nouvelles conditions de coins pour les algorithmes de décomposition de domaine en régime harmonique
09h30 **Justine Labat** Décomposition de domaine sur des formulations intégrales surfaciques en électromagnétisme
09h50 **Zoïs Moitier** Plasmonic Resonances and their Effect on Scattering
10h10 **Margot Sirdey** Méthode de type Trefftz pour la simulation 3D d'ondes électromagnétiques

-
- ▷ *Contrôle, observation et stabilisation* - Organisé par : M. Duprez, S. Marx

Salle "Camargue"

- 08h30 **Pauline Bernard** Extension d'immersions injectives pour la synthèse d'observateurs
09h00 **Lucas Brivadis** Observateurs de Luenberger en dimension infinie : application à un processus de cristallisation
09h30 **Laetitia Giraldi** Sur le contrôle de micro-nageurs à flagelles
10h00 **Pierre Lissy** Un résultat de contrôlabilité interne pour une classe de systèmes d'ondes couplées
10h30 **Dario Prandi** Taux de décroissance exponentielle pour flots gradients dégénérés soumis à une condition d'excitation persistente

-
- ▷ *Traitement, analyse et synthèse d'images.* - Organisé par : F. Pierre

Salle "Pic Saint Loup"

- 08h30 **Mireille El Gheche** Joint Graph-based Depth Refinement and Normal Estimation
09h00 **Arthur Leclaire** Complétion d'images de textures
09h30 **Lara Raad Cisa** Image colorization by semantic-based adversarial models
10h00 **Arthur Renaudeau** Correction des défauts dans les films par inpainting vidéo : reconstructions alternées des structures et textures

11h00 - 12h00 : Conférence plénière

- ▷ Modération : P. Cattiaux

Salle "Les 3 Fontaines"

Arnaud Guillin Quand Lyapunov rencontre Poincaré et (log-)Sobolev

Conférence plénière 1 : Francis Bach	
Finding Global Minima via Kernel Approximations	22
Conférence plénière 2 : Vincent Calvez	
Propagation d'ondes à différentes échelles (en biologie)	23
Conférence plénière 3 : Isabelle Gallagher	
Sur la dérivation de l'équation de Boltzmann à partir d'un système de particules	24
Conférence plénière 4 : Arnaud Guillin	
Quand Lyapunov rencontre Poincaré et (log-)Sobolev	25
Conférence plénière 5 : Aline Lefebvre-Lepot	
Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.	26
Conférence plénière 6 : Simon Masnou	
Approximation de flots géométriques d'interfaces : des méthodes de champ de phase aux réseaux de neurones	27
Conférence plénière 7 : Jean-Marie Mirebeau	
Discrétisation d'EDPs anisotropes sur grille cartésienne	28
Conférence plénière 8 : Anne Philippe	
Quelques résultats sur les processus à longue mémoire	29
Conférence plénière 9 : Amandine Véber	
Evolution génétique d'une population ayant une structure spatiale	30

Finding Global Minima via Kernel Approximations

Alessandro RUDI, Inria - PSL - Paris
Ulysse MARTEAU-FEREY, Inria - PSL - Paris
Francis BACH, Inria - PSL - Paris

We consider the global minimization of smooth functions based solely on function evaluations. Algorithms that achieve the optimal number of function evaluations for a given precision level typically rely on explicitly constructing an approximation of the function which is then minimized with algorithms that have exponential running-time complexity. In this paper, we consider an approach that jointly models the function to approximate and finds a global minimum. This is done by using infinite sums of square smooth functions and has strong links with polynomial sum-of-squares hierarchies. Leveraging recent representation properties of reproducing kernel Hilbert spaces, the infinite-dimensional optimization problem can be solved by subsampling in time polynomial in the number of function evaluations, and with theoretical guarantees on the obtained minimum.

See <https://arxiv.org/abs/2012.11978>

Contact : francis.bach@inria.fr

Propagation d'ondes à différentes échelles (en biologie)

Vincent CALVEZ, Institut Camille Jordan - Lyon

Cet exposé sera l'occasion de passer en revue plusieurs phénomènes de propagation observés en biologie (migration collective de micro-organismes, invasion d'espèces), et leur modélisation par des équations adéquates (équations paraboliques et/ou cinétiques). Une attention toute particulière sera donnée à ces phénomènes où la population qui avance modifie son environnement, ce qui résulte en des gradients de signalisation auto-induits. Par exemple, un ensemble de bactéries de type *Escherichia coli* remonte progressivement un canal tout en consommant les nutriments disponibles [2, 5, 3]. Autre exemple : des cellules de type *Dictyostelium discoideum* poursuivent un gradient d'oxygène, ce qui conduit à une onde de propagation stable sur plusieurs jours en laboratoire [4, 1]. Pour chaque cas d'étude on présentera les expériences, la modélisation, et quelques réponses mathématiques à des questions biologiques. Un certain nombre de problèmes restés en suspens seront également évoqués.

- [1] Voir l'exposé de Mete Demircigil. Salle Mistral, mardi à midi.
- [2] J. Adler. *Chemotaxis in Bacteria*. Science, **153**, 708–716, 1966.
- [3] V. Calvez. *Chemotactic waves of bacteria at the mesoscale*. Journal of the European Mathematical Society, **22**, 593–668, 2019.
- [4] O. Cochet-Escartin, M. Demircigil, S. Hirose, B. Allais, P. Gonzalo, I. Mikaelian, K. Funamoto, C. Anjard, V. Calvez, J.-P. Rieu. *Hypoxia triggers collective aerotactic migration in Dictyostelium discoideum*. bioRxiv, 2020.
- [5] J. Saragosti, V. Calvez, N. Bournaveas, B. Perthame, A. Buguin, P. Silberzan. *Directional persistence of chemotactic bacteria in a traveling concentration wave*. Proceedings of the National Academy of Sciences, **108**, 16235–16240, 2011.

Contact : vincent.calvez@math.cnrs.fr

Sur la dérivation de l'équation de Boltzmann à partir d'un système de particules

Isabelle GALLAGHER, DMA - ENS et Université de Paris

Dans son sixième problème, D. Hilbert pose la question de justifier les équations de la mécanique des fluides à partir des équations de Newton vérifiées par les particules constituant ce fluide. Cette question de la justification du passage du microscopique au macroscopique est loin d'être résolue aujourd'hui, et une méthode consiste à utiliser l'équation de Boltzmann comme étape intermédiaire. Si le passage de l'équation de Boltzmann à certaines équations de la mécanique des fluides est partiellement compris, l'obtention de cette équation à partir de systèmes de particules est largement ouverte.

Dans cet exposé nous décrirons les difficultés liées à cette question, et quelques progrès récents dans ce programme – notamment dans l'étude de fluctuations autour de l'équation de Boltzmann. Il s'agit de travaux en collaboration avec Thierry Bodineau, Laure Saint-Raymond et Sergio Simonella.

Contact : Isabelle.Gallagher@ens.fr

Quand Lyapunov rencontre Poincaré et (log-)Sobolev

Arnaud GUILLIN, LMBP - Université Clermont Auvergne

Obtenir des vitesses de convergence vers la mesure invariante d'un processus de Markov est un sujet fondamental en probabilité, avec des répercussions considérables sur l'utilisation des algorithmes de type Monte Carlo par chaînes de Markov. Une approche classique, formalisée par Meyn-Tweedie repose sur du couplage et des conditions de type Lyapunov. Nous montrerons comme on peut rapprocher ces conditions de Lyapunov des inégalités fonctionnelles de type Poincaré ou log-Sobolev, permettant également de donner des vitesses de convergence.

Contact :

Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.

Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS - CMAP/Ecole Polytechnique - Palaiseau

Dans cette présentation on s'intéresse à la simulation numérique de matériaux granulaires : collections de grains macroscopiques non browniens et rigides (sable, céréales, sucre, gravats...).

Les contacts entre grains mènent à des interactions singulières pour lesquelles des schémas numériques adaptés doivent être développés. On se place dans le cadre de modèles de type "Dynamique des contacts" développés par J.J. Moreau, faisant appel à l'analyse convexe non lisse. Les modèles de friction entre grains mènent alors à des problèmes complexes d'optimisation non convexe.

L'objectif de l'exposé est de montrer comment des algorithmes basés, à chaque instant, sur des problèmes d'optimisation convexe permettent d'obtenir des simulations numériques de grands nombres de particules en temps long. Dans ces schémas, les forces de contact s'obtiennent de manière implicite, comme multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes. Le principe fondamental de la dynamique est alors obtenu (dans une version discrétisée) à partir des équations d'Euler (d'optimalité) du problème de minimisation. Dans le cas de grains sans friction on se ramène à des problèmes de minimisation sous contrainte affine [2, 1, 3]. Pour introduire la friction (modèle de Coulomb) entre grains, on est amené à considérer des problèmes de minimisation sous contrainte conique, pour lesquels la contrainte est donc non dérivable.

Nous illustrerons ce travail par des simulations numériques, montrant que les schémas obtenus peuvent être utilisés pour étudier comportement macroscopique de matériaux granulaires.

Une partie de ce travail a été réalisé en collaboration avec Sylvain Faure, Philippe Gondret, Yvon Maday, Anne Mangeney, Hugo Martin, Bertrand Maury et Antoine Seguin.

- [1] F. Bernicot, A. Lefebvre-Lepot. *Existence results for nonsmooth second-order differential inclusions, convergence result for a numerical scheme and application to the modeling of inelastic collisions*. Confluentes Mathematici, **02(04)**, 445–471, 2010. doi :10.1142/S1793744210000247.
- [2] B. Maury. *A time-stepping scheme for inelastic collisions*. Numerische Mathematik, **102(4)**, 649–679, 2006. doi :10.1007/s00211-005-0666-6.
- [3] A. Seguin, A. Lefebvre-Lepot, S. Faure, P. Gondret. *Clustering and flow around a sphere moving into a grain cloud*. The European Physical Journal E, **39(6)**, 63, 2016. doi :10.1140/epje/i2016-16063-0.

Contact : aline.lefebvre@polytechnique.edu

Approximation de flots géométriques d'interfaces : des méthodes de champ de phase aux réseaux de neurones

Simon MASNOU, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

La notion de flot minimisant pour une énergie géométrique d'interface (dépendant typiquement de l'aire ou de la courbure) apparaît dans des modèles issus d'applications très variées en physique, biologie, chimie, électronique, infographie, télécommunications, traitement d'images, etc.

L'approximation numérique d'un tel flot est souvent difficile car l'énergie géométrique associée peut être singulière et concentrée sur des interfaces elles-mêmes singulières.

Les méthodes dites de "champ de phase" consistent à approcher les interfaces raides par des interfaces diffuses (représentées par une fonction scalaire appelée champ de phase) et les énergies concentrées par des énergies diffuses et régulières. Elles ont le grand avantage de bien se prêter à l'analyse théorique et à l'approximation numérique.

Nous décrivons dans cet exposé plusieurs applications de ces méthodes pour des problèmes en dimension et codimension variées et faisant intervenir des contraintes diverses.

Nous verrons aussi comment les principes de l'approximation par champ de phase peuvent guider la mise au point de réseaux de neurones capables d'apprendre et de reproduire certains flots géométriques.

Discrétisation d'EDPs anisotropes sur grille cartésienne

Jean-Marie MIREBEAU, Centre Borelli, ENS Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

Frederic BONNANS, Inria-Saclay and CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Guillaume BONNET, LMO, Université Paris-Saclay - Orsay

François DESQUILBET, LJK, Université Grenoble-Alpes - Grenoble

Ludovic METIVIER, LJK, Université Grenoble-Alpes - Grenoble

Une équation aux dérivées partielles est dite anisotrope, si elle privilégie localement certaines directions spatiales. L'anisotropie est un phénomène générique et omniprésent, pouvant être issu de l'homogénéisation d'une micro-structure physique, de la structure mathématique d'un domaine comme l'espace $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{S}^1$ des positions et orientations, être lié à la proximité du bord, etc.

La réduction de Voronoi est un outil de géométrie algorithmique, initialement dédié à la classification des formes quadratiques à coefficients entiers. Elle définit une décomposition de toute matrice symétrique définie positive D sous la forme

$$D = \sum_{1 \leq i \leq I} \sigma_i e_i e_i^T, \quad \text{où } \sigma_i \geq 0, e_i \in \mathbb{Z}^d \setminus \{0\}, \forall 1 \leq i \leq I.$$

Noter que les vecteurs e_i sont à coordonnées entières, contrairement à la décomposition associées aux valeurs propres qui fait intervenir des vecteurs quelconques de norme unité.

Je montrerai que cette décomposition permet de construire des schémas numériques particulièrement efficaces pour la résolution des EDPs anisotropes sur grille cartésienne, et préservant les propriétés de structurelles de monotonie ou de causalité de l'EDP. Ceci inclut généralisations anisotropes de l'équation eikonale, qui est non-linéaire et d'ordre un, correspondant à l'asymptotique haute fréquence de l'équation des ondes sismiques [3], ou pour le calcul de chemins minimisant globalement une énergie faisant intervenir la courbure [4]. La méthode s'applique également aux équations totalement non-linéaires d'ordre deux, comme celle de Pucci [2] ou de Monge-Ampère, et des variantes adéquates permettent de contrôler l'interaction des termes d'ordre un et deux [1].

- [1] F. Bonnans, G. Bonnet, J.-M. Mirebeau. *Second order monotone finite differences discretization of linear anisotropic differential operators*. submitted, 2020.
- [2] J. Bonnans, G. Bonnet, J.-M. Mirebeau. *Monotone and second order consistent scheme for the two dimensional Pucci equation*. Numerical Mathematics and Advanced Applications ENUMATH 2019, 2020.
- [3] F. Desquilbet, J. Cao, P. Cupillard, L. Métivier, J.-M. Mirebeau. *Single pass computation of first seismic wave travel time in three dimensional heterogeneous media with general anisotropy*. submitted, 2020.
- [4] J.-M. Mirebeau, L. Gayraud, R. Barrère, D. Chen, F. Desquilbet. *Massively parallel computation of globally optimal shortest paths with curvature penalization*. submitted, 2021.

Contact : jean-marie.mirebeau@ens-paris-saclay.fr

Quelques résultats sur les processus à longue mémoire.

Anne PHILIPPE, Laboratoire de mathématiques Jean Leray - Nantes

Dans cet exposé nous présenterons quelques résultats sur l'inférence statistique pour des processus à longue mémoire.

La première partie de l'exposé porte sur l'étude des processus stationnaires du second ordre à longue mémoire en temps continu. Ce processus est échantillonné à des instants aléatoires tels que les inter-arrivées soient i.i.d. Le comportement du processus échantillonné est alors étudié dans les domaines temporel et fréquentiel. Une étude plus précise dans le cas d'une fonction d'autocovariance à variation régulière permet de montrer l'évolution de la mémoire après échantillonnage. De plus, pour un processus initialement gaussien, on étudie le périodogramme, les sommes partielles et la convergence de l'estimateur local Whittle pour le paramètre de mémoire.

La deuxième partie est consacrée aux tests de stationnarité. Il peut être difficile de distinguer les processus à longue mémoire des non-stationnaires car, dans les deux cas, la fonction d'autocovariance empirique décroît très lentement. Généralement les tests de stationnarité n'incluent pas la longue mémoire. Nous présentons différentes règles de décision pour détecter la forte dépendance stationnaire. Plus particulièrement nous proposons un test spectral construit à partir du périodogramme calculé sur différentes époques. Nous établissons quelques théorèmes limites pour valider cette procédure de test.

Contact : anne.philippe@univ-nantes.fr

Evolution génétique d'une population ayant une structure spatiale

Amandine VÉBER, MAP5 (CNRS et Université de Paris) - Paris

La structure spatiale d'une population influence la manière dont les gènes sont transmis d'une génération à la suivante et, par conséquent, la manière dont la diversité génétique de la population évolue au cours du temps. Afin de modéliser cette évolution lorsque la population vit dans un espace continu (une forêt, une chaîne de montagnes, ...), un processus aléatoire appelé le processus Lambda-Fleming-Viot spatial a été introduit en 2008 par Alison Etheridge (Oxford Univ.) et Nick Barton (IST Austria) [1, 2] et largement développé par la suite. Nous présenterons certains résultats obtenus grâce à cette approche, et plus particulièrement une étude de l'impact d'un faible avantage sélectif de certains types génétiques sur les autres. Dans ce travail en collaboration avec A. Etheridge et F. Yu (Bristol Univ.) [3], nous établissons des conditions sous lesquelles, dans les bonnes échelles de temps et d'espace, le paysage de diversité génétique converge vers une solution (à valeurs mesurées) de l'équation de Fisher-KPP avec ou sans bruit.

- [1] N. Barton, A. Etheridge, A. Véber. *A new model for evolution in a spatial continuum*. Electron. J. Probab., **(15)**, 162–216, 2010.
- [2] A. Etheridge. *Drift, draft and structure : some mathematical models of evolution*. Banach Center Publ., **(80)**, 121–144, 2008.
- [3] A. Etheridge, A. Véber, F. Yu. *Rescaling limits of the spatial Lambda-Fleming-Viot process with selection*. Electron. J. Probab., **120(25)**, 1–89, 2020.

Contact : amandine.veber@parisdescartes.fr

Minisymposium 1 : Calculus of Variations and Applications	32
Minisymposium 2 : Conditions aux limites numériques : analyse et méthodes	37
Minisymposium 3 : Contrôle, observation et stabilisation	42
Minisymposium 4 : Sur le problème de Schrödinger et la régularisation entropique	48
Minisymposium 5 : Transport optimal pour l'inférence statistique	53
Minisymposium 6 : Analyse de formes pour l'imagerie biomédicale	58
Minisymposium 7 : Optimization over measures and positive polynomials	63
Minisymposium 8 : Méthodes mathématiques pour l'oncologie	67
Minisymposium 9 : Modèles et schémas numériques pour les écoulements multi-constituants compressibles	72
Minisymposium 10 : Méthodes numériques pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach	77
Minisymposium 11 : Comportement en temps long pour les processus tués	83
Minisymposium 12 : Julia, un langage pour les mathématiciens.	88
Minisymposium 13 : Mathematical modelling of thermonuclear fusion plasmas	93
Minisymposium 14 : Méthode des moments pour la résolution numérique d'EDP	97
Minisymposium 15 : Traitement, analyse et synthèse d'images.	102
Minisymposium 16 : Systèmes de particules en champ moyen : comportements asymptotiques et applications	107
Minisymposium 17 : Modélisation et simulation des phénomènes électromagnétiques en milieux complexes	112
Minisymposium 18 : Modèles structurés de dynamiques épidémiques et contrôle	119
Minisymposium 19 : Tests et traçage des contacts pour une surveillance épidémique efficace	123

Calcul des Variations et Applications

Antonin CHAMBOLLE, CEREMADE - Paris
Antoine LEMENANT, Institut Elie Cartan de Lorraine - Nancy
Paul PEGON, CEREMADE - Paris

Ce minisymposium vise à rassembler des jeunes chercheurs intéressés par le calcul des variations et ses applications, en particulier à la mécanique des milieux continus, la physique, etc. Les thèmes abordés couvriront un large spectre, du plus théorique (intégrabilité, singularités) aux applications à la fabrication additive ou l'optimisation de forme. Un fil commun est la forte composante géométrique des problèmes d'analyses étudiés par les orateurs.

Les orateurs seront :

- Mathilde Boissier [1] : Optimisation de trajectoire laser en fabrication additive.
- Clément Sarrazin : Points critiques Lagrangiens en quantification optimale.
- Camille Labourie [2] : Higher integrability of the gradient for the thermal insulation Problem and other free discontinuity problems.
- Antonin Monteil [3] : Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène

- [1] M. Boissier, G. Allaire, C. Tournier. *Laser Path Optimization For Additive Manufacturing*. In *The World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*. Beijing, China, 2019.
- [2] C. Labourie, E. Milakis. *Higher integrability of the gradient for the thermal insulation problem*, 2021.
- [3] A. Monteil, R. Rodiac, J. V. Schaftingen. *Renormalised energies and renormalisable singular harmonic maps into a compact manifold on planar domains*, 2020.

Contact : antonin.chambolle@ceremade.dauphine.fr

Optimisation de trajectoire laser en fabrication additive

Grégoire ALLAIRE, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Mathilde BOISSIER, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Christophe TOURNIER, LURPA, ENS Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

La fabrication additive par fusion de poudre est un procédé qui consiste à fabriquer un objet couche par couche. Pour chacune d'elle, un lit de poudre métallique est déposé sur la pièce en construction. Une source de chaleur parcourt ensuite une trajectoire préalablement définie : la poudre fond et le refroidissement permet finalement la solidification. La trajectoire de la source influe non seulement sur la vitesse de fabrication mais aussi sur la répartition de chaleur et donc sur la qualité finale de la pièce. Dans la littérature, cette trajectoire est souvent choisie comme un motif (zigzag ou offset du contour). Peu de travaux considèrent une optimisation complète qui permettrait d'améliorer l'efficacité du processus et de gagner en intuition à propos de l'influence de la forme de la pièce à scanner sur la trajectoire de lasage [1, 3, 4].

Le travail présenté ici fait suite à [3]. En deux dimensions (plan de la couche) et en supposant que la source se déplace à très grande vitesse (activant ainsi toute la trajectoire instantanément) permettant l'utilisation d'un modèle stationnaire, un algorithme basé sur des techniques d'optimisation de forme est présenté dans cet article. En revanche, l'article [3] n'optimise que la forme de la trajectoire sans en modifier sa topologie.

On propose ici deux approches différentes pour ajouter ce paramètre dans l'optimisation [2]. La première consiste à faire varier la puissance entre 0 et une valeur maximale le long de la trajectoire. Un procédé de régularisation-pénalisation permet d'éviter les valeurs de puissance intermédiaire en n'autorisant que des variations de valeur maximale. Afin de limiter le nombre de ces variations, une pénalisation de la variation totale est enfin intégrée à l'optimisation grâce à un algorithme de gradient proximal. La seconde approche consiste à adapter les techniques d'optimisation topologique à des lignes. En plus d'une comparaison des deux techniques, les résultats numériques permettent de mieux comprendre le procédé physique et de gagner en intuition sur les propriétés d'une trajectoire optimale.

Références

- [1] T. ALAM, S. NICAISE, AND L. PAQUET, *An optimal control problem governed by the heat equation with nonconvex constraints applied to the selective laser melting process*, *Minimax Theory and its Applications*, 6 (2021).
- [2] M. BOISSIER, *Coupling structural optimization and trajectory optimization methods in additive manufacturing*, PhD thesis, Institut Polytechnique de Paris, 2020.
- [3] M. BOISSIER, G. ALLAIRE, AND C. TOURNIER, *Scanning path optimization using shape optimization tools*, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 61 (2020), pp. 2437–2466.
- [4] Q. CHEN, J. LIU, X. LIANG, AND A. TO, *A level-set based continuous scanning path optimization method for reducing residual stress and deformation in metal additive manufacturing*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 360 (2020), p. 112719.

Contact : mathilde.boissier@polytechnique.edu

Un problème à discontinuité libre issu de l'isolation thermique

Camille LABOURIE, University of Cyprus - Nicosie

Les problèmes à discontinuité libre dans \mathbf{R}^n consistent à minimiser l'énergie d'un couple (u, K) formé d'un ensemble K de dimension $(n - 1)$ et d'une fonction u de classe C^1 en dehors de K . L'énergie présente une compétition entre une énergie de type Dirichlet de u dans $\mathbf{R}^n \setminus K$ et une énergie de surface de K . On interprète K comme une hypersurface (avec possiblement des singularités) où la fonction u fait un saut. Ceci permet de réduire les oscillations locales de u dans $\mathbf{R}^n \setminus K$.

On présente un problème à discontinuité libre qui minimise l'énergie d'une configuration d'isolation thermique. Ce problème a été étudié par Caffarelli–Kriventsov et Bucur–Giacomini en relaxant la fonctionnelle dans l'espace de fonctions SBV . Il s'agit de minimiser

$$E(u) = \int |\nabla u|^2 d\mathcal{L}^n + \int_{J_u} (u^-)^2 + (u^+)^2 d\mathcal{H}^{n-1} + \mathcal{L}^n(\{u > 0\}) \quad (1)$$

parmi les fonctions $u \in SBV(\mathbf{R}^n)$ telles que $u = 1$ sur un domaine fixé $\Omega \subset \mathbf{R}^n$. Les minimiseurs u ont la propriété d'être harmoniques et de réaliser une condition de Robin au bord de l'ensemble de discontinuité.

On motivera d'abord l'espace SBV et la fonctionnelle. On expliquera ensuite comment montrer $|\nabla u|$ est localement intégrable avec un exposant > 2 et on fera le lien avec la dimension du sous-ensemble Σ des points singuliers de K .

Théorème 1 (Théorème informel issu de [4]). *Soit $u \in SBV(\mathbf{R}^n)$ un minimiseur de (1). Alors il existe $p > 2$ tel que $|\nabla u| \in L^p_{\text{loc}}(\mathbf{R}^n)$ et*

$$\dim(\Sigma) \leq \max\left(n - \frac{p}{2}, n - 8\right) < n - 1.$$

- [1] D. Bucur, A. Giacomini. *Shape optimization problems with Robin conditions on the free boundary*. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, **33(6)**, 1539–1568, 2016. doi : 10.1016/j.anihpc.2015.07.001.
- [2] L. A. Caffarelli, D. Kriventsov. *A free boundary problem related to thermal insulation*. Comm. Partial Differential Equations, **41(7)**, 1149–1182, 2016. doi :10.1080/03605302.2016.1199038.
- [3] D. Kriventsov. *A free boundary problem related to thermal insulation : flat implies smooth*. Calc. Var. Partial Differential Equations, **58(2)**, Paper No. 78, 83, 2019. doi :10.1007/s00526-019-1509-0.
- [4] C. Labourie, E. Milakis. *Higher integrability of the gradient for the thermal insulation problem*, 2021.

Contact : labourie.camille@ucy.ac.cy

Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène

Jean VAN SCHAFTINGEN, Université catholique de Louvain - Louvain-la-Neuve
Antonin MONTEIL, Université de Bristol - Bristol
Rémy RODIAC, Université Paris-Saclay - Orsay

Il est connu qu'une application harmonique minimisante sur un domaine borné $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ à valeurs dans une variété \mathcal{N} – à savoir minimisant l'énergie de Dirichlet avec sa propre donnée au bord – est lisse. En particulier, si Ω est simplement connexe, alors il n'est pas possible d'étendre à énergie finie une donnée au bord dont la classe d'homotopie n'est pas triviale. Pour de telles données au bord, nous verrons comment définir des applications harmoniques singulières les plus harmoniques possibles. Ces applications sont harmoniques en dehors d'un ensemble fini de points – ou singularités ponctuelles – et minimisent une énergie renormalisée obtenue en retirant à l'énergie de Dirichlet la contribution infinie près de chaque singularité. Nous montrerons que dans le cas d'une variété suffisamment symétrique, il est possible de caractériser le comportement de telles applications près d'une singularité $a \in \Omega$: le blow-up près de a converge vers une application homogène, à savoir du type $\gamma(\frac{x}{|x|})$, où γ est une géodésique fermée. Cela utilise une inégalité de non-dégénérescence de l'énergie des courbes fermées près d'une géodésique minimisante qui repose sur les symétries de la variété.

Contact : antonin.monteil@bristol.ac.uk

Lagrangian critical points in optimal quantization problems.

Clément SARRAZIN, Laboratoire de mathématiques d'Orsay - Orsay

Abstract : Consider the problem of optimal quantization of a probability measure with density. When minimization is only done with respect to the position of the Dirac masses, one is left with minimizing a non-convex functional over a high dimensional space. It is a well-known fact that, following the gradient flow of this functional leads to discrete measure which are close to the underlying density, provided one started from Dirac masses spread far away from each other. I will give arguments in that direction. I will also prove some regularity results on the limits of general critical measures, which concur with the smooth patterns observed on numerical simulations in the more degenerate cases.

Contact : prénom.nom@universite-paris-saclay.fr

Conditions aux limites numériques : analyse et méthodes

Christophe BESSE, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse
Jean-François COULOMBEL, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

Frédéric LAGOUTIÈRE, Institut Camille Jordan - Lyon
Pascal NOBLE, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

La simulation des phénomènes de transport ou propagation qui apparaissent dans les modèles hyperboliques et dispersifs ou dans certains systèmes paraboliques demande une attention particulière pour contrôler, réduire ou annuler l'influence des bords du domaine de la solution numérique. Il existe plusieurs approches pour munir le bord en question de conditions assurant de bonnes propriétés de stabilité et de précision. Dans ce mini-symposium, nous voudrions que soient présentées des avancées récentes sur le sujet basées sur des méthodes d'énergie, des techniques d'intégrations par parties, la transformée de Laplace, pour des problèmes multidimensionnels et des applications comme le couplage de modèles, la génération de vagues ou le calcul parallèle.

Les travaux des orateurs du mini-symposium couvrent un large spectre de techniques et de modèles correspondant aux problématiques étudiées. Parmi les avancées récentes qui pourront être abordées, citons par exemple : la construction de conditions aux limites transparentes pour l'équation de Schrödinger bi-dimensionnelle dans un rectangle, la construction de conditions aux limites transparentes pour des modèles raides, la modélisation de la propagation de tsunamis etc.

Ce mini-symposium est financé en partie par le projet NABUCO de l'Agence Nationale de la Recherche, ANR-17-CE40-0025.

Contact : jean-francois.coulombel@math.univ-toulouse.fr

A fast second-order discretization scheme for the linearized Green-Naghdi system with absorbing

Xavier ANTOINE, IECL - Université de Lorraine, Nancy

Songsong JI, College of Engineering - Beijing

Gang PANG, School of Mathematical Science - Beihang University, Beijing

In this talk, I will present a fully discrete second-order finite-difference scheme with fast evaluation of the convolution involved in the absorbing boundary conditions to solve the one-dimensional linearized Green-Naghdi system. The Padé expansion of the square-root function in the complex plane is used to implement the fast convolution. By introducing a constant damping parameter into the governing equations, the convergence analysis is developed when the damping term fulfills some conditions. In addition, the scheme is stable and leads to a highly reduced computational cost and low memory storage. A numerical example is provided to support the theoretical analysis and to illustrate the performance of the fast numerical scheme.

Contact : xavier.antoine@univ-lorraine.fr

Stability of hyperbolic boundary value problem approximations in an interval

Antoine BENOIT, LMPA - Calais

We are here interested in the stability of a rather generic class of finite difference schemes approximation for hyperbolic boundary value problems defined in an interval. Although such approximations come in a natural way during the implementations a little is known about their stability in the literature. A well established fact is that because of the two boundary conditions the solution may develop a non trivial exponential growth (with respect to the time parameter), phenomenon which does not occur in the more studied framework of the half-line geometry. In this talk we discuss and characterize the schemes having (or not) this growth. The main tool is the introduction of a discrete Osher type symmetrizer firstly introduced to deal with hyperbolic boundary value problems in the quarter space.

Contact : antoine.benoit@univ-littoral.fr

Transparent Boundary Conditions for Wave Propagation in Fractal Trees

Patrick JOLY, POEMS (CNRS, ENSTA, INRIA), IP Paris - Palaiseau
 Maryna KACHANOVSKA, POEMS (CNRS, ENSTA, INRIA), IP Paris - Palaiseau

In this work we consider the problem of sound propagation in a bronchial network of the human lung. Asymptotically, this phenomenon is modelled by a weighted wave equation posed on a fractal (i.e. self-similar) 1D tree [1, 2]. The principal difficulty in the numerical resolution of this problem stems from the structural infiniteness of the domain, on one hand, and from the presence of the reflections from the 'infinite' boundary and the nodes of the tree, on the other hand. To overcome this problem, we propose to use approximate transparent boundary conditions, based on an approximation of the DtN (Dirichlet-to-Neumann) operator. The latter is a convolution operator, whose convolution kernel is not known in a computable form; nonetheless, it is possible to compute its symbol, which satisfies a certain non-linear equation. Moreover, it is known that this symbol can be represented as a series of simple fractions, whose poles and residues are related respectively to the eigenvalues and normal traces of eigenfunctions of a weighted Laplacian on such a fractal tree.

Based on this information about the symbol of the DtN, we propose two approaches for approximate transparent boundary conditions: the first one is a convolution quadrature [3, 4] based approach, while the second one is based on a local approximation of the DtN map, in the spirit of [5], which, in turn, stems from truncating the series of simple fractions representing the symbol of the DtN.

We present error and complexity estimates for both approaches, and conclude the discussion with numerical experiments.

Références

- [1] P. Joly, A. Semin, Construction and analysis of improved Kirchoff conditions for acoustic wave propagation in a junction of thin slots *ESAIM : Proc.*, **25**, pp. 44-67 (2008)
- [2] P. Joly, A. Semin, Mathematical and numerical modelling of wave propagation in fractal trees. *C.R.A.S. Mathématique*, vol. **349**, pp. 1047-1051 (2011)
- [3] C. Lubich, Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. *Numer. Math.*, **52**(2), 129-145 (1988).
- [4] L. Banjai, C. Lubich, F.-J. Sayas, Stable numerical coupling of exterior and interior problems for the wave equation. *Numer. Math.* **129**(4), 611-646 (2015).
- [5] B. Engquist, A. Majda, Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves. *Math. Comp.* **31**(139), 629-651 (1977).
- [6] P. Joly, M. Kachanovska, A. Semin, Wave propagation in fractal trees. Mathematical and numerical issues. *Networks and Heterogeneous Media*, vol. **14**, pp. 205-264 (2019)
- [7] P. Joly, M. Kachanovska Transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees : convolution quadrature approach. *Numerische Mathematik*, **146**, pp. 281-334 (2020)
- [8] P. Joly, M. Kachanovska Local transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees (I). Method and numerical implementation. Submitted.
- [9] P. Joly, M. Kachanovska Local transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees (II). Error and complexity analysis Submitted.

Contact : maryna.kachanovska@inria.fr

4-Equations Model for Thin liquid Films

Christian RUYER-QUIL, LOClE UMR 5271 CNRS - Université Savoie Mont Blanc
Khawla MSHEIK, Institut Camille Jordan UMR 5208 CNRS - Université Claude Bernard Lyon1

After [1], the use of Weighted Residual Method (WRM) to derive shallow water models for free surfaces has been a true refinement in modeling thin liquid films. An advantage in using WRM is that there is no need to use asymptotic expansions to close the system, and also we have an exact velocity profile which would eventually lead to obtain good results for the relaxation terms compatible with the eigenmodes (damping coefficients) of a perturbed viscous film. On the other hand, in [2], the authors have successfully introduced a new variable equivalent to the enstrophy to derive a consistent shallow water model. In the following approach, we introduce two new variables that express an easier expression for the enstrophy and thus enable an easier extension to 2D models (3D flows). We have tried to derive a refined 4-equation shallow water model using WRM and the velocity profile defined in terms of these two variables which are related to the second moment of the deviation of the shear velocity from its depth average. The obtained model is consistent at first order, and good numerical results are obtained for the second order model when tested for solitary wave solutions. Our derivation is done starting from the incompressible Navier Stokes system for a free surface fluid driven by gravity and flowing down an inclined plane.

Références

- [1] RUYER-QUIL C, MANNEVILLE P. Improved modeling of flows down inclined planes. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*. 2000 May ;15(2) :357-69.
- [2] RICHARD GL, RUYER-QUIL C, VILA JP. A three-equation model for thin films down an inclined plane. *Journal of Fluid Mechanics*. 2016 Oct 10 ;804 :162.

Contact : msheik@math.univ-lyon1.fr

Contrôle, observation et stabilisation

Michel DUPREZ, Inria - Strasbourg

Swann MARX, LS2N - Nantes

Le thème de ce mini-symposium porte sur le contrôle, l'observation et la stabilisation de systèmes dynamiques, modélisés soit par des équations aux dérivées ordinaires (EDO) ou des équations aux dérivées partielles (EDP). L'objectif de cette session est de présenter des travaux récents et innovants sur ces questions. Un autre but, non moins négligeable, est de rassembler des chercheurs aux thématiques diverses, aussi bien intéressés par des aspects théoriques (existence et propriétés de commandes) que par des aspects appliqués (lois de stabilisation, observateurs, approximation numériques de commandes).

Les orateurs pressentis sont :

- Pauline Bernard, CAS, Paris : Synthèse d'observateur non-linéaire dans les coordonnées initiales par extension d'immersion injective
- Lucas Brivadis, LAGEPP, Lyon : Observateurs de Luenberger à dimension infinie : application à un processus de cristallisation
- Laetitia Giraldi, Inria, Sophia Antipolis : Navigation de micro-nageurs à flagelles
- Pierre Lissy, CEREMADE, Paris : Un résultat de contrôlabilité interne pour une classe de systèmes d'ondes couplées
- Dario Prandi, L2S, Gif-sur-Yvettes : Taux de décroissance exponentielle pour flots gradients dégénérés soumis à une condition d'excitation persistante

Contact : michel.duprez@inria.fr, swann.marx@ls2n.fr

Extension d'immersions injectives pour la synthèse d'observateurs

Pauline BERNARD, CAS, MINES ParisTech, Université PSL - Paris

Laurent PRALY, CAS, MINES ParisTech, Université PSL - Paris

Vincent ANDRIEU, LAGEPP, CNRS - Lyon

Dans de nombreuses applications, estimer en temps réel l'état d'un système dynamique

$$\dot{x} = f(x) \quad , \quad y = h(x) \quad (1)$$

à partir des sorties y mesurées est crucial, que ce soit à des fins de stabilisation, de surveillance, etc. Parmi les solutions possibles, la synthèse d'observateur consiste à implémenter un système dynamique

$$\dot{z} = \varphi(z, y) \quad , \quad \hat{x} = \tau(z) \quad (2)$$

prenant en entrée les mesures $y = h(x)$ de (1) et dont l'état z permet asymptotiquement de construire une estimée \hat{x} de l'état du système x de (1), i.e., tel que $\lim_{t \rightarrow +\infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0$.

Lorsque f est non linéaire, il n'existe pas de synthèse systématique, à part pour des formes particulières (affines en l'état, triangulaires etc) Il s'agit donc en général de trouver un changement de coordonnées qui transforme la dynamique (1) dans l'une de ces formes, puis synthétiser l'observateur φ dans ces coordonnées, et enfin inverser la transformation pour retrouver l'estimée \hat{x} dans les coordonnées initiales. En d'autres termes, il existe une application injective $T : \mathcal{S} \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow T(\mathcal{S}) \subset \mathbb{R}^{n_z}$ avec $n_z \geq n_x$, tel que $\lim_{t \rightarrow +\infty} |z(t) - T(x(t))| = 0$ et τ est une inverse à gauche de T , qui doit être définie sur \mathbb{R}^{n_z} puisque z n'a aucune raison de rester dans la variété différentielle $T(\mathcal{S})$.

Malheureusement, dans la plupart des cas, une expression analytique et globale de cette inverse à gauche n'est pas disponible. La voie de l'inversion numérique par minimisation n'est alors pas forcément envisageable en ligne, dû au coût en calcul et au manque de garanties de convergence en l'absence de convexité. Nous proposons donc une alternative qui consiste à ramener la dynamique de l'observateur (2) directement dans les coordonnées initiales.

Pour cela, nous proposons d'augmenter et d'étendre T en un difféomorphisme surjectif, quitte à ajouter des coordonnées fictives $w \in \mathbb{R}^{n_z - n_x}$ à x , i.e., nous nous intéressons au problème suivant.

Problème. *Etant donné une immersion injective $T : \mathcal{S} \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow T(\mathcal{S}) \subset \mathbb{R}^{n_z}$ et un ensemble $\mathcal{X} \subset \mathcal{S}$, trouver un difféomorphisme $T_e : \mathcal{S}_e \subset \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_z - n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ tel que*

1. $T_e(x, 0) = T(x)$ pour tout $x \in \mathcal{X}$
2. $T_e(\mathcal{S}_e) = \mathbb{R}^{n_z}$.

En effet, tant que les solutions $t \mapsto x(t)$ de (1) à estimer restent dans \mathcal{X} , l'observateur (2) peut alors s'implémenter dans les coordonnées initiales comme

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{w}} \end{pmatrix} = \left(\frac{dT_e}{d(x, w)}(\hat{x}, \hat{w}) \right)^{-1} \varphi(T_e(\hat{x}, \hat{w}), y)$$

dont les solutions sont complètes (grâce à 1.) et vérifient (grâce à 2.)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |\hat{x}(t) - x(t)| = 0 \quad , \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} |\hat{w}(t)| = 0 .$$

Nous présenterons des conditions et une méthodologie permettant de résoudre ce problème, par complétion de matrice jacobienne et extension d'image de difféomorphisme. Ces méthodes peuvent aussi être utilisées en optimisation pour assurer la convergence globale d'algorithmes d'inversion numériques, tels une descente de gradient ou un algorithme de Newton par exemple.

Source : P. Bernard, L. Praly, V. Andrieu, Expressing an observer in preferred coordinates by transforming an injective immersion into a surjective diffeomorphism, SIAM Journal of Control and Optimization, Vol 56, No. 3, pp. 2327–2352, 2018, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01199791>

Contact : pauline.bernard@mines-paristech.fr

Observateurs de Luenberger en dimension infinie: application à un procédé de cristallisation

Lucas BRIVADIS, LAGEPP - Lyon Ludovic SACCHELLI, LAGEPP - Lyon

Au cours d'un procédé de cristallisation, l'évolution de la distribution en taille des particules (DTP) peut être modélisée par une équation de transport. L'objectif de notre étude est d'estimer la DTP à partir de la mesure de la distribution en longueur des cordes (DLC). Cette mesure, également de dimension infinie, dépend de la forme des cristaux observés. Après avoir modélisé la DLC pour des particules sphéroïdales, nous proposons d'appliquer un algorithme "Back and Forth Nudging" pour reconstruire la DTP à partir de la DLC. Cet algorithme se base sur l'utilisation itérative d'observateurs de Luenberger en temps positif et en temps rétrograde. Nous démontrons la convergence de cette méthode sous une hypothèse d'observabilité approchée, que nous vérifions dans différents cas.

- [1] L. Brivadis, V. Andrieu, U. Serres, J.-P. Gauthier. *Luenberger observers for infinite-dimensional systems, back and forth nudging, and application to a crystallization process*. SIAM Journal on Control and Optimization, **59(2)**, 857–886, 2021. doi :10.1137/20M1329020.
- [2] L. Brivadis, L. Sacchelli. *New inversion methods for the single/multi-shape CLD-to-PSD problem with spheroid particles*, 2020. Submitted to Journal of Process Control.
- [3] L. Brivadis, L. Sacchelli. *Approximate observability and back and forth observer of a PDE model of crystallisation process*, 2021. Submitted to IEEE CDC 2021.
- [4] L. Brivadis, L. Sacchelli. *Project BFNCrist*. <https://github.com/sacchelli/BFNCrist>, 2021.

Contact : lucas.brivadis@univ-lyon1.fr

Sur le contrôle de micro-nageurs à flagelles

Laetitia GIRALDI, INRIA Calisto - Sophia-Antipolis

Les bactéries, les spermatozoïdes ou le plancton qui nagent sont des exemples naturels de particules actives autopropulsées. S'inspirer de ces organismes vivants est essentiel pour la conception de micro-dispositifs artificiels utilisés en médecine. En particulier, les micro-nageurs déformables ont un fort potentiel en raison de leur aptitude à réaliser un large ensemble de stratégies de nage et à sélectionner la plus efficace en fonction du milieu biologique où ils évoluent.

Dans cet exposé, nous étudierons le déplacement contrôlé de nageurs à flagelles au travers des derniers travaux de l'auteur et collaborateurs. Tout d'abord, nous montrerons comment l'utilisation du contrôle optimal permet de commander des micro-robots magnétiques avec une queue élastique. Cependant, lorsque le nageur est immergé dans un fluide à écoulement une telle approche se heurte à la complexité numérique de sa dynamique. Dans ce contexte chaotique, nous montrerons comment les méthodes d'apprentissage par renforcement permettent d'optimiser efficacement la stratégie de déplacement de micro-nageurs ondulatoires.

Contact : laetitia.giraldi@inria.fr

Un résultat de contrôlabilité interne pour une classe de systèmes d'ondes couplées

Pierre LISSY, CEREMADE - Université Paris-Dauphine
Jingrui NIU, LMO - Université Paris-Saclay

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ ($d \in \mathbb{N}^*$) un domaine borné régulier. On considère deux d'Alembertiens $\square_1 = \partial_t^2 - d_1 \Delta$ et $\square_2 = \partial_t^2 - d_2 \Delta$ avec vitesses différentes $d_1 \neq d_2$. Soient n_1, n_2 deux entiers $n = n_1 + n_2$. Soit ω un sous-ensemble ouvert de Ω et $T > 0$. On s'intéresse ici à un problème de contrôlabilité pour le système d'équations d'ondes couplées

$$\begin{cases} \square_1 U_1 + A_1 U_2 & = 0 & \text{dans } (0, T) \times \Omega, \\ \square_2 U_2 + A_2 U_1 & = bf \mathbb{1}_\omega & \text{dans } (0, T) \times \Omega, \\ U_1 & = U_2 = 0 & \text{sur } (0, T) \times \partial\Omega, \\ (U_1, U_2)|_{t=0} & = (U_1^0, U_2^0) & \text{dans } \Omega, \\ (\partial_t U_1, \partial_t U_2)|_{t=0} & = (U_1^1, U_2^1) & \text{dans } \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

Ici, pour $j = 1, 2$, on note $U_j = \begin{pmatrix} u_1^j \\ \vdots \\ u_{n_j}^j \end{pmatrix}$ la solution correspondant à la vitesse d_j . $f \in L^2((0, T) \times \omega)$

est un contrôle scalaire. $A_1 \in \mathcal{M}_{n_1, n_2}(\mathbb{R})$ et $A_2 \in \mathcal{M}_{n_2, n_1}(\mathbb{R})$ sont deux matrices de couplages constantes et b est un vecteur de \mathbb{R}^{n_2} .

La première difficulté est d'identifier un espace d'état correct pour (1). Cet espace d'état fait intervenir différents niveaux d'énergie, mais fait aussi des conditions de compatibilité plus surprenantes. Nous illustrerons ceci sur des exemples simples.

La deuxième étape est de démontrer une CNS de contrôlabilité de type "condition de Kalman spectrale" dans cet espace, sous condition de contrôle géométrique usuelle sur (ω, T) , à l'aide d'une stratégie basée sur l'utilisation de mesures de défauts microlocales. Cette stratégie nécessite notamment une reformulation du système pour travailler à des niveaux d'énergie égaux pour chacune des composantes du système.

Il s'agit d'un travail en cours de rédaction en collaboration avec Jingrui Niu.

Taux de décroissance exponentielle pour flots gradients dégénérés soumis à une condition d'excitation persistente

Yacine CHITOUR, L2S, Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette
Paolo MASON, L2S, CNRS, Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette
Dario PRANDI, L2S, CNRS, Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

In this talk we will present some recent results [2] on the worst rate of exponential decay for systems of the type

$$\dot{x}(t) = -c(t)c(t)^\top x(t), \quad x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad (\text{DGF})$$

where the signal $c : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}^n$ is square integrable and verifies the *persistent excitation* condition. That is, there exist constants $a, b, T > 0$ such that

$$\forall t \geq 0, \quad a \text{Id}_n \leq \int_t^{t+T} c(s)c(s)^\top ds \leq b \text{Id}_n. \quad (\text{PE})$$

These dynamics appears in the context of adaptive control and identification of parameters, and are usually referred to as *degenerate gradient flow systems*. It is well-known that the persistent excitation condition is equivalent to the global exponential stability of the system.

The rate of exponential decay for (DGF) is the positive quantity $R(c)$ defined by

$$R(c) := -\limsup_{t \rightarrow +\infty} \frac{\log \|\Phi_c(t, 0)\|}{t},$$

where $\Phi_c(t, t_0)$ denotes the flow of (DGF) from t_0 to t . The *worst rate of exponential decay* for (DGF) is the positive quantity $R(a, b, T, n)$ obtained as the infimum of $R(c)$ as the signal c runs over all square-integrable functions satisfying (PE). We observe that lower bounds for $R(a, b, T, n)$ of the form

$$R(a, b, T, n) \geq \frac{Ca}{(1 + nb^2)T},$$

are well-known [1].

Our main result is then the following, which shows that for n fixed the known lower bounds are indeed optimal.

Théorème 1. *There exists $C_0 > 0$ such that for every $n \in \mathbb{N}$, $T > 0$, and $0 < a \leq b$ it holds*

$$R(a, b, T, n) \leq \frac{C_0 a}{(1 + b^2)T}.$$

The proof is based on recasting the computation of $R(a, b, T, n)$ as an optimal control problem, which is then carefully analysed to yield the result.

As a byproduct of our technique, we also prove necessary conditions for the exponential converges of systems of the form (DGF), under more general persistent excitation conditions.

[1] S. Andersson, P. Krishnaprasad. *Degenerate gradient flows : A comparison study of convergence rate estimates*. In *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002.*, vol. 4, pp. 4712–4717. IEEE. doi :10.1109/CDC.2002.1185122.

[2] Y. Chitour, P. Mason, D. Prandi. *Worst exponential decay rate for degenerate gradient flows subject to persistent excitation*. To appear on SIAM Journal on Control and Optimization (SICON), 2021.

Contact : dario.prandi@centralesupelec.fr

Sur le problème de Schrödinger et la régularisation entropique

Ivan GENTIL, Institut Camille Jordan - Lyon

Le problème de Schrödinger est un problème de minimisation de l'entropie le long de trajectoire, il provient des idées de Schrödinger dans les années 30. Entre un problème de grandes déviations en probabilités, d'optimisation ou d'approximation, ce problème est devenu depuis plus de 10 ans un domaine très actif de la recherche mathématique. On pourra consulter le remarquable survey de Christian Léonard de 2014 sur le sujet.

À partir de la théorie des grandes déviations, lorsque le processus de référence est le mouvement Brownien, sa valeur minimale converge vers la distance de Wasserstein lorsque la température est nulle. Les interpolations entropiques, solutions du problème de Schrödinger, sont donc des chemins remarquables entre deux mesures de probabilités, approximant de façon lisse les géodésiques. Ainsi, ce domaine de recherche est à la fois théorique, en lien avec des problèmes de grandes déviations sur des trajectoires, mais aussi appliqué car c'est un moyen très efficace pour approcher la distance de Wasserstein entre deux mesures de probabilités, permettant des calculs numériques performants (voir par exemple le livre de 2019 de G. Peyré et M. Cuturi sur le sujet)

Les orateurs proposés sont :

- Aymeric Baradat (ICJ, Lyon, CR CNRS)
- Gauthier Clerc (ICJ, Lyon, Doctorant)
- Giovanni Conforti (Ecole Polytechniques, Paris, Maître de Conférences)
- Katharina Eichinger (CEREMADE, Paris, Doctorante)

Contact : gentil@math.univ-lyon1.fr

Minimisation entropique par rapport au mouvement Brownien branchant

Aymeric BARADAT, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

Hugo LAVENANT, Bocconi University - Milan

Dans ce travail, nous introduisons une généralisation du problème de Schrödinger où le mouvement Brownien du problème original est remplacé par le mouvement Brownien branchant. De la même façon que le problème de Schrödinger admet une interprétation en termes de transport optimal régularisé, notre nouveau problème admet une interprétation en termes de transport optimal régularisé et non-équilibré, c'est à dire au cours duquel la masse totale du système varie. Nous proposons donc une dérivation de ce type de modèles de transport, pertinent pour beaucoup d'applications en particulier en biologie, à partir d'arguments probabilistes.

Contact : baradat@math.univ-lyon1.fr

Convergence en temps long des interpolations entropiques.

Gauthier CLERC, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

Dans cet exposé on s'intéresse aux interpolations entropiques. Ces courbes à valeurs dans l'ensemble des mesures de probabilités d'un espace donné décrivent les minimiseurs du problème de Schrödinger. Il est bien connu qu'en temps court les interpolations entropiques convergent vers les géodésiques du transport optimal. Ici nous nous intéressons à la convergence en temps long de ces interpolations. On montrera qu'elles convergent vers les solutions de l'équation de la chaleur qui est le flot de gradient de l'entropie dans le formalisme du calcul d'Otto. On donne des taux de convergence explicites en supposant une condition de courbure dimension. On s'intéressera en particulier au cas $CD(0, n)$. On introduira les notions de calculs d'Otto et de courbure dimension, avant de démontrer les résultats désirés via un toy model.

Contact : clerc@math.univ-lyon1.fr

Équation de Hamilton Jacobi pour le problème de Schroedinger

Richard KRAAIJ, TU Delft - Delft
Giovanni CONFORTI, CMAP, IPParis - Palaiseau
Daniela TONON, Univeristà di Padova - Padova

L'étude des problèmes de Schroedinger où le système de particules sous jacent inclut une interaction de type champ moyen fait apparaître naturellement une équation de Hamilton Jacobi sur l'espace de mesure des probabilités équipé avec une structure pseudo-Riemannienne, comme par exemple celle induite par le transport optimal. Le but de cette exposé est de présenter cette equation et d'illustrer les idées d'une strategie générale qui, en exploitant les propriétés des flots gradients, permet de montrer l'unicité des solutions. Travail en collaboration avec R.Kraaij (TU Delft) et D.Tonon (Università di Padova)

Contact : giovanni.conforti@polytechnique.edu

Régularisation entropique des barycentres dans l'espace de Wasserstein

Guillaume **CARLIER**, CEREMADE et INRIA-MOKAPLAN - Paris

Katharina EICHINGER, CEREMADE et INRIA-MOKAPLAN - Paris

Alexey **KROSHNIN**, Université Claude Bernard et HSE university - Lyon, Moscou

Dans cet exposé, nous présenterons des propriétés des barycentres dans l'espace de Wasserstein pénalisés par l'entropie qui ont été étudiés pour la première fois par Bigot, Cazelles et Papadakis [2] afin de régulariser les barycentres de Wasserstein qui ont été introduits par Agueh et Carlier [1]. Les barycentres de Wasserstein sont une instance particulière de moyenne de Fréchet des mesures de probabilité par rapport à la distance de Wasserstein. Cette notion d'interpoler les mesures est devenue relativement populaire dans le traitement d'images ou l'apprentissage statistique par exemple. Une théorie de régularité est pour le moment très peu établie. Ici, nous régularisons le problème d'une manière naturelle avec l'entropie et profitons de ce procédure afin de déduire des propriétés en plus. Après une caractérisation en tant que système d'équations Monge-Ampère, nous montrerons des estimations des moments globales et de Sobolev. Ensuite, nous déduisons des propriétés de régularité supérieur. Finalement, sous des hypothèses adaptées nous établirons un théorème centrale limite pour les barycentres de Wasserstein entropiques. L'exposé est basé sur l'article [3].

- [1] M. Agueh, G. Carlier. *Barycenters in the Wasserstein Space*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, **43**(2), 904–924, 2011.
- [2] J. Bigot, E. Cazelles, N. Papadakis. *Penalization of Barycenters in the Wasserstein Space*. SIAM Journal on Mathematical Analysis, **51**(3), 2261–2285, 2019.
- [3] G. Carlier, K. Eichinger, A. Kroshnin. *Entropic-Wasserstein barycenters : PDE characterization, regularity and CLT*. to appear, 2020.

Contact : eichinger@ceremade.dauphine.fr

Transport optimal pour l'inférence statistique

Elsa CAZELLES, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (IRIT) & CNRS - Toulouse
Antoine HOUDARD, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB) - Bordeaux

Résumé : Le transport optimal consiste à transférer la masse d'une distribution source sur une distribution cible tout en minimisant un coût de déplacement. Il permet donc de comparer des mesures en intégrant l'information de l'espace sur lesquelles elles sont définies. Son coût de calcul élevé a longtemps été une barrière à son utilisation pour l'analyse de données. Ces dernières années, les avancées en recherche (approximation, régularisations, etc.) ainsi que l'augmentation des moyens de calcul ont permis d'accélérer considérablement les temps de calcul en grande dimension. Grâce à ces développements, des algorithmes (stochastiques notamment) rapides ont été développés permettant au transport optimal de devenir un outil performant pour l'inférence statistique et l'analyse de données. Dans ce symposium, nous proposons d'explorer différentes approches d'utilisation du transport optimal comme outil statistique à travers des applications diverses (clustering de données, traitement de l'image, traitement de données médicales, neurosciences).

Orateurs :

- Claire Brecheteau, MCF, Mathématiques et informatique appliquées aux sciences humaines et sociales (MIASHS), Université Rennes 2
- Paul Freulon, Doctorant, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB), Université Bordeaux
- Thibault Séjourné, Doctorant, Département de Mathématiques et Application (DMA), École Normale Supérieure
- Jonathan Vacher, Post-doctorant, Laboratoire des Systèmes Perceptifs (LSP), École Normale Supérieure

Contact : antoine.houdard@u-bordeaux.fr

Approximation de données par des unions d'ellipsoïdes et partitionnement.

Claire BRÉCHETEAU, IRMAR - Rennes Clément LEVRARD, LPSM - Paris
Bertrand MICHEL, LMJL - Nantes

Je vais introduire des substituts pour la fonction distance au support d'une mesure, dont les sous-niveaux sont des unions de boules ou des unions d'ellipsoïdes. J'énoncerai plusieurs résultats. En particulier, je parlerai des vitesses d'approximation de ces substituts par leurs versions empiriques, construites à partir d'échantillons de points. J'expliquerai aussi comment mettre à profit de tels estimateurs pour partitionner des données qui ont une structure géométrique particulière. Les résultats présentés sont issus des papiers [2, 1], et de travaux en cours.

- [1] C. BréchetEAU. *Robust anisotropic power-functions-based filtrations for clustering*. In *36th International Symposium on Computational Geometry (SoCG 2020)*, vol. 164, 2020.
- [2] C. BréchetEAU, C. Levrard. *A k -points-based distance for robust geometric inference*. *Bernoulli*, **26**(4), 2020.

Contact : claire.brecheteau@univ-rennes2.fr

Algorithme stochastique pour le transport optimal et application à des données médicales

Paul FREULON, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

Jérémie BIGOT, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

Boris HEJBLUM, INSERM - Bordeaux

Il sera présenté une méthode permettant d'estimer les proportions de différentes populations cellulaires présentes dans un échantillon biologique à partir de données médicales appelées données de cytométrie en flux. Cette méthode développée dans [1], repose sur l'utilisation de la distance de Wasserstein afin d'évaluer la proximité entre deux séries de mesures de cytométrie en flux. Pour approximer la distance de Wasserstein et son gradient, on utilise la procédure d'optimisation stochastique de Robbins-Monro, ainsi que la régularisation entropique de la distance de Wasserstein.

- [1] P. Freulon, J. Bigot, B. P. Hejblum. *Cytopt : Optimal transport with domain adaptation for interpreting flow cytometry data*. arXiv preprint arXiv :2006.09003, 2020.

Contact : paul.freulon@math.u-bordeaux.fr

Extensions du transport optimal: divergence de Sinkhorn et Gromov-Wasserstein "unbalanced"

Thibault SÉJOURNÉ, DMA, ENS, PSL - Paris

Gabriel PEYRÉ, DMA, ENS, PSL - Paris

François-Xavier VIALARD, LIGM, UPEM - Marne La Vallée

Le transport optimal, théorie permettant de définir des distances entre distributions, est un outil de choix dans les domaines de l'apprentissage machine et de l'estimation statistique car il prend en compte la géométrie de l'espace sous-jacent. Ces distances souffrent cependant de trois limitations pouvant être problématiques : (i) elles sont coûteuses à calculer, (ii) se limitent à la comparaison de probabilités et (iii) comparent des mesures définies sur le même espace. Ces contraintes peuvent être gênantes pour passer à l'échelle dans les calculs, pour être insensible aux "outliers" géométriques (dûs à des données bruitées), ou comparer des graphes (tels que des molécules aux structures différentes). Pour pallier ces limitations ont été proposés la régularisation entropique [1], le transport non-équilibré [2] et la distance de Gromov-Wasserstein [3].

Dans cette présentation j'introduirai d'abord la formulation non-équilibrée du transport, ainsi que sa variante entropique. Je détaillerai une variante de l'algorithme de Sinkhorn permettant de calculer le dual du problème grâce à une modification mineure de l'algorithme dans sa version équilibrée, avec une convergence linéaire. Je montrerai que le gain en temps de calcul dû à l'ajout d'une régularisation entropique se fait au détriment des propriétés mathématiques, mais qu'il est possible de corriger ce problème en définissant la divergence de Sinkhorn, une fonctionnelle convexe, positive, définie et métrisant la convergence en loi (travail joint avec Jean Feydy et Alain Trouvé) [4,5].

Dans un second temps, je présenterai la distance de Gromov-Wasserstein qui est un problème d'optimisation quadratique non convexe comparant des espaces munis d'une métrique et d'une mesure positive. Je définirai deux généralisations non-équilibrées de cette distance, l'une étant une borne supérieure pour l'autre. Je montrerai que la première définit une distance entre espaces métriques mesurés, et que pour la seconde il est possible de la calculer grâce à une régularisation entropique comme une suite de problème de transport non-équilibrés [6].

Références :

- [1] Cuturi, M. (2013). Sinkhorn distances : Lightspeed computation of optimal transport. *Advances in neural information processing systems*, 26, 2292-2300.
- [2] Liero, M., Mielke, A., & Savaré, G. (2018). Optimal entropy-transport problems and a new Hellinger-Kantorovich distance between positive measures. *Inventiones mathematicae*, 211(3), 969-1117.
- [3] Mémoli, F. (2011). Gromov-Wasserstein distances and the metric approach to object matching. *Foundations of computational mathematics*, 11(4), 417-487.
- [4] Feydy, J., Séjourné, T., Vialard, F. X., Amari, S. I., Trouvé, A., & Peyré, G. (2019, April). Interpolating between optimal transport and MMD using Sinkhorn divergences. In *The 22nd International Conference on Artificial Intelligence and Statistics* (pp. 2681-2690). PMLR.
- [5] Séjourné, T., Feydy, J., Vialard, F. X., Trouvé, A., & Peyré, G. (2019). Sinkhorn divergences for unbalanced optimal transport. *arXiv preprint arXiv :1910.12958*.
- [6] Séjourné, T., Vialard, F. X., & Peyré, G. (2020). The Unbalanced Gromov Wasserstein Distance : Conic Formulation and Relaxation. *arXiv preprint arXiv :2009.04266*.

Contact : thibault.sejourne@ens.fr

Interpolation de Textures pour l'Étude de la Vision

Jonathan VACHER, Laboratoire des Systèmes Perceptifs, École Normale Supérieure - Paris

Pascal MAMASSIAN, Laboratoire des Systèmes Perceptifs, École Normale Supérieure - Paris

Aida DAVILA, Albert Einstein College of Medicine - New-York

Adam KOHN, Albert Einstein College of Medicine - New-York

Ruben COEN-CAGLI, Albert Einstein College of Medicine - New-York

Les modèles de synthèse de textures sont des outils importants pour comprendre la vision. En particulier, les approches statistiques basées sur des caractéristiques pertinentes en neurosciences de la vision ont été la clé de récents progrès pour comprendre la vision et ses aspects corticaux. Les récentes approches basées sur l'apprentissage profond ont encore amélioré la qualité des textures synthétiques. Pour autant, les performances de ces méthodes sont encore mal comprises et les utilisations de ces algorithmes pour étudier la vision se font rares. Ici, nous montrons que les densités de probabilités des activations des différentes couches des réseaux profonds convolutionnels d'une texture sont à symétrie elliptique. Par conséquent, d'après la théorie du transport optimal, contraindre leurs moyennes et covariances est suffisant pour générer des nouvelles textures à partir d'un exemple. Ensuite, nous proposons d'utiliser les géodésiques de la métrique du transport optimal pour interpoler des paires de textures. En comparaison à d'autres approches basées sur les réseaux profonds convolutionnels, notre méthode d'interpolation correspond mieux à la géométrie de la perception des textures, et ainsi, le cadre de transport optimal semble être le plus approprié pour étudier la nature statistique de la perception des textures. Enfin, nous utilisons notre méthode d'interpolation de texture pour mesurer l'échelle perceptive d'observateurs humains correspondant au paramètre d'interpolation ainsi que la sensibilité des neurones de différentes aires corticales du macaque.

- [1] J. Vacher, A. Davila, A. Kohn, R. Coen-Cagli. *Texture interpolation for probing visual perception*. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 33, pp. 22146–22157. Curran Associates, Inc., 2020.

Contact : jonathan.vacher@ens.fr

Analyse de formes pour l'imagerie biomédicale

Irène KALTENMARK, MAP5, Université de Paris - Paris

Pierre ROUSSILLON, DMA, École Normale Supérieure - Paris

L'anatomie computationnelle est un champ de recherche en plein essor dont l'objectif est de développer, pour la médecine et la biologie, des méthodes numériques pour l'analyse de populations de formes extraites de bases de données d'imagerie biomédicale. Le cadre théorique initial s'appuie sur l'existence de déformations simples et bijectives entre des formes homologues. Néanmoins, la complexité et la variabilité des formes géométriques considérées appellent à assouplir l'hypothèse d'homologie (par exemple en tractographie ou pour des arbres vasculaires ou encore des données tronquées avec des bords artificiels). De même, certains processus de déformation dans l'analyse longitudinale des données (processus de croissance et de dégénérescence) requièrent l'intégration d'a priori sur les déformations mises en œuvre. Ce mini-symposium vise à présenter de nouvelles techniques pour le traitement de données 3D, allant de la construction de distances pertinentes sur les ensembles de formes jusqu'à la modélisation de déformations dans une optique d'appariement et d'étiquetage.

Les outils mathématiques utilisés sont variés et incluent le transport optimal régularisé, les métriques à noyaux et la génération de difféomorphismes. Un effort sera fait sur l'implémentation des méthodes (notamment l'implémentation GPU) et sur la présentation d'applications sur des données réelles.

Ce mini-symposium est soutenu par le GdR MIA (GdR CNRS 2286).

Liste des orateurs

- Pierre-Louis Antonsanti, MAP5, Université de Paris
- Benjamin Charlier, IMAG, Université de Montpellier
- Leander Lacroix, LJLL, Sorbonne Universités
- Pierre Roussillon, DMA, École Normale Supérieure

Contact : irene.kaltenmark@u-paris.fr

Partial Matching in the Space of Varifolds

Pierre-Louis ANTONSANTI, MAP5, GE Healthcare - Paris

Joan GLAUNÈS, MAP5 - Paris **Thomas BENSEGHIR**, GE Healthcare - Buc
Vincent JUGNON, GE Healthcare - Buc **Irène KALTENMARK**, MAP5 - Paris

In computer vision and medical imaging, the problem of matching structures finds numerous applications from automatic annotation to data reconstruction. The data however, while corresponding to the same anatomy, are often very different in topology or shape and might only partially match each other. During this talk we will introduce a new asymmetric data dissimilarity term for various geometric shapes like sets of curves or surfaces. This term is based on the Varifold shape representation and assesses the embedding of a shape into another one without relying on correspondences between points. It is designed as data attachment for the Large Deformation Diffeomorphic Metric Mapping (LDDMM) framework, allowing to compute meaningful deformation of one shape onto a subset of the other. Registrations are illustrated on sets of synthetic 3D curves, real vascular trees and livers' surfaces from two different modalities : Computed Tomography (CT) and Cone Beam Computed Tomography (CBCT).

Preprint : <https://arxiv.org/abs/2103.12441> (The 27th international conference on Information Processing in Medical Imaging (IPMI))

Contact : pierrelouis.anticsanti@ge.com

KeOps: Fast geometric methods with symbolic matrices

Benjamin CHARLIER, Imag - Univ. Montpellier

Jean FEYDY, Imperial College - London

Joan GLAUNÈS, Map5 - Univ. Paris Descartes

Geometric methods rely on tensors that can be encoded using a symbolic formula and data arrays, such as kernel and distance matrices. We present an extension for standard computational frameworks (python, numpy and pytorch) that provides comprehensive support for this abstraction on CPUs and GPUs : our toolbox combines a versatile, transparent user interface with fast runtimes and low memory usage. In practice, for geometric problems that involve 10^3 to 10^6 samples in dimension 1 to 100, our library speeds up baseline GPU implementations by up to two orders of magnitude.

Web site : <https://www.kernel-operations.io/>

Contact : benjamin.charlier@umontpellier.fr

IMODAL : une bibliothèque de modèle de déformation diffeomorphique modulaire

Benjamin CHARLIER, Institut Mathématique Alexandre Grothendieck - Montpellier

Barbara GRIS, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Leander LACROIX, Inserm – U1299 "Trajectoires Développementales
Psychiatrie" - Gif-sur-Yvette

Alain TROUVÉ, ENS Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

Une manière naturelle de modéliser l'évolution d'un objet (par exemple la croissance d'une feuille) est d'estimer une trajectoire plausible de difféomorphisme entre deux observations. Ce processus d'interpolation peut produire de mauvais résultats, en particulier si l'ensemble des déformations possibles n'est pas représentatif de la déformation réelle des objets en question. Ceci est d'autant plus vrai lorsque l'on a affaire à des objets de nature biologique pouvant faire intervenir des processus physiques non linéaires.

Afin de remédier à cette difficulté, le cadre mathématique de déformation modulaire a été développé. Il permet d'incorporer des connaissances à priori dans le modèle de déformation. Je présenterai la bibliothèque IMODAL, l'implémentation en langage Python de ce cadre mathématique.

Elle repose sur le concept de module de déformation : brique atomique permettant l'élaboration de modèles de déformation par combinaison de plusieurs déformations simples (rotations, homothéties, translations, ...). En particulier, je décrirai les « modules implicites » qui permettent la description des propriétés élastiques des objets déformés. J'illustrerai l'utilisation de cette bibliothèque sur plusieurs exemples d'appariement de surfaces et images.

Cette implémentation est disponible sur : <https://github.com/imodal>

Contact : leander.lacroix@protonmail.com

Classifying histograms of medical data using information geometry of beta distributions

Alice LE BRIGANT, Université Paris 1 - Paris

Nicolas GUIGUI, INRIA - Sophia Antipolis

Stéphane PUECHMOREL, ENAC - Toulouse

Sana REBBAH, Inserm - Toulouse

In this talk, we will show how to use tools of information geometry to compare, average and classify histograms. Beta distributions can be fitted to the histograms and the corresponding Fisher information geometry used for comparison. This geometry is negatively curved [1], which guarantees uniqueness of the notion of mean, and makes it suitable to classify histograms through the popular K-means algorithm. We will illustrate the use of these geometric tools in supervised and unsupervised classification procedures of two medical data-sets, cardiac shape deformations for the detection of pulmonary hypertension and brain cortical thickness for the diagnosis of Alzheimer's disease.

- [1] A. L. Brigant, N. Guigui, S. Rebbah, S. Puechmorel. *Classifying histograms of medical data using information geometry of beta distributions*. arXiv preprint arXiv :2006.04511, 2020.

Contact : alice.le-brigant@univ-paris1.fr

Optimization over measures and positive polynomials

Victor MAGRON, LAAS CNRS - Toulouse
Didier HENRION, LAAS CNRS - Toulouse
Milan KORDA, LAAS CNRS - Toulouse

Positive polynomials play a fundamental role in real algebraic geometry. Moments and measures are at the heart of analysis. Though usually well-separated, the last decades have been witnessing the development of new connections between these two fields, with new research tracks, and promising applications, in particular, in polynomial optimization. This mini-symposium focuses on recent advances related to positive polynomials, the theory of moments and their applications. Some of the aspects that will be discussed include :

- performance analysis of sum-of-squares and moment hierarchies ;
- use of structure and symmetry in algebraic optimization ;
- moment and polynomial optimization techniques for applications to various areas such as optimal transport, deep learning, discrete geometry and the general problem of moments.

The speakers who accepted to give a talk are :

- Tong Chen : Semialgebraic Optimization for Bounding Lipschitz Constants of ReLU Networks ;
- Rafaël Coyaud : Approximation of Optimal Transport problems with marginal moments constraints ;
- Ulysse Marteau-Ferrey : Sums of squares with Reproducing Kernel Hilbert Spaces : a path to global optimization of regular functions ;
- Philippe Moustrou : AM/GM-Based Optimization of Symmetric Polynomials ;
- Corbinian Schlosser : Sparse moment-sum-of-squares relaxations for nonlinear dynamical systems with guaranteed convergence.

Contact : vmagron@laas.fr

Sum of squares with Reproducing Kernel Hilbert Spaces, a path to global optimisation of regular functions

Alessandro RUDI, École Normale Supérieure (PSL) / Inria - Paris

Ulysse MARTEAU-FEREY, École Normale Supérieure (PSL) / Inria - Paris

Francis BACH, École Normale Supérieure (PSL) / Inria - Paris

We consider the global minimization of smooth functions based solely on function evaluations. Algorithms that achieve the optimal number of function evaluations for a given precision level typically rely on explicitly constructing an approximation of the function which is then minimized with algorithms that have exponential running-time complexity. In this paper, we consider an approach that jointly models the function to approximate and finds a global minimum. This is done by using infinite sums of square smooth functions and has strong links with polynomial sum-of-squares hierarchies. Leveraging recent representation properties of reproducing kernel Hilbert spaces, the infinite-dimensional optimization problem can be solved by subsampling in time polynomial in the number of function evaluations, and with theoretical guarantees on the obtained minimum.

More formally, let f be a m times differentiable function on a subset Ω of \mathbb{R}^d for a given integer d . Let f_* be the minimum of f on Ω . We consider the problem of estimating f_* given n points $(x_1, \dots, x_n) \in \Omega^n$ based only on the evaluations of f at these points : $(f(x_i))_{1 \leq i \leq n}$. To design our algorithm, we start by proving that $f - f_*$ can be written as a sum of squares of functions f_j which belong to a Sobolev space $H^s(\Omega)$ of functions with s square-integrable derivatives for a suitable s .

Théorème 1 (Theorem 3 in [1]). *If f has isolated strict minima inside Ω , then for any $s > m + d/2$, $f - f_*$ can be written as a finite sum of squares*

$$\forall x \in \Omega, f(x) = f_* + \sum_{j \in J} f_j(x)^2, \quad (1)$$

where the f_j belong to $H^s(\Omega)$, which is a reproducing kernel Hilbert space.

Our algorithm works by finding a sum of squares decomposition as in (1) but which holds only on the n points $(x_i)_{1 \leq i \leq n}$, i.e. by solving the following problem for a suitable regularizer \mathcal{R} :

$$\min_{c \in \mathbb{R}, f_j \in H^s(\Omega)} -c + \mathcal{R}((f_j)_{1 \leq i \leq n}), \quad \text{s.t.} \quad f(x_i) = c + \sum_{j \in J} f_j(x_i)^2, \quad 1 \leq i \leq n. \quad (2)$$

Using the reproducing kernel properties of $H^s(\Omega)$, (2) can be formulated as a semi-definite program and solved with a computational cost of $O(n^{3.5})$ in time and $O(n^2)$ in memory. Moreover, we prove the following theorem showing that the optimal c_* is a good approximation of f_* .

Théorème 2 (Theorem 6 in [1]). *If x_1, \dots, x_n are sampled uniformly, there exists a constant C depending only on d, m and Ω such that with high probability,*

$$\|f_* - c_*\| \leq C \|f\|_{C^m(\Omega)}^2 n^{-m/d+1/2+3/d}.$$

This rate is nearly optimal in the case of Sobolev functions and more generally makes the proposed method particularly suitable for functions which have a large number of derivatives. Indeed, when m is in the order of d , the convergence rate to the global optimum does not suffer from the curse of dimensionality, which affects only the worst case constant.

[1] A. Rudi, U. Marteau-Ferey, F. Bach. *Finding global minima via kernel approximations*, 2020.

Contact : ulyesse.marteau-ferrey@inria.fr

Symmetry reduction in AM/GM-based optimization

Philippe MOUSTROU, UiT the Arctic University of Norway - Tromsø

Helen NAUMANN, Goethe-Universität - Frankfurt

Cordian RIENER, UiT the Arctic University of Norway - Tromsø

Thorsten THEOBALD, Goethe-Universität - Frankfurt

Hugues VERDURE, UiT the Arctic University of Norway - Tromsø

The arithmetic mean/geometric mean-inequality (AM/GM-inequality) facilitates classes of non-negativity certificates and of relaxation techniques for polynomials and, more generally, for exponential sums. In this talk, we present a study of the AM/GM-based techniques in the presence of symmetries under the linear action of a finite group. After stating a symmetry-adapted representation theorem, we will describe techniques to reduce the size of the resulting relative entropy programs. Then, we will focus on the complexity gain in the particular case of the symmetric group. In this setup, we will present certain stabilization results, and exhibit several sequences of examples in growing dimensions where the size of the problem stabilizes. Finally, we will provide some numerical results, emphasizing the computational speed-up.

Contact : philippe.moustrou@uit.no

Sparse moment-sum-of-squares relaxations for nonlinear dynamical systems with guaranteed convergence

Corbinian SCHLOSSER, LAAS-CNRS - Toulouse
Milan KORDA, LAAS-CNRS - Toulouse

We present sparse moment-sum-of-squares approximations which can be applied for three problems from nonlinear dynamical systems : region of attraction, maximum positively invariant set and global attractor. We prove general results allowing for a decomposition of these sets provided that the vector field and constraint set posses certain structure. We combine these decompositions with existing methods based on infinite-dimensional linear programming. For polynomial dynamics, we show that these problems admit a sparse sum-of-squares (SOS) approximation with guaranteed convergence such that the number of variables in the largest SOS multiplier is given by the dimension of the largest subsystem appearing in the decomposition. The dimension of such subsystems depends on the sparse structure of the vector field and the constraint set and can allow for a significant reduction of the size of the semidefinite program (SDP) relaxations, thereby allowing to address far larger problems without compromising convergence guarantees.

Keywords : dynamical systems, semidefinite programming, sparse structures, sum-of-squares

Contact : cschlosser@laas.fr

Méthodes mathématiques pour l'oncologie

Hugo MARTIN, INSERM unité 900 - Saint-Cloud

L'apport des mathématiciennes et mathématiciens à l'oncologie ne cesse de croître, voir par exemple [3, 1]. Nous nous proposons ici de donner la parole à de jeunes chercheurs et chercheuses dont les travaux de recherche s'appliquent à l'oncologie, et dont les méthodes relèvent aussi bien du déterministe que du stochastique.

Les orateurs et oratrices de ce mini-symposium sont :

- Emma Leschiera : elle nous parlera d'un modèle décrivant les interactions entre les cellules CD8 T et une population hétérogène de cellules tumorales, qui tient compte du déplacement des cellules CD8 T par chimiotactisme. Sont ainsi mises en lumière deux composantes essentielles de l'hétérogénéité tumorale qui influent sur la réponse immunitaire : le nombre de sous-populations dans la tumeur et leur diversité antigénique.
- Hugo Martin : je parlerai d'un modèle EDO de pharmacocinétique et pharmacodynamique de chronothérapie du témozolomide, couplé à une EDP de population, rendant compte de la dynamique de la distribution de dommages à l'ADN dans la population. Il s'agit ici de reproduire les données d'un travail expérimental [2]. Pour cela, on calibre le modèle avec un algorithme standard de minimisation afin de trouver l'heure optimale (au sens de l'efficacité, qui est souvent en opposition de phase avec la toxicité) de prise du médicament.
- Mathieu Mézache : il nous parlera d'un modèle de croissance du cancer pancréatique couplé aux axones neuronaux, permettant de décrire et simuler les interactions entre ces deux types de cellules. La motivation principale de ce travail est de quantifier l'impact de la dénervation sur la croissance de la tumeur à un moment précis, afin d'en tirer des connaissances biologiques. Pour cela, le modèle est calibré à partir d'une procédure d'optimisation.
- Alexandre Poulain : il nous présentera une modélisation se basant sur l'équation de Cahn-Hilliard, plus exactement une variante qui rend compte de tumeurs solides. Après un exposé des difficultés, en particulier numériques, Alexandre nous parlera d'une relaxation de ce modèle mise au point pour répondre à celles-ci. S'en suivra son analyse théorique et la présentation d'un schéma numérique de type éléments finis qui préserve des propriétés intéressantes du système.

Références

- [1] Víctor M. PÉREZ-GARCÍA et al. « Applied Mathematics in Oncology. How can we help cancer patients? » In : *ICIAM Valencia Intelligencer*. 2019.
- [2] Emily A. SLAT et al. « Cell-intrinsic, Bmal1-dependent Circadian Regulation of Temozolomide Sensitivity in Glioblastoma ». In : *Journal of Biological Rhythms* 32.2 (mar. 2017), p. 121-129.
- [3] K.A. ZIELIŃSKA et V.L. KATANAIEV. « Information Theory : New Look at Oncogenic Signaling Pathways ». In : *Trends in Cell Biology* 29.11 (nov. 2019), p. 862-875.

Contact : hugo.martin@inserm.fr

Mathematical modelling of the CD8⁺ T cell immune response to heterogeneous tumours

Emma LESCHIERA, LJLL - Paris **Luís ALMEIDA**, LJLL - Paris
Chloé AUDEBERT, LJLL - Paris
Tommaso LORENZI, Politecnico di Torino - Turin

The number of sub-populations generating a tumour, as well as the immunogenicity of tumour cells are two major components of intra-tumour heterogeneity (ITH) and play a key role in the immune response against solid tumours ([2, 3]). Mathematical models allow to separate these two components and investigate their effects on tumour aggressiveness independently or together, evaluating their influence on anti-tumour immunity in a controlled manner. We present a spatially individual-based model that takes into account different degrees of tumour heterogeneity, and effectively captures the way it affects the anti-tumour immune response, [1]. Tumour cells are characterized by different antigen profiles and a level of antigen presentation. In our model, ITH can vary with the number of antigens (*i.e.* the number of sub-populations) and with the level of antigen presentation (*i.e.* the immunogenicity of the cells). Computational simulations show that both components play a role in the anti-tumour immune response. First, the number of sub-populations generating the tumour correlates with the ability of the immune system to produce an efficient response. Then, the fraction of non-immunogenic cells within the tumour can significantly reduce the effectiveness of the immune response.

- [1] L. Almeida, C. Audebert, E. Leschiera, T. Lorenzi, S. Shen. *Mathematical modelling of the cd8⁺ t cell immune response to heterogeneous tumours*. In preparation.
- [2] R. S. Gejman, A. Y. Chang, H. F. Jones, K. DiKun, A. A. Hakimi, A. Schietinger, D. A. Scheinberg. *Rejection of immunogenic tumor clones is limited by clonal fraction*. *Elife*, **7**, e41090, 2018.
- [3] Y. Wolf, et al. *Uvb-induced tumor heterogeneity diminishes immune response in melanoma*. *Cell*, **179**(1), 219–235, 2019.

Contact : leschiera@ljl1.math.upmc.fr

**Glioblastoma cell variability and circadian rhythms control
temozolomide efficacy: from cellular
pharmacokinetics-pharmacodynamics to heterogeneous cancer cell
population models**

Annabelle BALLESTA, Unité Inserm 900 - Saint-Cloud & Paris
Hugo MARTIN, Unité Inserm 900 - Saint-Cloud & Paris

Glioblastoma (GBM) is the most common and aggressive primary brain tumor in adults, and is currently associated with a dismal prognosis despite intensive treatments combining surgery, radiotherapy and temozolomide-based chemotherapy. Clinical trials over the last two decades testing various multi-agent pharmacotherapies have failed demonstrating any significant patient survival improvement so far. Chronotherapy, that consists in administering antitumor drug according to the patient's 24h-rhythms is considered as a promising therapeutic approach to improve treatment tolerability and efficacy. Recent clinical and preclinical studies have highlighted the dependency of temozolomide (TMZ) efficacy on administration timing [3, 2]. In order to obtain quantitative predictions on the mechanisms underlying temozolomide chronoefficacy, we designed a systems pharmacology model at the cell population level as follows. A simplified ODE-based model of TMZ pharmacokinetics-pharmacodynamics (PK-PD) was connected to a model representing the cancer cell population dynamics through a PDE structured in the amount of DNA damage in a cell and sensitivity to damage. The PK part of the ODE model was fully designed and calibrated to data [1], whereas the remaining elements of this combined model were inferred from cell culture circadian datasets ([3] and unpublished data). To properly fit all datasets, we had to include in the model an inter-cell variability accounting for different rates of DNA damage formation for a given drug dose. This addition allowed a successful model calibration, in contrast to the model in which population heterogeneity came solely from the initial damage distribution, prior any drug exposure.

Références

- [1] A BALLESTA et al. « Multiscale Design of Cell-Type-Specific Pharmacokinetic/Pharmacodynamic Models for Personalized Medicine : Application to Temozolomide in Brain Tumors ». In : *CPT Pharmacometrics Syst. Pharmacol.* 3.4 (avr. 2014), e112.
- [2] Anna R DAMATO et al. « Temozolomide chronotherapy in patients with glioblastoma : a retrospective single-institute study ». In : *Neuro-Oncology Advances* 3.1 (jan. 2021).
- [3] Emily A. SLAT et al. « Cell-intrinsic, Bmal1-dependent Circadian Regulation of Temozolomide Sensitivity in Glioblastoma ». In : *Journal of Biological Rhythms* 32.2 (mar. 2017), p. 121-129.

Contact : hugo.martin@inserm.fr

Pancreatic cancer growth model coupled with neuronal axons.

Sophie CHAUVET, Aix-Marseille Université - Marseille
Florence HUBERT, Aix-Marseille Université - Marseille
Fanny MANN, Aix-Marseille Université - Marseille
Mathieu MEZACHE, Aix-Marseille Université - Marseille

The study of the interactions between tumor growth and the nervous system in the pancreas is relatively new and reveals a complex dynamic between cancer cells and axons [1]. We propose a model to describe and simulate these interactions. The model is built from biological hypotheses and is calibrated to experimental data using an optimization procedure. We are also interested in the asymptotic behavior of the model [3] and in the sensitivity of some parameters of the model [2]. The main motivation is to quantify the impact of denervation on tumor growth at a specific time and to confirm or refute some biological hypotheses.

- [1] A. V. Biankin, N. Waddell, K. S. Kassahn, M.-C. Gingras, L. B. Muthuswamy, A. L. Johns, D. K. Miller, P. J. Wilson, A.-M. Patch, J. Wu, et al. *Pancreatic cancer genomes reveal aberrations in axon guidance pathway genes*. *Nature*, **491(7424)**, 399–405, 2012.
- [2] S. IM. *Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models*. *Math. Model. Comput. Exp*, **1(4)**, 407–414, 1993.
- [3] L. Markus. *ii. asymptotically autonomous differential systems*. *Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations (AM-36)*, **3**, 17, 2016.

Contact : mathieu.mezache@univ-amu.fr

Relaxation of the Cahn-Hilliard model for the modelling of solid tumors and its numerical simulation

Alexandre POULAIN, LJLL - Inria - Sorbonne Université - Paris

The Cahn-Hilliard equation, arising from physics, describes the phase separation occurring in a material during a sudden cooling process and is the subject of many research pieces. An interesting application of this equation is its capacity to model cell populations undergoing attraction and repulsion effects. In order to model solid tumors, we consider a variant of the original Cahn-Hilliard equation that features a single-well potential and a degenerate mobility. This particular form of the model induces numerous difficulties, especially concerning its numerical simulation. We propose a relaxation of the equation to tackle these issues and analyze the resulting system [1]. We also describe a simple finite element scheme that preserves the critical physical (or biological) properties of the solutions using the regularization effect induced by our relaxation method [2].

- [1] B. Perthame, A. Poulain. *Relaxation of the Cahn-Hilliard equation with singular single-well potential and degenerate mobility*. European J. Appl. Math., **32(1)**, 89–112, 2021. doi : 10.1017/s0956792520000054.
- [2] A. Poulain, F. Bubba. *A nonnegativity preserving scheme for the relaxed Cahn-Hilliard equation with single-well potential and degenerate mobility*. arXiv preprint arXiv :1910.13211, 2020.

Contact : poulain@ljl1.math.upmc.fr

Modèles et schémas numériques pour les écoulements multi-constituants compressibles

Olivier HURISSE, EDF Lab - Chatou

Jonathan JUNG, UPPA/LMAP et équipe INRIA/Cagire - Pau

Samuel KOKH, CEA Saclay-DES/ISAS/DM2S/STMF/LMEC - Saclay

Hélène MATHIS, LMJL, Université de Nantes - Nantes

Vincent PERRIER, Inria, équipe CAGIRE / LMA, Univ. PPA - Pau

Les écoulements multi-phasiques sont présents dans de nombreux phénomènes physiques qui concernent aussi bien l'industrie que les sciences de l'environnement. La proposition de modèles pertinents pour décrire ces écoulements est un sujet de recherche très actif qui mobilise une vaste communauté et recoupe plusieurs disciplines. Les modèles d'EDP considérés portent sur de nombreuses quantités phasiques qui sont susceptibles d'être couplées par des échanges de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie. Ces termes sources doivent être modélisés en accord avec les lois de la thermodynamique et de façon à ce que les modèles d'EDP résultants possèdent de bonnes propriétés mathématiques. Classiquement, on distingue deux classes de modèles : les modèles dits homogènes pour lesquels on fait l'hypothèse que tous les constituants possèdent le même champ de vitesse, et les modèles multi-fluides qui mettent en jeu plusieurs champs de vitesse.

Bien que ces deux classes de modèles soient distinctes, plusieurs problématiques communes se posent lorsque l'on envisage de réaliser des simulations numériques fiables en configuration industrielle. En particulier, la construction pour les mélanges multi-constituants de lois d'état admissibles au sens thermodynamique et mathématique conduit à des lois fortement non-linéaires pour lesquelles des schémas de convection numériques robustes sont essentiels. Une difficulté importante est de proposer des schémas robustes sans pour autant sacrifier la précision. Celle-ci est en effet indispensable pour pouvoir distinguer les différentes ondes physiques sur des maillages à l'échelle industrielle et en particulier pour les ondes matérielles qui jouent un rôle important dans le couplage physique entre les constituants.

L'objectif de ce symposium est de présenter un petit panorama de travaux sur la modélisation et la simulation d'écoulements multi-phasiques compressibles. Cinq chercheurs et chercheuses sont invités à présenter leurs approches.

Les orateurs pressentis sont :

- Paola Allegrini (Institut de Mathématiques de Toulouse) : *Développement d'un schéma numérique préservant l'asymptotique bas Mach pour les équations d'Euler*
- Gloria Faccanoni (Maître de conférence, IMATH, Université de Toulon) : *Approximation d'écoulements avec changement de phase à faible nombre de Mach.*
- Philippe Helluy (Professeur, IRMA, Université de Strasbourg) : *Schémas explicites sans CFL pour les systèmes hyperboliques.*
- Marica Pelanti (ENSTA) : *A two-phase numerical model for liquid-vapor flows with arbitrary heat and mass transfer relaxation times.*
- Khaled Saleh (Maître de conférence, ICJ, Université Lyon I) : *Approximation à la Suliciu pour un modèle multi-phasique hyperbolique.*

Contact : helene.mathis@univ-nantes.fr

Un schéma numérique préservant l'asymptotique bas Mach pour les équations d'Euler

Paola ALLEGRINI, IMT - Toulouse Marie-Hélène VIGNAL, IMT - Toulouse

Dans cet exposé je m'intéresse au développement et à l'étude d'un schéma asymptotiquement préservant (AP) pour les équations d'Euler compressible dans la limite bas Mach.

Pour les écoulements hautement subsoniques, les ondes acoustiques étant très rapides par rapport à la vitesse du fluide, le gaz peut être considéré comme incompressible. D'un point de vue numérique, lorsque le nombre de Mach tend vers zéro, les schémas classiques explicites présentent deux inconvénients majeurs : ils perdent en consistance et imposent une contrainte sur le pas de temps très restrictive.

Nous avons développé un schéma asymptotiquement stable, c'est à dire soumis à une CFL indépendante du nombre de Mach, et asymptotiquement consistant, c'est à dire consistant avec le modèle incompressible à la limite bas Mach.

Ce type de schéma a été très étudié dans la littérature, notamment pour Euler isentropique [5, 4, 3, 6] mais aussi pour Euler complet [2, 1] avec diverses méthodes : schémas Lagrangiens, maillages décalés ou colocalisés.

Dans ce travail, nous proposons un schéma AP basé sur une discrétisation IMEX (Implicite-Explicite) pour la partie en temps et volumes finis colocalisés pour la partie spatiale.

Références

- [1] W. Boscheri, G. Dimarco, R. Loubère, M. Tavelli, M.-H. Vignal A second order all Mach number IMEX finite volume solver for the three dimensional Euler equations Author links open overlay panel, *J. Comp. Phys.* 415, 2020, 109486.
- [2] M. Dumbser, V. Casulli, A conservative, weakly nonlinear semi-implicit finite volume scheme for the compressible Navier-Stokes equations with general equation of state, *Applied Mathematics and Computation*, 2016, vol. 272, issue P2, 479-497
- [3] G. Dimarco, R. Loubère, V. Michel-Dansac, M.-H. Vignal, Second order Implicit-Explicit Total Variation Diminishing schemes for the Euler system in the low Mach regime, *J. Comput. Phys.*, 372, 178-201, 2018
- [4] G. Dimarco, R. Loubère, M.-H. Vignal, Study of a new asymptotic preserving scheme for the Euler system in the low Mach number limit, *SIAM J. Sci. Comput.*, 39(5), A2099-A2128, 2017.
- [5] P. Degond, M. Tang, All speed scheme for the low Mach number limit of the isentropic Euler equations. *Commun. Comput. Phys.* 10(1), 1-31, 2011.
- [6] P. Bruel, S. Delmas, J. Jung, V. Perrier, A low Mach correction able to deal with low Mach acoustics, *J. Comp. Phys.* 378, 723-759, 2019.

Contact : paola.allegri@math.univ-toulouse.fr

Schémas cinétiques pour les écoulements compressibles avec transition de phase

Philippe HELLUY, IRMA et Inria Tonus - Strasbourg

Il est possible de construire des représentations cinétiques de tous les systèmes de lois de conservation hyperboliques [3, 1]. Dans ce type de représentation, un petit nombre d'équations cinétiques sont couplées par un terme de relaxation non-linéaire.

L'approche cinétique est très intéressante en pratique car la résolution numérique est ramenée à la résolution d'étapes de transport à vitesse constante, alternants avec des étapes de relaxations locales. Pour résoudre les étapes de transports, plusieurs approches sont possibles. Il est bien sûr envisageable de s'appuyer sur la méthode des caractéristiques. Sur une grille régulière, cela conduit à la méthode Lattice-Boltzmann. Il est aussi possible de résoudre le transport par une méthode de type Galerkin-Discontinu. Cela permet d'utiliser des maillages déstructurés et de construire des schémas explicites inconditionnellement stables [4].

Je rappellerai les principes de l'approche cinétique, puis je montrerai des applications aux écoulements avec transition de phase [6], à la magnétohydrodynamique [2] et aux équations de Maxwell [5].

- [1] D. Aregba-Driollet, R. Natalini. *Discrete Kinetic Schemes for Multidimensional Systems of Conservation Laws*. SIAM J. Numer. Anal., **37(6)**, 1973–2004, 2000. doi :10.1137/s0036142998343075.
- [2] H. Baty, F. Drui, E. Franck, P. Helluy, C. Klingenberg, L. Thanhäuser. *A robust and efficient solver based on kinetic schemes for Magnetohydrodynamics (MHD) equations.*, 2021. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02965967>.
- [3] F. Bouchut. *Construction of BGK Models with a Family of Kinetic Entropies for a Given System of Conservation Laws*. J. Stat. Phys., **95(1/2)**, 113–170, 1999. doi :10.1023/a :1004525427365.
- [4] D. Coulette, E. Franck, P. Helluy, M. Mehrenberger, L. Navoret. *High-order implicit palindromic discontinuous Galerkin method for kinetic-relaxation approximation*. Computers and Fluids, **190**, 485–502, 2019. doi :10.1016/j.compfluid.2019.06.007.
- [5] P. Gerhard, P. Helluy, V. Michel-Dansac. *CFL-less Discontinuous Galerkin solver*, 2021. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03218086>.
- [6] P. Helluy, O. Hurisse, L. Quibel. *Simulation of a liquid-vapour compressible flow by a Lattice Boltzmann Method*. In *Finite Volumes for Complex Applications IX - Methods, Theoretical Aspects, Examples. FVCA 2020.*, 2020. doi :10.1007/978-3-030-43651-3_63.

Contact : philippe.helluy@unistra.fr

A two-phase numerical model for liquid-vapor flows with arbitrary heat and mass transfer relaxation times

Marica PELANTI, IMSIA, ENSTA Paris - Institut Polytechnique de Paris - Paris, France

We describe liquid-vapor flows by a hyperbolic single-velocity six-equation two-phase compressible flow model with relaxation source terms accounting for volume, heat and mass transfer [2]. The system of equations is numerically solved by a classical fractional step algorithm, where we alternate between the solution of the homogeneous hyperbolic portion of the model system via a second-order accurate HLLC/Suliciu-type finite volume scheme, and the solution of a sequence of systems of ordinary differential equations for the relaxation source terms driving the flow toward mechanical, thermal and chemical equilibrium. For an accurate description of the thermodynamical processes involved in transient liquid-vapor flow problems it is often important to be able to simulate both instantaneous and finite-rate relaxation processes. For instance, in some phenomena such as fast depressurizations the delay of vaporization and the appearance of metastable states are key features in the flow dynamics [1]. In the present work we present new numerical relaxation procedures to integrate interphase transfer terms with two significant properties : the capability to describe heat and mass transfer processes with arbitrary relaxation time, and the applicability to a general equation of state. The main idea is to describe relaxation processes by systems of ordinary differential equations that admit analytical semi-exact exponential solutions. For instantaneous processes we show the capability of the numerical model to approximate efficiently solutions to the relaxed two-phase flow models that can be established theoretically from the parent six-equation model in the limit of instantaneous equilibria. Several numerical tests are then presented to show the effectiveness in modeling finite-rate heat and mass transfer, including simulations of depressurizations leading to metastable superheated liquid.

- [1] M. De Lorenzo, P. Lafon, M. D. Matteo, M. Pelanti, J.-M. Seynhaeve, Y. Bartosiewicz. *Homogeneous two-phase flow models and accurate steam-water table look-up method for fast transient simulations*. Int. J. Multiphase Flow, **95**, 199–219, 2017.
- [2] M. Pelanti, K.-M. Shyue. *A mixture-energy-consistent six-equation two-phase numerical model for fluids with interfaces, cavitation and evaporation waves*. J. Comput. Phys., **259**, 331–357, 2014.

Contact : marica.pelanti@ensta-paris.fr

Approximation à la Suliciu pour un modèle multiphasique hyperbolique

Khaled SALEH, Université Claude Bernard Lyon I, Institut Camille Jordan - Lyon

Un écoulement multiphasique est un écoulement mettant en jeu des espèces qui se trouvent dans différents états de la matière (gazeux, liquide, solide) ou des espèces qui sont dans le même état mais aux propriétés chimiques différentes (mélanges liquide-liquide non miscibles par exemple). La simulation numérique de tels écoulements a de nombreuses applications industrielles : industrie pétrolière, industrie chimique, industrie nucléaire.

Dans l'industrie nucléaire, de nombreuses configurations industrielles font intervenir des écoulements multiphasiques. C'est le cas par exemple du phénomène de l'explosion de vapeur : suite à un défaut d'évacuation de chaleur dans le cœur d'un réacteur, celui-ci peut entrer en fusion créant un magma métallique appelé corium, composé de combustible nucléaire et d'éléments fondus issus de la structure du cœur. Lorsque les particules de corium entrent en contact avec l'eau du circuit primaire, originellement à l'état liquide, un phénomène d'évaporation violente de l'eau (flashing) peut se produire, s'accompagnant d'une augmentation soudaine de la pression et de la propagation d'ondes de choc et de détente pouvant endommager la structure du réacteur. La compréhension d'un tel phénomène nécessite de travailler avec des modèles d'écoulements compressibles faisant intervenir plus de trois phases.

Dans cet exposé, je considérerai un modèle dit multi-fluide introduit par Jean-Marc Hérard (EDF R&D) en 2007 pour le cas de 3 phases [2] puis en 2016 pour le cas plus général de N phases [1], N étant arbitraire. Pensé comme une extension du fameux modèle diphasique de Baer-Nunziato, le modèle à N phases consiste en N systèmes d'Euler couplés par des termes non conservatifs ainsi que des termes sources de relaxation dont le rôle est d'amener les phases en présence vers un équilibre mécanique et thermodynamique. Dans un premier temps, je présenterai les principales propriétés (hyperbolicité, inégalité d'entropie, symétrisabilité), puis je présenterai un schéma dit de relaxation à la Suliciu, pour l'approximation des solutions du modèle. Nous verrons que ce schéma permet une approximation relativement précise des solutions bien qu'il soit d'ordre 1. Nous verrons aussi qu'il vérifie au niveau discret des propriétés de stabilité similaires à celles du modèle continu : positivité des masses volumiques et des taux de présence statistiques des phases, inégalités d'entropie discrète. Le schéma numérique pour la version barotrope du modèle est décrite dans l'article [3].

- [1] J.-M. Hérard. *A class of compressible multiphase flow models*. Comptes Rendus Mathématique, **354(9)**, 2007.
- [2] J.-M. Hérard. *A three-phase flow model*. Math. and Comp. Modelling, **45(5-6)**, 2016.
- [3] K. Saleh. *A relaxation scheme for a hyperbolic multiphase flow model. Part I : barotropic eos*. ESAIM : Math. Model. and Numer. Analysis (M2AN), **53**, 2019.

Contact : saleh@math.univ-lyon1.fr

Méthodes numériques pour la simulation d'écoulements à bas nombre de Mach

Olivier HURISSE, EDF Lab - Chatou

Jonathan JUNG, UPPA/LMAP et équipe INRIA/Cagire - Pau

Samuel KOKH, CEA Saclay-DES/ISAS/DM2S/STMF/LMEC - Saclay

Hélène MATHIS, LMJL, Université de Nantes - Nantes

Vincent PERRIER, Inria, équipe CAGIRE / LMA, Univ. PPA - Pau

En mécanique des fluides, le nombre de Mach est un nombre sans dimension qui est le rapport entre la vitesse d'un fluide et la vitesse du son. Ce nombre permet de caractériser la compétition entre les phénomènes liés à la compressibilité du fluide et ceux liés au déplacement de la matière. La simulation d'écoulements à faible nombre de Mach pose de nombreux problèmes : certaines classes de méthode de type Volumes Finis sont notoirement très peu précises dans ce régime et nécessitent des stratégies de corrections. De plus, la capture précise des phénomènes acoustiques en régime bas Mach est également un défi pour la plupart des schémas numériques.

Nous proposons dans ce mini-symposium d'aborder plusieurs de ces aspects qui touchent également plusieurs domaines applicatifs comme l'aéro-acoustique ou la simulation d'écoulements dans des centrales nucléaires.

Les orateurs sont :

- Elena GABURRO (INIRA, Bordeaux-Sud-Ouest), *TBA* ;
- Thomas GALIÉ (CEA Saclay-DES/ISAS/DM2S/STMF/LMEC), *Extension of a Roe type scheme with low Mach correction to the HRM two-phase flow model* ;
- Nicolas GRENIER (LISN, CNRS, Université Paris-Saclay, Orsay), *Schéma faible Mach à interface raide pour les écoulements diphasiques dilatables* ;
- Michael NDJINGA (CEA Saclay-DES/ISAS/DM2S/STMF/LMEC), *A class of conservative L^2 -stable schemes for the compressible Euler equations on staggered grids* ;
- Vincent PERRIER (UPPA/LMAP et équipe INRIA/Cagire), *Une méthode de filtrage pour les écoulements à faible nombre de Mach* ;

Contact : helene.mathis@univ-nantes.fr

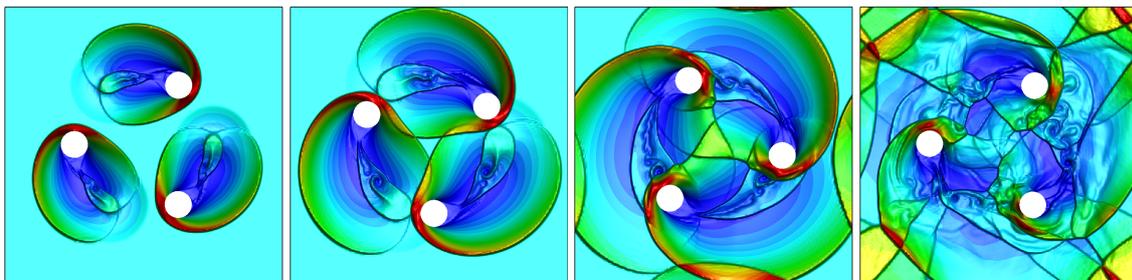
A simple diffuse interface approach for compressible flows around moving solids of arbitrary shape

Elena GABURRO, Inria Bordeaux Sud-Ouest - France
Friedemann KEMM, BTU Cottbus-Senftenberg - Germany
Ferdinand THEIN, University of Magdeburg - Germany
Michael DUMBSER, University of Trento - Italy

In this talk we propose a new diffuse interface model for the numerical simulation of *inviscid* compressible flows around fixed and moving solid bodies of arbitrary shape assumed to be moving rigid bodies, without any elastic properties [1].

The mathematical model is a nonlinear system of hyperbolic conservation laws with non-conservative products, obtained as a simplified case of the seven-equation Baer-Nunziato model of compressible multi-phase flows [2, 3]. In particular, the geometry of the solid bodies is simply specified via a scalar field that represents the volume fraction of the fluid present in each control volume which allows the discretization of arbitrarily complex geometries on simple uniform or adaptive Cartesian meshes. Inside the solid bodies, the fluid volume fraction is zero, while it is unitary inside the fluid phase. Due to the diffuse interface nature of the model, the volume fraction function can assume any value between zero and one in mixed cells that are occupied by both, fluid and solid. Moreover it is also possible to prove that at the material interface the normal component of the fluid velocity assumes the value of the normal component of the solid velocity.

The numerical solution is computed on simple uniform Cartesian grids via a high order path-conservative ADER discontinuous Galerkin (DG) finite element method with *a posteriori* sub-cell finite volume (FV) limiter and the effectiveness of the proposed approach is tested on a set of different numerical test problems, including 1D Riemann problems as well as supersonic flows over fixed and moving rigid bodies.



Références

- [1] F. Kemm, E. Gaburro, F. Thein, M. Dumbser. A simple diffuse interface approach for compressible flows around moving solids of arbitrary shape based on a reduced Baer-Nunziato model. *Computer and Fluids* (2020).
- [2] E. Gaburro, M. Castro, M. Dumbser. A well balanced diffuse interface method for complex nonhydrostatic free-surface flows. *Computers and Fluids* (2018).
- [3] M. Dumbser. A simple two-phase method for the simulation of complex free surface flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (2011).

Contact : elena.gaburro@inria.fr

Extension of a Roe type scheme with low Mach correction to the HRM two-phase flow model

Thomas GALIÉ, CEA/DES/ISAS/DM2S/STMF/LMEC - Saclay

This work deals with the numerical approximation of the Homogeneous Relaxation Model (HRM) which is a mixture model widely used for simulating two-phase flows. This four-equations model is derived from the six-equation two-fluid model and can be written under the following contracted form :

$$\partial_t U + \nabla \cdot F(U) = S(U), \quad (1)$$

where $U = (\rho, \rho c, \rho \mathbf{u}, \rho E)^T$ is the vector of the unknowns which are respectively the density of the mixture, the vapor mass, the momentum and the total energy $\rho E = \rho e + p$ of the mixture. The internal energy e and the pressure p are linked to the other thermodynamical variables thanks to the equation of state given under the form $f(\rho, \rho c, \rho e, p) = 0$. The convective fluxes F and source terms S are written as

$$F(U) = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u}^T \\ \rho c \mathbf{u}^T \\ \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + pI \\ (\rho E + p) \mathbf{u}^T \end{pmatrix}, \quad S(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ \Gamma \\ \rho \mathbf{g} + \tau_s \\ Q \end{pmatrix}.$$

Here we have noted Γ the source term of mass exchange between the two phases liquid and vapor, \mathbf{g} the gravity vector, τ_s a source term for singular pressure loss in the domain and Q the energy source term. In order to numerically solve system (1), we use a classical finite volume approach as described in [4] and the Roe solver [3] for the approximation of the convective fluxes on each face of the mesh. As explained in [2], this type of scheme suffers from an accuracy problem in the low Mach number limit on 2D and 3D cartesian grids. A pressure correction applied to the numerical momentum flux enables to recover the right order of accuracy. However, by removing some spatial diffusion, checkerboard modes can appear and also be amplified by discontinuous source terms (as τ_s for instance). In order to get rid of these checkerboard modes, we want to extend the new corrected Roe scheme detailed in [1] to the resolution of the two-phase flow HRM system (1).

- [1] P. Brunel, S. Delmas, J. Jung, V. Perrier. *A low Mach correction able to deal with low Mach acoustics*. J. Comput. Phys., **378**, 723–759, 2019.
- [2] S. Dellacherie. *Analysis of Godunov Type Schemes Applied to the Compressible Euler System at Low Mach Number*. J. Comput. Phys., **229**, 978–1016, 2010.
- [3] P. Roe. *Approximate Riemann solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes*. J. Comput. Phys., **43**, 357, 1981.
- [4] I. Toumi, A. Bergeron, D. Gallo, E. Royer, D. Caruge. *FLICA-4 : a three-dimensional two-phase flow computer code with advanced numerical methods for nuclear applications*. Nuclear Engineering and Design, **200**, 139–155, 2000.

Contact : thomas.galie@cea.fr

Schéma faible Mach à interface raide pour les écoulements diphasiques dilatables

Nicolas GRENIER, LISN, CNRS, Université Paris-Saclay - Orsay

Ziqiang ZOU, MDLS, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay - Saclay

Christian TENAUD, EM2C, CNRS, CentraleSupélec, Université Paris-Saclay - Gif-sur-Yvette

Edouard AUDIT, MDLS, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay - Saclay

Les écoulements à deux phases non miscibles avec changement de phase sont rencontrés dans un large éventail des processus tels que le refroidissement et les échangeurs de chaleur. Un solveur numérique précis et stable est alors nécessaire pour prédire le comportement des fluides. Ces écoulements contiennent une phase liquide et une phase gazeuse séparées par une interface. L'interface est de type discontinuité de contact sans mélange et reste raide. La méthode retenue ici pour prédire le mouvement de l'interface est la méthode Level-Set [5].

Bien que dans la phase liquide le nombre de Mach soit généralement très faible, chaque phase de l'écoulement diphasique est décrite par un solveur compressible appelé schéma numérique de type Lagrange-Projection tout régime. L'objectif principal est de traiter les écoulements dilatables (principalement le gaz) et l'idée clé est de découpler l'acoustique et le transport, puis de modifier le flux numérique dans l'approximation acoustique afin d'obtenir une erreur de troncature uniforme en termes de nombre de Mach [1]. Dans le sous-système acoustique, une solution approchée du problème de Riemann tient compte des effets capillaires et du changement de phase. La tension de surface est traitée comme une condition de saut de pression à l'interface avec un schéma à l'équilibre, tandis que le transfert de masse est traité comme le saut de vitesse normale à travers l'interface. Sur la base de l'énergie nette à travers l'interface, nous pouvons dériver le taux de transfert de masse et déterminer le saut de vitesse [4]. Pour éviter d'avoir des cellules de mélange et pour maintenir l'interface raide, la stratégie Ghost Fluid [3] est appliquée pour le couplage à l'interface.

Lorsque la vitesse de déplacement du fluide est faible par rapport à la vitesse du son, il faut procéder à la correction bas Mach, pour conserver la précision d'un solveur de Riemann de type Godunov. Le rapport des amplitudes de perturbations de pression entre les deux phases peut être extrêmement élevé, car les propriétés du fluide peuvent varier considérablement d'une phase à l'autre au travers de l'interface raide. Les systèmes classiques à faible Mach [6, 2] souffrent de certains problèmes de déstabilisation en présence de grands ratios de densité et/ou de vitesse du son à travers l'interface. Dans ce travail, nous proposons une nouvelle correction stable à faible Mach qui prend en compte le rapport de densité et donne une prévision stable avec une CFL adéquate. Des résultats numériques sur des cas tests classiques seront présentés et permettront de démontrer la capacité et l'efficacité de la nouvelle approche proposée.

[1] C. Chalons, M. Girardin, S. Kohk. *Communications in Computational Physics*, **20**.

[2] C. Chalons, M. Girardin, S. Kohk. *Journal of Computational Physics*, **335**, 885.

[3] R. P. Fedkiw, B. Merriman, S. Osher. *Journal of computational physics*, **152**.

[4] C. R. Kharangate, I. Mudawar. *Int. J. Heat Mass Tran.*, **108**, 1164.

[5] S. Osher, J. A. Sethian. *Journal of computational physics*, **79(1)**, 12.

[6] S. Peluchon, G. Gallice, L. Mieussens. *Journal of Computational Physics*, **339**, 328.

Contact : nicolas.grenier@lisn.fr

A class of conservative L^2 -stable schemes for the compressible Euler equations on staggered grids

Michael NDJINGA, Université Paris Saclay, CEA Saclay, DES, ISAS, DM2S - 91191 Gif-sur-Yvette
Katia AIT AMEUR, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique - 91120 Palaiseau
Coraline MOUNIER, CentraleSupélec - 91190 Gif-sur-Yvette

Finite volume schemes on staggered grids are popular among thermohydraulics engineers for their good low Mach number asymptotic expansion and the absence of checkerboard type spurious oscillations [5]. However, they are generally non conservative, and their stability analysis has historically been performed with a heuristic approach and the tuning of numerical parameters ([4]).

In this talk, we first investigate the L^2 -stability of staggered schemes by analysing their numerical diffusion operator. This analysis of the numerical diffusion operator gives new insights into the schemes numerical properties and is a step towards a proof of linear stability or stability for almost constant initial data. For most classical staggered schemes ([5, 1, 2, 3]), our analysis shows that the numerical diffusion is highly nonlinear and we are able to prove its positivity only in the case of constant sign velocities.

In order to deal with compressible flows, possibly at high Mach number, we then propose a new class of conservative linearly L^2 -stable staggered schemes for the compressible Euler equations on staggered grids. The schemes are based on a carefully chosen numerical diffusion operator and the proof of stability follows from the energy decay in the basis that symmetrises the Euler equations. An important remark is that unlike Godunov type schemes on colocated grids, the numerical diffusion operator of a symmetric system is not symmetric. This property seems important to avoid spurious checkerboard modes oscillations.

We give an example of such a conservative staggered scheme and present some numerical results showing the good behaviour of the method for low and high Mach number flows, in 1D and 2D.

MSC (2010) : 35L65, 35Q35, 65M08, 65M12

- [1] R. Herbin, W. Kheriji, J.-C. Latché. *Staggered schemes for all speed flows*. ESAIM : Proceedings, EDP Sciences, Congrès National de Mathématiques Appliquées et Industrielles, 35, pp.122-150, 2011.
- [2] R. Herbin, W. Kheriji, J.-C. Latché. *On some implicit and semi-implicit staggered schemes for the shallow water and euler equations*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, EDP Sciences, 48 (6), pp.1807-1857, 2014.
- [3] R. Herbin, J.-C. Latché. *A kinetic energy preserving convection operator for the mac discretization of compressible navier-stokes equations*. Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2010. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00477079/document>.
- [4] C. W. Hirt. *Heuristic stability theory for finite difference equations*. J. Comp. Phys., 2, pp. 339-355, 1968.
- [5] A. Prosperetti, G. Tryggvason. *Computational methods for multiphase flow*. Cambridge University press, 2009.

Contact : michael.ndjinga@cea.fr

Une méthode de filtrage pour les écoulements à faible nombre de Mach

Jonathan JUNG, LMAP & Inria Cagire team - Pau
Vincent PERRIER, Inria Cagire team & LMAP - Pau

Si on considère le système d'Euler barotrope une fois adimensionné

$$\begin{cases} \partial_{\bar{t}} \tilde{\rho} + \nabla_{\bar{\mathbf{x}}} \cdot (\tilde{\rho} \tilde{\mathbf{u}}) = 0 \\ \partial_{\bar{t}} (\tilde{\rho} \tilde{\mathbf{u}}) + \nabla_{\bar{\mathbf{x}}} \cdot (\tilde{\rho} \tilde{\mathbf{u}} \otimes \tilde{\mathbf{u}}) + \frac{1}{\gamma M^2} \nabla_{\bar{\mathbf{x}}} \tilde{p} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

et qu'on s'intéresse au comportement de l'*ansatz*

$$\tilde{\varphi}(\tilde{\mathbf{x}}, \bar{t}; M) = \sum_{n=0}^N M^n \tilde{\varphi}^{(n)}(\tilde{\mathbf{x}}, \bar{t}, \tau) + \mathcal{O}(M^{N+1}), \quad (2)$$

pour les variables $\tilde{\rho}$ et $\tilde{\mathbf{u}}$ lorsque le nombre de Mach M tend vers 0, alors $\tilde{\rho}^{(1)} = 0$, et la vitesse $\tilde{\mathbf{u}}^{(0)}$ est harmonique.

Si on s'intéresse maintenant au comportement de schémas numériques volumes finis dans cette même limite, alors on observe en général que ces deux propriétés ne sont pas respectées, menant à une mauvaise résolution de l'écoulement.

Le but de cet exposé est

- d'identifier précisément le lien entre le mode parasite et le comportement en temps long de l'équation des ondes.
- de proposer une méthode de filtrage numérique permettant de retrouver une solution précise à partir d'une solution peu précise.

Comportement en temps long pour les processus tués

Pierre MONMARCHÉ, LJLL & LCT - Paris

Mots-clés : mesure quasi-stationnaire; semi-groupe non conservatif; processus de Fleming-Viot; limite de Yaglom.

Sujet : Étant donné un processus de Markov $(X_t)_{t \geq 0}$ tué à un temps aléatoire T , la question de la convergence en temps long de la loi du processus conditionné à avoir survécu, $\mathcal{L}(X_t | T > t)$, vers une limite (qui sera une mesure quasi-stationnaire), ou de systèmes de particules en interaction de champ moyen dont la loi approche cette loi conditionnelle, a suscité de nombreux travaux ces dernières années. Ces processus apparaissent, entre autres, d'une part pour des questions de modélisation en biologie (où T est typiquement le temps d'extinction d'une population), et d'autre part dans certains algorithmes stochastiques (comme le *parallel replica algorithm* qui vise à accélérer la simulation de trajectoires en dynamique moléculaire). Là où la littérature classique sur la convergence à l'équilibre des processus de Markov (avec des vitesses explicites) est pléthorique, le cas des processus tués est plus délicat et moins bien compris. Ce mini-symposium permettra de présenter plusieurs approches : méthodes spectrales, couplages, conditions de type Doeblin...

Orateurs : (les (pré)publications en références sont donnés à titre indicatif)

- Bertrand Cloez [1], INRAE Montpellier
- Boris Nectoux [2], Laboratoire de Mathématiques Blaise Pascal, Clermont-Ferrand
- Lucas Journal [3], Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris
- Julien Reygner [4], CERMICS, Marne-la-Vallée

- [1] V. Bansaye, B. Cloez, P. Gabriel. *Ergodic behavior of non-conservative semigroups via generalized Doeblin's conditions*. Acta Applicandae Mathematicae, **166**, 29.
- [2] A. Guillin, B. Nectoux, L. Wu. *Quasi-stationary distribution for strongly Feller Markov processes by Lyapunov functions and applications to hypoelliptic Hamiltonian systems*, 2020. Working paper or preprint.
- [3] L. Journal, P. Monmarché. *Convergence of a particle approximation for the quasi-stationary distribution of a diffusion process : uniform estimates in a compact soft case*. arXiv e-prints, arXiv :1910.05060, 2019.
- [4] T. Lelièvre, M. Ramil, J. Reygner. *A probabilistic study of the kinetic Fokker-Planck equation in cylindrical domains*. arXiv e-prints, arXiv :2010.10157, 2020.

Contact : pierre.monmarche@sorbonne-universite.fr

Convergence vers la distribution quasi-stationnaire

Bertrand CLOEZ, UMR Mistea - Montpellier

Une distribution quasi-stationnaire est une distribution d'équilibre pour un processus de Markov conditionné à ne pas atteindre un état. Dans cet exposé, nous donnerons un critère général pour l'existence et l'unicité d'une telle distribution et la convergence exponentielle vers cette dernière. Plusieurs exemples, issus principalement de la biologie, seront détaillés pour illustrer les diverses hypothèses et difficultés de ce type de problème.

Contact :

Convergence uniforme d'un système de particules en interaction pour l'approximation de la mesure quasi-stationnaire d'une diffusion dans un cas compact avec mort douce

Lucas JOURNEL, LJLL - Paris

Dans cet exposé, on présentera un système de particules en interaction de type Fleming-Viot destiné à approcher la mesure quasi-stationnaire d'une diffusion sur le tore tuée à un taux continu (mort douce). Plus précisément, pour $N \in \mathbb{N}$ et $\gamma > 0$ un pas de temps, on introduit un schéma numérique consistant en un système de N particules, $(Z_n^i)_{1 \leq i \leq N, n \in \mathbb{N}}$. En notant ν la mesure quasi-stationnaire du processus $(Z_t)_{t \geq 0}$, on montre une convergence de la forme :

$$\mathbb{E} \left(\mathcal{W}_1 \left(\mu_{\lfloor t/\gamma \rfloor}^N, \nu \right) \right) \leq C \left(\sqrt{\gamma} + \alpha(N) + e^{-\kappa t} \right),$$

avec $C > 0$,

$$\alpha(N) = \begin{cases} N^{-1/2} & \text{if } d = 1, \\ N^{-1/2} \ln(1 + N) & \text{if } d = 2, \\ N^{-1/d} & \text{if } d > 2, \end{cases}$$

et

$$\mu_n^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{Z_n^i}$$

la mesure empirique des $(Z_n^i)_{1 \leq i \leq N}$. La démonstration repose sur des méthodes de couplage, et nécessite que les variations du taux de mort soient petites devant le temps de mélange de la diffusion. Cet exposé est basé sur [1].

Références

- [1] Lucas Journal and Pierre Monmarché. Convergence of a particle approximation for the quasi-stationary distribution of a diffusion process : uniform estimates in a compact soft case, 2020.

Quasi-stationary distributions for strongly Feller processes and application to hypoelliptic Hamiltonian systems

Boris NECTOUX, LMPB - Université Clermont Auvergne

In this talk, I will give a general framework [1] ensuring existence and uniqueness of quasi-stationary distributions for strongly Feller processes $(X_t, t \geq 0)$ on a set \mathcal{D} in the space of measures ν such that $\nu(W^{1/p}) < +\infty$, where W is a Lyapunov functional for the non-killed process $(X_t, t \geq 0)$ and $p > 1$. Exponential convergence (in this set of measures) of the law of the process (conditioned not to leave \mathcal{D}) towards the quasi-stationary distribution is also derived. These results are then applied to a wide range of hypoelliptic Hamiltonian systems $(X_t = (x_t, v_t), t \geq 0)$ in R^{2d} solution to

$$\begin{cases} dx_t = v_t dt, \\ dv_t = -\nabla V(x_t) dt - \gamma(x_t, v_t) v_t dt + \Sigma(x_t, v_t) dB_t, \end{cases} \quad (1)$$

when $\mathcal{D} = \mathcal{O} \times R^d$, $\mathcal{O} \subset R^d$. Such domains are indeed those of interest to justify the use of a kinetic Monte Carlo processes (also called Markov jump processes) to model the state-to-state dynamics of a molecular system whose evolution satisfies (1). The approach also applies to singular potentials V as the Lennard-Jones potential and the Coulomb potential [2].

-[1] *Quasi-stationary distribution for strongly Feller Markov processes by Lyapunov functions and applications to hypoelliptic Hamiltonian systems*. A. Guillin, B. Nectoux, L. Wu. 2020. Submitted.

-[2] *Quasi-stationary distribution for Hamiltonian dynamics with singular potentials*. A. Guillin, B. Nectoux, L. Wu. 2021. In preparation.

Contact : boris.nectoux@uca.fr

Distribution quasi-stationnaire pour les processus de Langevin

Julien REYGNER, CERMICS, École des Ponts ParisTech - Champs-sur-Marne

Soient $F : \mathbf{R}^d \rightarrow \mathbf{R}^d$ un champ de forces et $\beta^{-1} > 0$ un paramètre de température. Le *processus de Langevin* $(q_t, p_t)_{t \geq 0}$ est défini dans l'espace des phases $\mathbf{R}^d \times \mathbf{R}^d$ par les équations différentielles stochastiques

$$\begin{cases} dq_t = p_t dt, \\ dp_t = F(q_t) dt - \gamma p_t dt + \sqrt{2\gamma\beta^{-1}} dB_t, \end{cases} \quad (1)$$

où $(B_t)_{t \geq 0}$ est un mouvement brownien dans \mathbf{R}^d et $\gamma > 0$ est un paramètre dit de *friction*. Ce processus est fréquemment employé en dynamique moléculaire pour la simulation de systèmes physiques en contact avec un thermostat. Lorsque $\gamma \rightarrow +\infty$, le processus changé de temps $(q_{\gamma t})_{t \geq 0}$ converge en loi vers la solution $(\bar{q}_t)_{t \geq 0}$ de l'équation différentielle stochastique

$$d\bar{q}_t = F(\bar{q}_t) dt + \sqrt{2\beta^{-1}} dB_t, \quad (2)$$

appelée *processus de Langevin suramorti*.

Dans de nombreuses situations physiques d'intérêt, les processus $(q_t, p_t)_{t \geq 0}$ et $(\bar{q}_t)_{t \geq 0}$ présentent le phénomène de séparation d'échelles de temps suivant : rapidement, ils sont attirés dans des régions, dites *métastables*, dans lesquelles ils sont distribués sous un « équilibre local » indépendant de leur passé ; sur des temps (beaucoup) plus longs, ils effectuent des transitions en apparence imprévisibles entre ces différentes régions métastables. Un exemple de métastabilité induite par des effets *énergétiques* correspond au cas où le paramètre de température β^{-1} est petit et les régions métastables pour (1) et (2) sont respectivement de la forme $O \times \mathbf{R}^d$ et O , où O est un bassin d'attraction du système dynamique déterministe $\dot{q}_t = F(q_t)$.

L'équilibre local dans une région métastable est décrit rigoureusement par la notion de *distribution quasi-stationnaire*. L'étude de cet objet est utile en particulier pour la justification et l'amélioration d'algorithmes *accélérés* qui permettent d'échantillonner efficacement des transitions entre régions métastables, sans avoir à simuler complètement les trajectoires du processus. La théorie des distributions quasi-stationnaires est bien comprise pour le processus de Langevin suramorti (2) dans des ensembles O bornés, en particulier en raison du fait que ce processus de diffusion est *uniformément elliptique*. Le but de cet exposé sera de présenter des résultats concernant le processus de Langevin (1) dans des domaines de la forme $O \times \mathbf{R}^d$, dont l'étude est rendue plus délicate par le fait que ce processus est *dégénéré*.

Ce sont des travaux en collaboration avec Tony Lelièvre et Mouad Ramil.

Contact : julien.reygner@enpc.fr

Julia, un langage pour les mathématiciens.

Pierre NAVARO, IRMAR - Rennes

Benoît FABRÈGES, ICJ - Lyon

Le *Groupe Calcul* propose un mini-symposium pour découvrir le langage Julia avec une introduction, des exemples d'applications pour la résolution numérique d'équations différentielles et des retours d'expérience de personnes ayant fait le choix de Julia pour leur recherche.

Le langage Julia a été créé par des scientifiques pour faire des sciences [1]. Il offre une syntaxe avec des abstractions haut niveau qui permettent d'avoir un code informatique très proche des équations mathématiques. Avec Julia, vous vous concentrez sur l'algorithme peu importe l'architecture sur lequel il sera utilisé. Il utilise un mécanisme de compilation simultané qui augmente la performance et s'adapte à la cible matérielle.

Le langage est stable depuis juillet 2018. Une nouvelle version LTS (Long-Term-Support) va sortir très prochainement avec Julia v1.6.0. Il est utilisable sous forme de notebooks et offre toutes les caractéristiques qui permettent une recherche "reproductible" avec un mécanisme de partage de code et de packages très performant.

De 2019 à 2020, les téléchargements de Julia ont augmenté de 87% pour atteindre 24 millions et le nombre de packages a augmenté de 73% (4800). En 2019 le nombre de téléchargements avait déjà augmenté de 77% par rapport à 2018. Libre, facile à installer et à utiliser, Julia est aussi un candidat idéal pour l'enseignement des méthodes numériques.

Les orateurs sont :

- Olivier Garet : qui fera une présentation générale de Julia [2].
- Pierre Navaro : présentera l'écosystème Julia pour résoudre les équations différentielles [3].
- Emmanuel Franck : chercheur en mathématiques appliquées, il fera un retour d'expérience de son utilisation de Julia.
- Oskar Laverny : doctorant en probabilités et statistiques, il fera un retour d'expérience de son utilisation de Julia et des ses avantages par rapport à Python pour son besoin d'allier performances et précision arbitraire.

[1] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski, V. B. Shah. *Julia : A fresh approach to numerical computing*, 2015.

[2] O. Garet. *Introduction à Julia : Programmer des mathématiques*. AFNIL, Paris, 2020.

[3] C. Rackauckas, Q. Nie. *DifferentialEquations.jl - a performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in julia*. The Journal of Open Research Software, **5(1)**, 2017. doi :10.5334/jors.151. Exported from <https://app.dimensions.ai> on 2019/05/05.

Contact : pierre.navaro@univ-rennes1.fr

Julia pour les mathématiques: une introduction

Olivier GARET, Institut Élie Cartan de Lorraine - Nancy

Julia est un nouveau langage de programmation pour le calcul scientifique et les mathématiques. Son développement a commencé en 2009, dans le laboratoire Lincoln du MIT.

On retrouve dans ce langage de haut niveau les facilités classiques des langages couramment utilisés en calcul scientifique, avec en plus une rapidité d'exécution comparable au C, tirant partie de la technologie de compilation *Just In Time*. Ainsi, le langage permet d'avoir un temps d'écriture rapide tout en préservant la vitesse d'exécution.

Depuis son lancement public en 2012, le langage Julia a rassemblé une large communauté. La sortie de la version 1.0 en août 2018 marque la maturité du langage, qui bénéficie aujourd'hui d'un écosystème complet : large collection de bibliothèques en ligne, environnement intégré de qualité, débogueur et profileur.

Le but de cet exposé est de présenter les fondements du langage ainsi que quelques exemples dans des domaines divers des mathématiques, avec une présentation succincte de quelques bibliothèques utiles. L'exposé sera délibérément très généraliste, car je suis convaincu que les qualités du langage (syntaxe naturelle, rapidité d'exécution, création simple d'objets mathématiques, sans être un pro de la POO), en font un excellent candidat pour être le couteau suisse du mathématicien.

Contact : olivier.garet@univ-lorraine.fr

Simulation numérique avec Julia

Emmanuel FRANCK, IRMA - Strasbourg
Mickael BESTARD, IRMA - Strasbourg

Dans cet exposé, nous allons présenter le langage de programmation Julia [1] dans le contexte de la simulation numérique. On commencera par aborder la construction d'un code volumes finis 1D général en Julia que l'on comparera avec un code Python, avant de regarder les performances obtenues sur un code 2D. On montrera dans un second temps comment Julia permet de s'attaquer à une large gamme de problèmes issus de l'analyse numérique, à travers un exemple de contrôle de trafic routier. Cette exemple mêlera volumes finis, graphes et optimisation avec notamment utilisation d'outils de différentiation automatique.

[1] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski, V. B. Shah. *Julia : A fresh approach to numerical computing*, 2015.

Contact : mickael.bestard@gmail.com

Julia, l'unique solution d'un problème d'optimisation.

Oskar LAVERNY, Institut Camille Jordan, UMR 5208 & SCOR SE - Lyon

L'estimation de convolutions de lois gammas multivariés via leur projection dans une base de Laguerre, décrite dans [1], se traite plutôt facilement mathématiquement.

Cependant, ce problème inverse de déconvolution fournit une fonction de perte à minimiser ayant plusieurs propriétés fâcheuses, nous forçant à utiliser une optimisation numérique :

- Globale, car la perte n'est pas convexe et possède pléthore de minima locaux.
- Compilée, car la perte est lourde, non-parallélisable et très combinatoire.
- En précision arbitraire, sans quoi les problèmes numériques domine très rapidement le signal.

À ce stade, l'on commence à comprendre que l'on va probablement devoir recoder une librairie entière : peu de bibliothèques d'optimisation globale précompilées permettent l'utilisation de précision arbitraire dans la fonction de perte ainsi qu'à l'intérieur des algorithmes.

Nous verrons comment et pourquoi Julia permet d'effectuer cette optimisation directement, bien que cet agglomérat de problème technique et l'entrelacement nécessaire des différentes bibliothèques n'ai pas eu besoin d'être pensé lors de leurs écritures respectives.

[1] O. Laverny, E. Masiello, V. Maume-Deschamps, D. Rullière. *Estimation of multivariate generalized gamma convolutions through laguerre expansions*. arXiv preprint arXiv :2103.03200, 2021.

Contact : laverny@math.univ-lyon1.fr

Equations différentielles avec Julia

Yves MOCQUART, IRMAR - Rennes Pierre NAVARO, IRMAR - Rennes
Nicolas CROUSEILLES, IRMAR - Rennes

Le package `DifferentialEquations.jl` [4] est certainement l'un des meilleurs packages, peut-être le meilleur, en langage Julia. Il est aussi l'une des meilleures bibliothèques disponibles, tous langages confondus, pour résoudre des équations différentielles. Dans cette exposé, nous présenterons des exemples de résolution de systèmes d'équations différentielles et nous verrons à quel point l'interface est à la fois simple car très proche de l'écriture mathématique, et efficace grâce aux performances du compilateur de Julia.

Même si `DifferentialEquations.jl` offre un très grand nombre de méthodes numériques, certaines équations décrivant des phénomènes multi-échelles hautement oscillant restent difficiles à résoudre. Les méthodes classiques sont inefficaces et des méthodes numériques spécifiques sont nécessaires. Les membres de l'équipe projet INRIA MINGUS ont développé plusieurs stratégies efficaces pour résoudre les EDO hautement oscillantes [1][2]. Ces techniques sont fondées sur une reformulation mathématique adéquate du problème original. Cette reformulation peut alors être résolue numériquement avec des méthodes numériques usuelles. Nous montrerons comment nous avons procédé pour proposer ces nouveaux schémas aux utilisateurs Julia en utilisant la même interface [3].

- [1] P. Chartier, N. Crouseilles, M. Lemou, F. Méhats. *Uniformly accurate numerical schemes for highly oscillatory klein-gordon and nonlinear schrödinger equations*. Numerische Mathematik, **129**, 2015.
- [2] P. Chartier, M. Lemou, F. Méhats, X. Zhao. *Derivative-free high order uniformly accurate schemes for highly-oscillatory systems*. ArXiv e-prints, pp. 12–18, 2020.
- [3] Y. Mocquard, P. Navaro, N. Crouseilles. *HOODESolver.jl : A Julia package for highly oscillatory problems*, 2021. Working paper or preprint.
- [4] C. Rackauckas, Q. Nie. *Differentialequations.jl—a performant and feature-rich ecosystem for solving differential equations in julia*. Journal of Open Research Software, **5(1)**, 2017.

Contact : pierre.navaro@univ-rennes1.fr

Mathematical modelling of thermonuclear fusion plasmas

Claudia NEGULESCU, IMT - Toulouse

Thermonuclear fusion plasmas are studied today in order to find solutions for longer-term, clean energy production. The behaviour of such plasmas is very complex, the main reason being the nonlinear and self-consistent nature of the coupled system «charged-particles \Leftrightarrow fields». Collective effects play hence an important role and the underlying physics is very different from that of neutral gases.

The presence of several small (or large) parameters in fusion plasmas (e.g. the small Debye length, the high electron mobility, the low collisionality and of course the large B field) is indeed one source of many theoretical as well as numerical difficulties in the design of efficient models. To avoid wasting computational resources it is necessary to develop numerical models that behave well in the regimes where these parameters are small but not zero, and sometimes vary throughout the simulation domain. As such, reduced models are looked for, via asymptotic techniques or homogenization methods. As an example, kinetic equations, which bridge the microscopic dynamics with the macroscopic hydrodynamic equations, offer richer physics than macroscopic models and are computationally much more affordable than particle simulations.

Other physical phenomena, such as the electromagnetic screening, instabilities, turbulence, waves, chaos etc contribute to the fact that the plasma constitutes a remarkable domain of study. To give only one example, while in neutral gases only one type of wave occurs, the acoustic wave, in plasmas several types of waves develop, thanks to the collective behaviour of the plasma. These waves can be divided into two categories : the transverse electromagnetic waves, as for example the Alfvén waves, and the longitudinal electrostatic waves, as the Langmuir or ion acoustic waves. All these phenomena lead to very intricate plasma dynamics and it is not surprising that a large part of the research is devoted to the description and understanding of wave propagation in plasmas.

Les trois orateurs (40 minutes par exposé) sont :

- Yanick SARAZIN (CEA Cadarache, IRFM, Yanick.SARAZIN@cea.fr) ;
- Jean DOLBEAULT (Université Paris Dauphine, CEREMADE, dolbeaul@ceremade.dauphine.fr) ;
- Michel MEHRENBARGER (Aix-Marseille Université, michel.mehrenberger@univ-amu.fr).

Acknowledgments. This minisymposium has received funding from the Euratom research and training program 2014-2018 and 2019-2020 under grant agreement No 633053 (within the framework of the EUROfusion Consortium).

Contact : claudia.negulescu@math.univ-toulouse.fr

Physical challenges and numerical issues in controlled fusion plasmas

Yanick SARAZIN, CEA, IRFM - 13108 Saint-Paul-Lez-Durance

In the route towards harnessing controlled fusion on Earth, the international ITER ("the way" in Latin) project represents a major step forward. ITER, currently under construction at Cadarache, France, is a *tokamak*, a device in which a hot plasma at about 150.10^6 Kelvin is confined by strong magnetic fields of a few Tesla within nested toroidal magnetic surfaces. Critical physical issues arise from this specific configuration. First of all, the magnetic configuration, which partly results from the current flowing into the plasma, should be stable with respect to large scale magneto-hydrodynamical (MHD) instabilities. Secondly, the insulating property of the magnetic topology should be optimum as it governs the overall fusion performance, i.e. the ratio of fusion power over injected power. It turns out that the energy confinement is mostly governed by micro-scale turbulence in tokamak plasmas when MHD activity is quiescent.

So far, the main physical parameters (size, shape, *etc.*) of new tokamaks, including ITER, have been chosen on the basis of empirical scaling laws, which predict how the energy confinement time τ_E varies with critical dimensionless parameters. Both the inherent dispersion of the multi-machine data points, of about 16%, and the fact that this τ_E curve is extrapolated out of the operational regime of current devices, ask for grounding these scaling laws within well understood theoretical bases. Importantly, controlled fusion will operate with small margins in terms of performance, so that optimization is required. Reliable understanding and control are therefore mandatory. Hence the need for first principle modeling of both MHD instabilities and turbulence dynamics, in view of understanding, predicting – including outside the current experimental domain – and possibly controlling the plasma confinement.

Two main models are currently being used to address these issues, namely 3 dimensional fluid models for MHD stability and transport studies at the plasma periphery, and 5 dimensional so-called gyrokinetic models for core turbulence. First, these intrinsically nonlinear models reveal extremely challenging from the numerical point of view, partly because of the broad range of involved spatial (3 to 5 orders of magnitudes) and temporal (5 to 7 orders of magnitude) scales, and also because of the strong anisotropy of the dynamics, fast along field lines and slow transverse to them. As a matter of fact, each of the associated codes already uses several tens of millions CPU hours per year on the largest supercomputers worldwide, and would require even more for ITER relevant parameters. Second, these models however suffer critical limitations, which would need being overcome in the near future. Two kinds of limitations can be distinguished : either intrinsic, within each model, or extrinsic, i.e. requiring the treatment of all the various physical issues within the same description to look for possible competing and/or synergistic effects. In that respect, accounting for the coupling to specific classes of particles – fast particles in the plasma core and neutrals at the edge – reveals particularly challenging and of uttermost importance.

The talk will review the main physical challenges in tokamak plasmas and the current status of the first principle models, from a theoretical and a numerical point of view. The GYSELAX, JOREK and SOLEDGE3X codes, which are developed and/or used at IRFM, will serve as examples : their development involves multi-disciplinary teams and spans several years, in between 10 and 20 years. The last part of the talk will address their limitations, discuss tentative ways to overcome them and possible numerical bottlenecks.

Contact : yanick.sarazin@cea.fr

Large time asymptotics for evolution equations with mean field couplings

Jean DOLBEAULT, Ceremade - Paris

This lecture is devoted to the convergence rates towards an equilibrium solution of the solutions of some simple evolution equations with mean field nonlinear couplings, like the Keller-Segel and Nernst-Planck systems, Cucker-Smale type models, and the Vlasov-Poisson-Fokker-Planck equation. The key point is the use of Lyapunov functionals adapted to the nonlinear version of the model to produce a functional framework adapted to the asymptotic regime and study the spectral properties of the linearized evolution equation.

- [1] L. Addala, J. Dolbeault, X. Li, M. L. Tayeb. *L^2 -Hypocoercivity and large time asymptotics of the linearized Vlasov-Poisson-Fokker-Planck system*. Preprint <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02299535>, 2019.
- [2] A. Arnold, J. Dolbeault, C. Schmeiser, T. Wöhner. *Sharpening of decay rates in Fourier based hypocoercivity methods*. Preprint <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03078698>, 2020.
- [3] J. F. Campos, J. Dolbeault. *Asymptotic Estimates for the Parabolic-Elliptic Keller-Segel Model in the Plane*. Comm. Partial Differential Equations, **39(5)**, 806–841, 2014. doi : 10.1080/03605302.2014.885046.
- [4] J. Dolbeault, C. Mouhot, C. Schmeiser. *Hypocoercivity for linear kinetic equations conserving mass*. Transactions of the American Mathematical Society, **367(6)**, 3807–3828, 2015.
- [5] X. Li. *Asymptotic behavior of Nernst-Planck equation*. Preprint <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02310654>, 2019.
- [6] X. Li. *Flocking : phase transition and asymptotic behaviour*. Preprint <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02143985>, 2019.

Contact : dolbeaul@ceremade.dauphine.fr

Méthode semi-Lagrangienne pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov: le cas de l'interpolation d'Hermite

Michel MEHRENBARGER, I2M - Marseille

On considère dans cet exposé l'utilisation de l'interpolation d'Hermite [1, 2] pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov par une méthode semi-Lagrangienne. Un des avantages est la localité des données, ce qui est utile dans un cadre parallèle. La méthode s'adapte aussi sur maillage non uniforme et non structuré, ce qui peut avoir son importance pour le traitement de géométries complexes et aussi pour répartir les points là où ils sont nécessaires (par exemple, lorsqu'il y a changement abrupt de température entre le bord et le coeur d'un plasma de tokamak, ou alors lorsque l'on considère une gaine de plasma). Sur maillage uniforme, on peut aussi considérer des reconstructions des dérivées pour éviter le coût mémoire lié au transport des dérivées. Cette méthode a été revisitée plus récemment dans le cadre WENO [3, 4]. Le sujet reste d'actualité puisqu'il paraît que les formules d'interpolation d'Hermite sont redécouvertes et republiées tous les 4 ans... [5].

Références

- [1] Takashi Nakamura, Takashi Yabe, *Cubic interpolated propagation scheme for solving the hyper-dimensional Vlasov-Poisson equation in phase space*, Computer Physics Communications, 120(2-3) :122-154, 1999.
- [2] Nicolas Besse, Jacques Segré, Eric Sonnendrücker, *Semi-Lagrangian schemes for the two-dimensional Vlasov-Poisson system on unstructured meshes*, Transport Theory and Statistical Physics, 34(3-5) :311-332, 2005.
- [3] Francis Filbet, Chang Yang, *Conservative and non-conservative methods based on Hermite weighted essentially-non-oscillatory reconstruction for Vlasov equations*, J. Comput. Physics, vol. 279 (2014) pp. 18-36.
- [4] Xiaofeng Cai, Jianxian Qiu, Jing-Mei Qiu, *A conservative semi-Lagrangian HWENO method for the Vlasov equation*, Journal of Computational Physics, v323, 2016, pp 95-114.
- [5] Thomas Hagstrom, Daniel Appelö, *Solving PDEs with Hermite interpolation*, Spectral and high order methods for partial differential equations ICOSAHOM 2014. Springer, Cham, 2015. 31-49.

Contact : michel.mehrenberger@univ-amu.fr

Méthode des moments pour la résolution numérique d'EDP : modélisation et contraintes

Teddy PICHARD, CMAP École polytechnique - Palaiseau

La méthode des moments est classiquement utilisée en théorie cinétique pour réduire une équation cinétique vers un système d'équations fluides. Classiquement, appliquer cette technique à l'équation de Boltzmann mène aux équations d'Euler. Mais elle peut en fait s'appliquer à une variété de modèles et d'applications, notamment pour les gaz raréfiés, en transfert radiatif, pour les plasmas, les sprays, en quantification d'incertitude, etc.

$$\partial_t f + v \partial_x f = Q(f) \quad \Rightarrow \quad \partial_t U + \partial_x F = Q,$$

$$\text{avec} \quad U(t, x) = \int_v b(v) f(t, x, v) dv, \quad F(t, x) = \int_v v b(v) f(t, x, v) dv, \quad Q(t, x) = \int_v b(v) Q(f)(t, x, v) dv.$$

Formellement, elle consiste à travailler avec les équations satisfaites par les moments d'une fonction (l'inconnue d'une EDP) plutôt qu'avec la fonction elle-même. Ces moments sont des intégrales pondérées de la fonction par rapport à l'une des variables et dépendent ainsi, après intégration, de moins de variables. Aussi le coût de résolution numérique des EDP aux moments qu'ils satisfont est donc moindre en comparaison. Or ces équations aux moments sont généralement sous-déterminées et une fermeture reliant les différentes inconnues est nécessaire pour pouvoir les résoudre.

En pratique, le choix de fermeture a un fort impact sur l'approximation qui en résulte et il doit être adapté à la physique modélisée (différents régimes considérés). Il faut donc relier la fermeture à l'équation cinétique sous-jacente. Ces contraintes se caractérisent non seulement dans la construction de la fermeture, mais également dans les méthodes numériques pour résoudre ces EDP.

Ce mini-symposium met en jeu plusieurs applications de la méthode des moments et ainsi que des méthodes numériques pour résoudre les équations aux moments.

Les oratrices et orateurs pressentis sont :

- Frédérique Laurent-Nègre (CNRS-EM2C-CentraleSupélec) : Une fermeture pour les moments en vitesse
- Alejandro Alvarez-Laguna (CNRS-LPP-École polytechnique) : Application en physique des plasmas
- Katia Ait-Ameur (CMAP-École polytechnique) : Méthode numérique d'ordre élevé pour les équations aux moments
- Gaël Poette (CEA-CESTA) : Application en quantification d'incertitude
- Teddy Pichard (CMAP-École polytechnique) : Une fermeture projective (application au transfert radiatif)

Contact : teddy.pichard@polytechnique.edu

Méthodes numériques d'ordre élevé pour les modèles aux moments

Katia AIT-AMEUR, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Samuel KOKH, CEA - Saclay

Marc MASSOT, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Teddy PICHARD, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

On s'intéresse à des modèles aux moments décrivant la dynamique de brouillards de gouttes. Cette dynamique est représentée par une fonction de distribution $f(t, x, \vec{c}, S)$ de gouttes au temps t , au point x , de vitesse \vec{c} et de taille S . L'équation de Williams-Boltzmann [4] décrit cette dynamique dans l'espace (t, x, \vec{c}, S) :

$$\underbrace{\partial_t f + \partial_x \cdot (\vec{c}f)}_{\text{Transport}} + \underbrace{\partial_{\vec{c}} \cdot (\vec{F}f)}_{\text{Trainée}} + \underbrace{\partial_S (Kf)}_{\text{Évaporation}} = 0. \quad (1)$$

Compte tenu du coût de calcul requis pour la résolution numérique de l'équation de Williams Boltzmann, on dérive des modèles macroscopiques basés sur les moments en taille et en vitesse de la fonction de distribution f , définis par:

$$M_{i,j,k,l} = \int_0^1 \int_{R^3} S^l c_x^i c_y^j c_z^k f(t, x, \vec{c}, S) dS d^3 \vec{c} \quad (2)$$

De manière classique, les modèles aux moments pour les sprays (notamment [3]) sont faiblement hyperboliques et génèrent des singularités de type δ -choc qui sont difficiles à capturer par les schémas numériques. La difficulté est d'assurer que le vecteur des moments $M_{i,j,k,l}$ calculé par le schéma numérique, appartient à l'espace convexe des moments. Ceci est d'une importance majeure car la fonction de distribution f est explicitement reconstruite à partir des moments. Cette propriété est appelée réalisabilité. Le but ici est de développer des schémas numériques d'ordre élevé en espace et en temps, précis, robustes et préservant les espaces convexes. On considère deux familles de schémas numériques : les schémas volumes finis cinétiques [1] et les schémas Galerkin discontinus d'ordre élevé [2]. Ces schémas génèrent des oscillations non physiques autour des discontinuités et un moyen d'y remédier est d'utiliser des limiteurs de pente. L'enjeu ici est d'amortir ces oscillations suffisamment pour assurer la réalisabilité et la stabilité sans que l'ordre de la méthode numérique ne soit impacté. La limitation est basée sur la méthode introduite dans [5] permettant de projeter les solutions numériques dans l'espace des moments à chaque pas de temps.

- [1] F. Bouchut, S. Jin, X. Li. *Numerical approximations of pressureless and isothermal gas dynamics*. SIAM J. Num. Anal., **(41)**, 135–158, 2003.
- [2] B. Cockburn, C.-W. Shu. *The runge-kutta discontinuous galerkin method for conservation laws*. J. of Comput. Phys., **2(141)**, 199–224, 1998.
- [3] M. Essadki, S. De Chaisemartin, F. Laurent, M. Massot. *High order moment model for polydisperse evaporating sprays towards interfacial geometry*. SIAM J. on Appl. Math., **4(78)**, 2003–2027, 2018.
- [4] F. Williams. *Spray combustion and atomization*. Physics of Fluids, **(1)**, 541–545, 1958.
- [5] X. Zhang, Y. Xia, C.-W. Shu. *Maximum-principle-satisfying and positivity-preserving high order discontinuous galerkin schemes for conservation laws on triangular meshes*. J. Sci. Comput., **1(50)**, 29–62, 2012.

Contact : katia.ait-ameur@polytechnique.edu

A Grad closure for low-temperature plasmas: derivation of the equations, numerical methods and validation with experiments

Alejandro ALVAREZ LAGUNA, LPP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Benjamin ESTEVES, LPP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Louis REBOUL, CMAP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Teddy PICHARD, LPP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Marc MASSOT, LPP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Anne BOURDON, LPP, CNRS, École polytechnique - Palaiseau, France

Standalone fluid-based models usually fail to fully represent the physics of low-temperature plasmas in weakly-collisional regimes where the local thermodynamic equilibrium is no longer valid and kinetic effects are important. In this talk, we will derive a velocity-moment plasma model from the kinetic equation by means of Grad's method that accounts for a multi-component reacting mixture in chemical and thermal non-equilibrium with the effect of an electromagnetic field [1]. The model considers the evolution of mass, momentum, energy, heat flux vector and the contracted fourth moment balance equations for each plasma species. By doing this, the excess kurtosis of the electron population at high energies, typical in low-temperature plasmas, is self-consistently captured by the model.

We will explain the derivation of the collisional terms for both elastic and inelastic collisions by using the full Boltzmann operator as opposed to a simplified BGK operator. Different asymptotic limits of these equations with respect to the collisionality, quasi-neutrality, and electron inertia will be discussed [2]. Finally, we propose asymptotic-preserving discretizations in order to avoid severe time-step restrictions due to the resolution of the small scales under some regimes of interest. Comparison of the plasma moment model with kinetic simulations and experimental results will be discussed in this talk.

- [1] A. Alvarez Laguna, N. Ozak, A. Lani, H. Deconinck, S. Poedts. *Fully-implicit finite volume method for the ideal two-fluid plasma model*. Computer Physics Communications, **231**, 31–44, 2018.
- [2] A. Alvarez Laguna, T. Pichard, T. Magin, P. Chabert, A. Bourdon, M. Massot. *An asymptotic preserving well-balanced scheme for the isothermal fluid equations in low-temperature plasmas at low-pressure*. Journal of Computational Physics, **419**, 109634, 2020.

Contact : alvarez@lpp.polytechnique.fr

Hyperbolic Quadrature Method of Moments for the one-dimensional kinetic equation

Frédérique LAURENT, EM2C & Fédé. de Math. - CNRS, CentraleSupélec - Gif-sur-Yvette

Rodney O. FOX, Iowa State University - USA

For applications such as rarefied gas dynamics or spray flows, there is an interest in developing moment methods from a kinetic description of the gas or the spray, since such methods can be very efficient. In this context, a solution is proposed here [1] to a longstanding open problem in kinetic theory, namely, given any set of realizable velocity moments up to order $2n$, a closure for the moment of order $2n + 1$ is constructed for which the moment system found from the free-transport term in the one-dimensional (1-D) kinetic equation is globally hyperbolic and in conservative form. This is a reformulation and generalization of the Hyperbolic Quadrature Method of Moments (HyQMOM) introduced in a prior work [2].

The HyQMOM closure is defined based on the properties of the monic orthogonal polynomials Q_n that are uniquely defined by the velocity moments up to order $2n - 1$. Thus, HyQMOM is strictly a moment closure and does not rely on the reconstruction of a velocity distribution function with the same moments. Moreover, one can show the hyperbolicity of the corresponding system, at least for $n \leq 11$ and the good behavior of the eigenvalues of the problem, in particular when the moment vector tends to the boundary of the moment space, property that can be important for applications such as sprays. An efficient algorithm for computing the moment of order $2n + 1$ from the moments up to order $2n$ is developed, based on the Chebyshev algorithm. The analytical solution to a 1-D Riemann problem is used to show convergence of the HyQMOM closure with increasing n .

- [1] R. O. Fox, F. Laurent. *Hyperbolic quadrature method of moments for the one-dimensional kinetic equation*, 2021. Working paper or preprint.
- [2] R. O. Fox, F. Laurent, A. Vié. *Conditional hyperbolic quadrature method of moments for kinetic equations*. *Journal of Computational Physics*, **365**, 269–293, 2018.

Contact : frederique.laurent@centralesupelec.fr

Construction de modèles réduits pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes de lois de conservation hyperboliques par méthodes aux moments

Gaël POËTTE, CEA - CESTA Bruno DESPRÉS, LJLL - Paris VI
Didier LUCOR, LINS-CNRS - Orsay

Nous nous intéressons à la propagation d'incertitudes dans des systèmes de lois de conservation hyperboliques. La forme générale de ces modèles est rappelée ci-dessous (omettons les conditions de bords pour simplifier)

$$\begin{cases} \partial_t u(x, t) + \partial_x f(u(x, t)) = 0, x \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d, t \in [0, T], & (1a) \\ u(t = 0, x) = u_0(x), \forall x \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^d, & (1b) \end{cases}$$

où d est la dimension spatiale et $u \in \mathbb{R}^n$. En quantification d'incertitudes, il est classique de rendre explicite la dépendance en le vecteur de paramètres incertains $X \sim d\mathcal{P}_X$ de sorte que (1) devient

$$\begin{cases} \partial_t u(x, t, X) + \partial_x f(u(x, t, X), X) = 0, x \in \mathcal{D}(X) \subset \mathbb{R}^d, t \in [0, T], & (2a) \\ u(t = 0, x, X) = u_0(x, X), \forall x \in \mathcal{D}(X), & (2b) \\ X \sim d\mathcal{P}_X. & (2c) \end{cases}$$

Bien entendu, des valeurs différentes de X conduisent à des problèmes découplés : en principe, il n'y a pas de difficultés majeures. Le principal problème provient du fait qu'une propagation précise des incertitudes implique de nombreux calculs et peut être très coûteuse.

La ressemblance de (2a) avec un modèle cinétique (X faisant écho à la dimension spectrale) ouvre sur la possibilité d'appliquer les méthodologies classiques (en cinétique) de réduction de modèles (modèles S_n [1], P_n [4], M_n [3]) au système nonlinéaire (2).

Dans cet exposé, nous présenterons la construction de modèles réduits pour la capture de régimes incertains pour les systèmes de lois de conservation basée sur une analogie entre (2) et les modèles cinétiques. Nous présenterons progressivement quelques propriétés qu'il est possible d'espérer (convergence, caractère bien/mal posé [2]) des modèles réduits de l'équation de Burgers et des systèmes de Saint Venant et d'Euler. Nous insisterons sur les difficultés rencontrées et sur l'apport des méthodes aux moments [2].

- [1] F. Chaland and G. Samba. Discrete ordinates method for the transport equation preserving one-dimensional spherical symmetry in two-dimensional cylindrical geometry. *Nuclear Science and Engineering*, 182(4) :417–434, 2016.
- [2] Bruno Després, Gaël Poëtte, and Didier Lucor. *Robust Uncertainty Propagation in Systems of Conservation Laws with the Entropy Closure Method*, volume 92 of *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*. Uncertainty Quantification in Computational Fluid Dynamics, 2013.
- [3] Teddy Pichard, Graham W. Alldredge, Stéphane Brull, Bruno Dubroca, and M. Frank. An approximation of the m_2 closure : Application to radiotherapy dose simulation. *J. Sci. Comput.*, 71(1) :71–108, 2017.
- [4] Xavier Valentin. *Analyse mathématique et numérique des modèles P_n pour la simulation de problèmes de transport de photons*. PhD thesis, Paris Saclay, 2015. Thèse de doctorat dirigée par Lafitte-Godillon, Pauline et Enaux, Cédric Mathématiques appliquées.

Contact : gael.poette@cea.fr

Traitement, analyse et synthèse d'images.

Fabien PIERRE, laboratoire Lorrain de Recherche en Informatique - Nancy

Les mathématiques employées dans les méthodes de traitement, d'analyse et de synthèse d'images sont variées. Alors que les EDP et la transformée de Fourier ont été utilisées massivement il y a deux décennies, la variété de méthodes mathématiques employée a connu une croissance massive depuis. On assiste désormais à un équilibre où les thématiques appliquées nourrissent des problématiques théoriques et vice versa. Dans ce mini-symposium, soutenu et financé par le GDR MIA, on présentera les applications récentes des méthodes en traitement d'images ainsi que des résultats d'analyse des phénomènes statistiques liés à des modèles de représentation de l'image.

Les orateurs pressentis sont :

- **Lara Raad**, Universitat Pompeu Fabra.
Image colorization using adversarial learning and semantic information
- **Mireille El Gheche**, École Polytechnique Fédérale de Lausanne.
Joint Graph-based Depth Refinement and Normal Estimation
- **Arthur Renaudeau**, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
Correction des défauts dans les films par inpainting vidéo : reconstructions alternées des structures et textures
- **Arthur Leclaire**, Institut de Mathématiques de Bordeaux.
Complétion d'images de textures.
- **Fabien Pierre**, Laboratoire Lorrain de Recherche en Informatique et ses Applications.
Couplage de méthode variationnelle avec des CNN pour la colorisation d'image.

Contact : fabien.pierre@univ-lorraine.fr

Joint Graph-based Depth Refinement and Normal Estimation

Mattia ROSSI, Sony - Zurich **Mireille EL GHECHE**, Sony AI - Zurich
Pascal FROSSARD, LTS4 - EPFL

We propose a depth map refinement framework which promotes piece-wise planar scenes, leveraging the fact that most human made environments are characterized by planar surfaces, but which does not require any a priori knowledge of the planar surfaces in the scene. We cast the depth refinement problem into the minimization of a cost function involving two main terms : a data term penalizes those solutions deviating from the input depth map in areas whose depth is considered as reliable, a regularization term promotes, explicitly, depth maps corresponding to piece-wise planar surfaces in the 3D scene.

Our contribution is twofold. On the one hand, we propose a graph-based depth refinement framework introducing a novel regularizer which promotes the reconstruction of piece-wise planar scenes explicitly, but, thanks to the graph underneath, it is flexible enough to handle non fully piece-wise planar scenes as well. On the other hand, since our regularizer models the scene explicitly as piece-wise planar, our depth refinement framework estimates, jointly, a normal map of the scene as well. Our depth refinement and normal estimation framework is potentially very useful in the context of large scale 3D reconstruction. We test our framework extensively and show that our framework is effective in both refining the input depthmap and estimating the corresponding normalmap.

Contact : mireille.elgheche@sony.com

Complétion d'images de textures

Arthur LECLAIRE, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

Le problème de la complétion d'images (inpainting) consiste à remplir une partie masquée d'une image avec un contenu qui imite les régions connues tout en s'accordant avec elles sur la frontière du masque. Ce problème est généralement très mal posé. Mais, dans le cadre des images de textures, on peut en donner une formulation statistique basée sur la simulation conditionnelle d'un champ aléatoire. Dans cet exposé, on montrera que la complétion d'une texture peu structurée peut être résolue de façon parfaite à l'aide d'un modèle gaussien de textures. On montrera aussi comment enrichir ce modèle avec des outils de transport optimal de façon à traiter le cas de textures plus structurées.

Contact :

Image colorization by semantic-based adversarial models

Patricia VITORIA, GPI, DTIC, Universitat Pompeu Fabra - Barcelone
Lara RAAD CISA, IMAGES, LTCI, Télécom Paris - Palaiseau
Coloma BALLESTER, GPI, DTIC, Universitat Pompeu Fabra - Barcelone

Colorization is the process of adding plausible color information to monochrome photographs or videos. Currently, digital colorization of black and white visual data is crucial in areas such as advertising and film industries, photography technologies and archive image and video restoration.

Image colorization is an ill posed problem since many color images can lead to the same grayscale input. A number of methods have been proposed involving human intervention. This can be in the form of scribbles indicating the color of certain regions or by giving a color reference image similar to the grayscale input to guide the colorization. Currently, methods based on deep learning make automatic colorization possible, taking advantage of the amount of greyscale/color image pairs available to learn which colors are assigned to which objects. Although important progress has been achieved in this field, automatic image colorization still remains a challenge. We propose ChromaGAN [1] based on generative adversarial models. A generative network is used to infer the chromaticity of a given grayscale image conditioned to semantic clues. As a result, the network is able to perceptually colorize a grayscale image from the semantic understanding of the captured scene. Qualitative and quantitative results show that our adversarial technique provides photo-realistic colorful images.

- [1] P. Vitoria, L. Raad, C. Ballester. *Chromagan : adversarial picture colorization with semantic class distribution*. In *Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision*, pp. 2445–2454, 2020.

Contact : lara.raadcisa@telecom-paris.fr

Correction des défauts dans les films par inpainting vidéo : reconstructions alternées des structures et textures

Arthur RENAUDEAU, IRIT - Toulouse

Nous proposons un nouveau modèle d'inpainting vidéo pour la correction des défauts dans les films par méthodes variationnelles, qui combine la reconstruction de la structure par une méthode de diffusion et la reconstruction de la texture par une méthode de copie de patches. Les énergies proposées pour chacune de ces deux méthodes sont minimisées alternativement, afin de préserver la structure globale de l'image tout en affinant sa texture. Alors que la reconstruction de la structure est effectuée conjointement à l'estimation du mouvement par flux optique via plusieurs approches proximales, la reconstruction de la texture est traitée par une approche non locale (NL-means). Les résultats sur différentes séquences d'images avec des défauts synthétiques montrent une amélioration de la reconstruction par rapport à chacune des approches séparée. Les comparatifs avec d'autres méthodes affichent des résultats au niveau de l'état de l'art en apprentissage profond. Pour finir, notre algorithme est testé sur des séquences de la Cinémathèque de Toulouse dans le cas de défauts réels dus à l'usure et aux manipulations des pellicules [1].

[1] A. Renaudeau. *Détection des défauts et inpainting vidéo pour la restauration de films*. Theses, Toulouse INP, 2021.

Contact : arthur.renaudeau@irit.fr

Systèmes de particules en champ moyen: comportements asymptotiques et applications

Max **FATHI**, LJLL et LPSM - Paris
Julien REYGNER, CERMICS - Champs-sur-Marne

Les systèmes en champ moyen décrivent des ensembles de particules, ou plus généralement d'agents, qui interagissent au travers de leur mesure empirique. Ils apparaissent dans des domaines aussi divers que la théorie cinétique des gaz — et plus généralement la physique statistique; l'analyse des équations aux dérivées partielles non-linéaires; les neurosciences; l'étude des grandes matrices aléatoires, des algorithmes stochastiques et des réseaux de neurones; la modélisation économique et financière; et bien d'autres. Leur étude, initiée par les travaux de Kac et McKean à partir des années 1950, reste un sujet de recherche très actif, en raison du développement récent de techniques analytiques et probabilistes permettant le traitement de systèmes présentant diverses singularités, ainsi que de nouveaux champs d'application de ce type de modèles.

Ce minisymposium sera l'occasion de présenter un panorama de ces techniques et applications, afin d'encourager les échanges entre diverses communautés des mathématiques appliquées françaises (analyse des EDP, probabilités numériques, science des données, physique statistique...) pour lesquelles l'étude de ce type de systèmes présente un intérêt.

Programme du minisymposium :

- Pierre Monmarché (40 min) : Métastabilité pour un système de neurones en interaction
- Pierre Le Bris (25 min) : Contraction rates for the Vlasov-Fokker-Planck equation and uniform in time propagation of chaos through coupling
- Angeliki Menegaki (25 min) : Quantitative Rates of Convergence to Non-Equilibrium Steady States for the Chain of Oscillators
- Milica Tomasevic (25 min) : Quantitative particle approximation of nonlinear Fokker-Planck equations with singular kernel.

Contact : julien.reygner@enpc.fr

Métastabilité pour un système de neurones en interaction

Pierre MONMARCHÉ, LJLL - Paris

On considère un système de N neurones, dont le potentiel de membrane évolue selon une dynamique de type interaction champ moyen. Plus précisément, pour chaque neurone, ce potentiel décroît à taux constant, et d'autre part est mis à zéro lorsque le neurone se décharge (émet un spike), ce qui entraîne également une augmentation du potentiel de tous les autres neurones. Les spike surviennent à des temps aléatoires, à un taux $\lambda(u)$ qui dépend du potentiel de membrane u . Quand $\lambda(u)$ est nul en 0 et dérivable alors, quelque soit N , le système s'arrête presque sûrement en temps fini, c'est-à-dire qu'il n'y aura qu'un nombre fini de spike, suivi d'une décroissance déterministe du système vers 0. On verra que, sous certaine condition, le système est néanmoins métastable, au sens où les points suivants sont satisfaits : 1) le système non-linéaire limite ($N \rightarrow \infty$) converge vers un unique équilibre non nul ; 2) le temps d'extinction d'un système fini de N neurones est exponentiellement grand en fonction de N ; 3) le potentiel moyen du système s'approche rapidement d'une valeur positive constante, et les temps de sortie de voisinages de cette valeur convergent (quand $N \rightarrow \infty$) vers la loi exponentielle (caractère sans mémoire, imprévisible de ces déviations du comportement limite). Les démonstrations repose sur des méthodes de couplage. Travail en collaboration avec Eva Löcherbach [1].

[1] E. Löcherbach, P. Monmarché. *Metastability for systems of interacting neurons*. arXiv e-prints, arXiv :2004.13353, 2020.

Contact : pierre.monmarche@sorbonne-universite.fr

Contraction rates for the Vlasov-Fokker-Planck equation and uniform in time propagation of chaos through coupling

Arnaud GUILLIN, LMBP, Université Clermont-Auvergne - Clermont-Ferrand
Pierre LE BRIS, LJLL Sorbonne Université - Paris

Pierre MONMARCHÉ, LJLL Sorbonne Université - Paris

We adapt in a non-linear case a method used by A. Eberle, A. Guillin and R. Zimmer [2] to prove the existence of a contraction rate for the non linear stochastic differential equation of *McKean-Vlasov* type

$$\begin{cases} dX_t = V_t dt \\ dV_t = \sqrt{2}dB_t - V_t dt - \nabla U(X_t) dt - \nabla W * \mu_t(X_t) dt \\ \mu_t = \text{Law}(X_t). \end{cases} \quad (1)$$

Here, $(X_t, V_t) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$, $(B_t)_{t \geq 0}$ is a Brownian motion in dimension d on a probability space $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$, and μ_t is the law of the position X_t . The symbol ∇ refers to the gradient operator, and the symbol $*$ to the operation of convolution.

We assume the interaction ∇W is Lipschitz continuous and the confining force ∇U is both Lipschitz continuous (or locally Lipschitz continuous) and greater than a quadratic function. We use coupling methods suggested by A. Eberle [1] to obtain a contraction rate for a Wasserstein distance.

Finally, using the same method, we prove a result of uniform in time propagation of chaos for the related N particles system in \mathbb{R}^d in mean field interaction

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}, \quad \begin{cases} dX_t^i = V_t^i dt, \\ dV_t^i = \sqrt{2}dB_t^i - V_t^i dt - \nabla U(X_t^i) dt - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \nabla W(X_t^i - X_t^j) dt, \end{cases} \quad (2)$$

where X_t^i and V_t^i are respectively the position and the velocity of the i -th particle, and $(B_t^i, 1 \leq i \leq N)$ are independent Brownian motions in dimension d .

[1] A. Eberle. *Reflection couplings and contraction rates for diffusions*. Probab. Theory Relat. Fields, **166**(3-4), 851–886, 2016.

[2] A. Eberle, A. Guillin, R. Zimmer. *Couplings and quantitative contraction rates for Langevin dynamics*. Ann. Probab., **47**(4), 1982–2010, 2019.

Quantitative Rates of Convergence to Non-Equilibrium Steady States for the chain of oscillators

Angeliki MENEGAKI, DPMMS - Cambridge, UK

A long-standing open problem in the study of out-of-equilibrium systems in statistical mechanics is the validity of Fourier's law. In this talk we will present a family of models, the atom chains, introduced for this purpose, i.e. to describe properly heat diffusion. The model we will focus on is the so-called chain of oscillators coupled at its boundaries to heat baths at different temperatures. We will present new results on the exponential convergence to the non-equilibrium steady state in several distances with explicit rates of convergence in terms of the number of particles for 1-dimensional weakly anharmonic homogeneous oscillator chains. We will also present sharp estimates on the spectral gap for harmonic homogeneous, with an impurity, or disordered oscillator chains in all dimensions. Some of the results are in collaboration with Simon Becker [2, 1].

- [1] S. Becker, A. Menegaki. *The optimal spectral gap for regular and disordered harmonic networks of oscillators*. Arxiv.org/abs/1909.12241.
- [2] A. Menegaki. *Quantitative Rates of Convergence to Non-equilibrium Steady State for a Weakly Anharmonic Chain of Oscillators*. J. Stat. Phys., **181(1)**, 53–94, 2020. doi :10.1007/s10955-020-02565-5.

Contact : angeliki.menegaki@dpmms.cam.ac.uk

Quantitative particle approximation of nonlinear Fokker-Planck equations with singular kernel

Christian OLIVERA, IMECC-UNICAMP - Campinas
Milica TOMASEVIC, CMAP, Ecole Polytechnique - Paris
Alexandre RICHARD, MICS, Ecole Centrale - Paris

In this talk, we are interested in the convergence of the empirical measure of moderately interacting particle systems with singular interaction kernels. First, we will present a result of quantitative convergence of the time marginals of the empirical measure of particle positions towards the solution of the limiting nonlinear Fokker-Planck equation. Second, we will discuss the well-posedness for the McKean-Vlasov SDE involving such singular kernels and the convergence of the empirical measure towards it (propagation of chaos).

These results only require very weak regularity on the interaction kernel, including the Biot-Savart kernel, and attractive kernels such as Riesz and Keller-Segel kernels in arbitrary dimension. For some of these important examples, this is the first time that a quantitative approximation of the PDE is obtained by means of a stochastic particle system which paves the way to numerical applications. In particular, this convergence still holds (locally in time) for PDEs exhibiting a blow-up in finite time. After presenting the results, the talk will give a glimpse of techniques used in [1] to prove the above results that are based on a semigroup approach combined with a fine analysis of the regularity of infinite-dimensional stochastic convolution integrals.

- [1] C. Olivera, A. Richard, M. Tomasevic. *Quantitative particle approximation of nonlinear fokker-planck equations with singular kernel*. Preprint ArXiv 2011.00537, 2020.

Contact : milica.tomasevic@polytechnique.edu

Modélisation et simulation des phénomènes électromagnétiques en milieux complexes

Sébastien TORDEUX, UPPA, INRIA/Makutu - Pau

Margot SIRDEY, ONERA/DTIS/MACI, UPPA, INRIA/Makutu - Toulouse

Sébastien PERNET, ONERA/DTIS/MACI - Toulouse

La modélisation mathématique et la simulation numérique des phénomènes électromagnétiques sont des enjeux cruciaux et des domaines de recherche très actifs du fait de la complexification croissante des systèmes/dispositifs. Par exemple, l'émergence de la propulsion électrique distribuée a induit de nouveaux challenges pour la protection des véhicules nécessitant des avancées importantes dans le domaine de CEM (Compatibilité ElectroMagnétique) numérique. On peut encore citer les enjeux liés la compréhension, le modélisation et la simulation des phénomènes de propagation d'ondes dans les milieux complexes tels que les métamatériaux, les plasmas et les nouvelles structures optiques (micro-résonateur, cristaux phoniques). L'objectif de ce mini-symposium est de présenter plusieurs avancées récentes sur ces problématiques.

Les orateurs pressentis sont :

- Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia (CNRS/POEMS ENSTA), Equations de Maxwell en présence d'une pointe conique de matériau négatif.
- Bruno Despres (UPMC/LJLL), Nouvelles conditions de coins pour les algorithmes de décomposition de domaine en régime harmonique.
- Justine Labat (CEA), Décomposition de domaine sur des formulations intégrales surfaciques en électromagnétisme.
- Ronan Cranny (ONERA), Conception d'un Schéma Différences Finies Spectrales (d'ordre spatial élevé) pour résoudre les Équations de Maxwell dans le Domaine Temporel pour des Applications CEM.
- Margot Sirdey (ONERA/UPPA), Méthode de type Trefftz pour la simulation 3D d'ondes électromagnétiques.
- Zoïs Moitier (KIT), Plasmonic Resonances and their Effect on Scattering.

Contact : sebastien.tordeux@univ-pau.fr

Equations de Maxwell en présence d'une pointe conique de matériau négatif

Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris) - Palaiseau

Lucas CHESNEL, CMAP (Ecole Polytechnique, INRIA) - Palaiseau

Mahran RIHANI, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris) - Palaiseau

Ce travail concerne les équations de Maxwell en régime harmonique lorsque la permittivité diélectrique ε change de signe (ε et ε^{-1} étant des fonctions bornées). Supposons pour fixer les idées que l'on se place dans un domaine borné $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ avec une condition de conducteur parfait au bord, et que la perméabilité magnétique est celle du vide. On a montré dans [1] que les équations de Maxwell sont bien posées dans le cadre classique si le problème scalaire suivant est bien posé pour $f \in H^{-1}(\Omega)$:

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } \varphi \in H_0^1(\Omega) \text{ tel que} \\ \int_{\Omega} \varepsilon \nabla \varphi \cdot \nabla \varphi' = \int_{\Omega} f \varphi', \quad \forall \varphi' \in H_0^1(\Omega). \end{array} \right. \quad (1)$$

Or nous savons que ce problème peut être mal posé lorsque ε change de signe. En particulier, si ε prend une valeur négative dans un sous-domaine \mathcal{M} de Ω présentant une pointe conique, et une valeur positive hors de \mathcal{M} , le problème scalaire admet des solutions hyper-oscillantes au voisinage de la pointe du cône, qui ne sont pas dans $H^1(\Omega)$. On les appelle des ondes de trou noir car elles transportent une partie de l'énergie qui disparaît dans la pointe. Dans le cas bidimensionnel, nous avons montré comment restaurer le caractère bien posé du problème scalaire dans un cadre fonctionnel élargi, incluant les singularités de trou noir [2].

L'objectif de cette présentation, faisant suite à l'article [3], est d'expliquer comment établir un résultat similaire pour les équations de Maxwell 3D. On introduit pour cela l'espace suivant, où s^+ désigne la singularité de trou noir (on se place pour simplifier dans un cas où il n'en existe qu'une) :

$$\mathbf{X}(\varepsilon) = \{ \mathbf{E} = c \nabla s^+ + \tilde{\mathbf{E}}, c \in \mathbb{C}, \tilde{\mathbf{E}} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \mid \text{curl } \mathbf{E} \in \mathbf{L}^2(\Omega), \text{div}(\varepsilon \mathbf{E}) = 0 \text{ in } \Omega, \mathbf{E} \times \nu = 0 \text{ on } \partial\Omega \}.$$

Nous sommes parvenus à démontrer que la formulation suivante, où le terme source \mathbf{J} est régulier et à divergence nulle, relève de l'alternative de Fredholm :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Trouver } \mathbf{E} \in \mathbf{X}(\varepsilon) \text{ tel que} \\ \int_{\Omega} \text{curl } \mathbf{E} \cdot \text{curl } \overline{\mathbf{E}'} dx - \omega^2 \int_{\Omega} \varepsilon \mathbf{E} \cdot \overline{\mathbf{E}'} dx = i\omega \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \overline{\mathbf{E}'} dx, \quad \forall \mathbf{E}' \in \mathbf{X}(\varepsilon). \end{array} \right. \quad (2)$$

Dans cette formulation, la difficulté vient de l'espace fonctionnel $\mathbf{X}(\varepsilon)$ qui n'est pas inclus dans $\mathbf{L}^2(\Omega)$, c'est pourquoi un symbole particulier apparaît dans la seconde et la troisième intégrale qui doivent être définies soigneusement. La démonstration utilise la théorie de Kondratiev et la notion de T -coercivité. On démontre au passage de nouveaux résultats sur les potentiels vecteurs pour des champs très singuliers.

- [1] A. Bonnet-Ben Dhia, L. Chesnel, P. Ciarlet Jr. *T-coercivity for the Maxwell problem with sign-changing coefficients*. Commun. in PDEs, **39(06)**, 1007–1031, 2014.
- [2] A. Bonnet-Ben Dhia, L. Chesnel, X. Claeys. *Radiation condition for a non-smooth interface between a dielectric and a metamaterial*. Math. Models Methods Appl. Sci., **23(9)**, 1629–1662, 2013.
- [3] A. Bonnet-Ben Dhia, L. Chesnel, M. Rihani. *Maxwell's equations with hypersingularities at a conical plasmonic tip*. arXiv :2010.08472.

Contact : anne-sophie.bonnet-bendhia@ensta-paris.fr

Conception d'un Schéma Différences Finies Spectrales (d'ordre spatial élevé) pour résoudre les Équations de Maxwell dans le Domaine Temporel pour des Applications CEM

Ronan CRANNY, ONERA/DEMRE - Toulouse
Guillaume PUIGT, ONERA/DMPE - Toulouse
Rémi RONCEN, ONERA/DMPE - Toulouse
Xavier FERRIERES, ONERA/DEMRE - Toulouse

Le calcul des courants sur un réseau de fils est essentiel pour la CEM (compatibilité électromagnétique) pour évaluer, par exemple, les effets d'un foudroiement sur un système. Aujourd'hui, les méthodes dérivées du schéma de Yee sont les plus répandues pour la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel en ce qui concerne le calcul des champs EM, tandis que le modèle de fils de Holland [1] ou une équation MTLN sont utilisés pour le calcul des courants .

Le fait que le schéma de Yee calcule les champs sur un maillage cartésien pose un problème lorsque des géométries courbes doivent être traitées. Même si, les fils peuvent être obliques [2] dans ce schéma, les structures courbes sont représentées par un maillage en marche d'escalier, ce qui peut induire des erreurs dans les champs EM calculés à proximité des bords des matériaux. Afin de contourner ce problème, on propose un maillage non structuré pour mieux représenter ces structures. Quelques techniques choisies ont été étudiées pour traiter ce problème. Parmi ces méthodes, nous avons préparé : un schéma Volumes Finis (VF), une méthode Galerkin Discontinue (DG) et récemment une approche Différences Finies Spectrales (DFS).

En effectuant des évaluations, on a observé que le schéma Volume Finis utilisait peu de ressources en termes de calculs mais fournissait des valeurs de champs avec une précision insuffisante. Quant à la méthode Galerkin Discontinue, on obtient des champs avec une précision satisfaisante mais avec un temps de calcul important. Le schéma Différences Finies Spectrales parvient à faire un compromis ajustable entre le temps calcul et la précision de la solution.

Cette présentation propose un schéma Différences Finies Spectrales qui intègre des couches absorbantes (PML) pour les conditions de bords et des surfaces de Huygens pour introduire des sources telles que les pulses Gaussiens. Les principes de ce schéma seront donnés ainsi que la qualité de ses performances par la comparaison de résultats pour différentes configurations avec les schémas DG, VF et FEM.

[1] Finite-Difference Analysis of EMP Coupling to Thin Struts and Wires, R. Holland, L. Simpson, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, issue 2, vol EMC-23 (1981)

[2] New Oblique Thin Wire Formalism in the FDTD Method With Multiwire Junctions, C. Guiffaut, A. Reineix, B. Pecqueux, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, issue 3, vol 60, (2012)

Contact : ronan.cranny@onera.fr

Nouvelles conditions de coins pour les algorithmes de décomposition de domaine en régime harmonique

Bruno DESPRÉS, LJLL/SU - Paris **Anouk NICOLOPOULOS**, UZH - Zurich
Bertrand THIERRY, CNRS-LJLL/SU - Paris

Le problème modèle de Helmholtz pour les ondes en régime harmonique est décrit dans un ouvert borné polygonal $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ de bord extérieur Γ_{ext} . Cet ouvert est décomposé en sous-domaines également polygonaux Ω_i ne se recouvrant pas. Le squelette interne de la décomposition est noté $\Sigma = \bigcup(\partial\Omega_i/\Gamma_{\text{ext}})$ et Π désigne l'opérateur d'échange sur Σ . Les méthodes de décomposition de domaine itératives peuvent souvent s'écrire sous la forme ($\omega > 0$, $\mathbf{i}^2 = -1$)

$$\begin{cases} (\Delta + \omega^2) u_i^{p+1} = f & \text{dans } \Omega_i, \forall i, \\ (\partial_n - \mathbf{i}\omega T) u_\Sigma^{p+1} = -(\Pi\partial_n + \mathbf{i}\omega T\Pi) u_\Sigma^p & \text{sur } \Sigma, \\ (\partial_n - \mathbf{i}\omega) u_\Gamma^{p+1} = 0 & \text{sur } \Gamma_{\text{ext}}. \end{cases} \quad (1)$$

Par exemple la méthode la plus simple correspond à $\Pi = I$. Les méthodes optimisées d'ordre deux et plus (Nataf et al, Geuzaine et al) construisent des opérateurs T à partir d'opérateurs différentiels issus de conditions absorbantes d'ordre élevé telles que $(1 - \frac{1}{2\omega^2}\partial_{tt})\partial_n u - \mathbf{i}\omega u = 0$ sur Γ_{ext} . Les méthodes reposant sur le formalisme multitrace (Claeys et al) considèrent des opérateurs qui réalisent des isomorphismes entre des espaces fonctionnels optimaux pour les traces et dérivées normales. Une difficulté consiste à définir des espaces duaux $H^{\frac{1}{2}}/H^{-\frac{1}{2}}$ compatibles avec la structure géométrique du squelette Σ . Pour ces opérateurs T , l'algorithme (1) converge géométriquement.

La question que nous considérons est de partir d'opérateurs de transmission optimisés tels que

$$\left(1 - \frac{1}{2\omega^2}\partial_{tt}\right)\partial_{n_i} u_{ij}^{p+1} - \mathbf{i}\omega u_{ij}^{p+1} = -\left(1 - \frac{1}{2\omega^2}\partial_{tt}\right)\partial_{n_j} u_{ji}^p - \mathbf{i}\omega u_{ji}^p \text{ sur } \partial\Omega_i \cap \partial\Omega_j \subset \Sigma \quad (2)$$

et de définir des conditions de coins mixtes aux deux extrémités de l'interface $\partial\Omega_i \cap \partial\Omega_j$ avec deux propriétés principales : a) les conditions de coins intérieurs (crosspoints en anglais, Gander et al) dérivent d'une condition de radiation artificielle à un coin extérieur ; b) l'algorithme itératif (1) est convergent.

Dans un travail précédent [1], nous avons obtenu de telles conditions absorbantes de coins artificielles. Cependant, inévitablement, la structure symétrique est détruite. Aussi les opérateurs T définis de cette manière ne peuvent pas être auto-adjoints, c'est à dire que $T^* \neq T$ dans $L^2(\Sigma)$. Il se trouve que la totalité de la littérature (voir par exemple Joly-Lecouvez et al) s'appuie sur le caractère auto-adjoint positif des opérateurs $T = T^* > 0$. Le résultat que l'on annonce est que l'on peut contourner cette condition grâce à de nouvelles estimations énergétiques s'appuyant sur des considérations abstraites.

Théorème 1. *Il existe des opérateurs T dérivant de conditions de radiation de coins tels que $T^* \neq T$, $T + T^* > 0$ et tels que l'algorithme de décomposition de domaine (1) converge.*

Quelques confirmations numériques se trouvent dans [1]. L'optimalité et l'efficacité numérique réelle de cette approche sont des questions ouvertes.

Références

- [1] Bruno Després, Anouk Nicolopoulos, Bertrand Thierry, Corners and stable optimized domain decomposition methods for the Helmholtz problem, HAL 2020, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02612368>.

Contact : despres@ann.jussieu.fr

Décomposition de domaine sur des formulations intégrales surfaciques en électromagnétisme

Francis COLLINO Justine LABAT, CEA-CESTA - Le Barp
Agnès PUJOLS, CEA-CESTA - Le Barp

Les méthodes de Galerkin discontinues ont été largement étudiées dans le cadre de problèmes d'ondes en volume, notamment en électromagnétisme [1]. Les travaux portant sur l'extension de ces méthodes aux équations intégrales de frontière sont plus rares et plus récents; citons par exemple [2] pour l'acoustique et [3] pour l'électromagnétisme. Plusieurs problèmes empêchent une généralisation aisée. Tout d'abord, une difficulté de nature analyse fonctionnelle : les solutions recherchées vivent naturellement dans l'espace des courants circulant sur la surface de diffraction ; le découpage de cette surface en sous-domaines, fait apparaître des lignes frontière sur lesquelles on ne sait pas définir les traces normales sans hypothèses de régularité supplémentaires. En ce sens, il n'est pas possible de développer une formulation discontinue surfacique strictement équivalente à l'équation intégrale initiale. Ensuite, l'introduction du terme de pénalisation, ingrédient crucial de la méthode de Galerkin discontinue, pose également question et sa définition n'est pas immédiate. Enfin, l'existence des interactions entre sous-domaines non-adjacents, qui n'existent pas pour les équations aux dérivées partielles mais qui doivent ici être prises en compte, fait apparaître la nécessité, pour les problèmes de grande taille, d'utiliser un algorithme itératif dont il faut assurer la convergence.

Dans cet exposé, nous présentons une méthode de décomposition de domaine dans le cadre des équations intégrales surfaciques pour le problème de diffraction d'ondes électromagnétiques en régime harmonique par un objet parfaitement conducteur. Nous engageons donc une approche qui s'inspire du formalisme des méthodes volumiques de Galerkin discontinues. Nous choisissons pour espace d'approximation de la solution (*i.e.* les restrictions des courants aux sous-domaines), les restrictions des éléments finis d'arêtes de Raviart-Thomas de plus bas degré et envisageons divers termes de pénalisation. Pour la résolution itérative, nous mettons en œuvre un algorithme GMRes avec un préconditionneur de type bloc-Jacobi où les blocs diagonaux sont associés aux problèmes locaux dans les sous-domaines individuels. L'ensemble de ce procédé conserve et étend la structure massivement parallèle du code industriel dont nous disposons. Une étude spectrale du procédé met en évidence la performance attendue du préconditionneur utilisé. Des tests numériques qui analysent la convergence de l'algorithme itératif par rapport à la fréquence et au nombre de sous-domaines, sont présentés. D'autres portent sur la précision de la méthode en fonction du nombre de points par longueur d'onde associé aux longueurs d'arête du maillage. On mettra en évidence la sensibilité de ce paramètre sur le comportement de l'algorithme.

- [1] P. Houston, I. Perugia, A. Schneebeli, D. Schötzau. *Interior penalty method for the indefinite time-harmonic Maxwell equations*. Numerische Mathematik, **100(3)**, 485–518, 2005.
- [2] N.-A. Messai, S. Pernet. *hp non-conforming a priori error analysis of an Interior Penalty Discontinuous Galerkin BEM for the Helmholtz equation*. Computers & Mathematics with Applications, **80(12)**, 2644–2675, 2020.
- [3] Z. Peng, R. Hiptmair, Y. Shao, B. MacKie-Mason. *Domain decomposition preconditioning for surface integral equations in solving challenging electromagnetic scattering problems*. IEEE transactions on antennas and propagation, **64(1)**, 210–223, 2015.

Contact : justine.labat@cea.fr

Plasmonic Resonances and their Effect on Scattering

Camille CARVALHO, University of California, Merced - Merced (US)
Zoïs MOITIER, Karlsruhe Institute of Technology - Karlsruhe (DE)

It is well-known that cavities made of Negative-Index Metamaterials (NIM) can exhibit localized waves on the interface between the metamaterial and the dielectric. Those waves are called surface plasmons which are highly oscillatory waves along the interface, and exponentially decreasing in the transverse direction. They are usually characterized in the context of the specific quasi-static case. In this presentation we provide a systematic mathematical characterization of emerging surface plasmons, based on asymptotics, for general metamaterial cavities and for the full wave problem. We found a condition on the metamaterial's properties indicating when surface plasmons can be excited in scattering problems. Surface plasmons can create strong light enhancement, which is challenging to capture numerically. We will illustrate this phenomenon using finite element method. This talk is based on [1].

- [1] C. Carvalho, Z. Moitier. *Asymptotics for metamaterial cavities and their effect on scattering*, 2020. Preprint, HAL-02965993.

Contact : zois.moitier@kit.edu

Méthode de type Trefftz pour la simulation 3D d'ondes électromagnétiques

Sébastien PERNET, ONERA - Toulouse

Margot SIRDEY, ONERA - E2S UPPA-EPC INRIA Makutu - Toulouse

Sébastien TORDEUX, E2S UPPA-EPC INRIA Makutu - Pau

La modélisation précise d'ondes électromagnétiques sur des structures complexes en trois dimensions nécessite l'inversion d'une matrice dont la taille augmente très rapidement avec la taille du domaine. Ce problème devient critique en ce qui concerne la ressource mémoire lorsque la taille du domaine atteint quelques dizaines de longueurs d'onde dans toutes les dimensions. Cette problématique est accentuée par le phénomène de pollution numérique qui force à augmenter le nombre de points de discrétisation par longueur d'onde lorsque la taille du domaine augmente.

Une idée classique consiste à réduire les coûts de calcul en réalisant une décomposition de domaine. Cette méthode nécessite la résolution de problèmes auxiliaires de plus petites tailles dans chaque sous-domaine. Les sous-domaines sont alors couplés grâce à des flux de Robin qui assurent la convergence de la méthode. Bien qu'elles soient efficaces, ces méthodes ne sont pas suffisamment flexibles pour être intégrées facilement à des codes de calcul industriels.

Plus récemment, de nombreux auteurs [2, 3] se sont intéressés à des méthodes de type Trefftz. Ces méthodes offrent une grande souplesse pour la forme (hexaèdre, tétraèdre ...) et pour la taille des cellules constituant le maillage. Elles répondent ainsi aux contraintes géométriques des grands modèles industriels. Les méthodes de Trefftz consistent à utiliser une méthode de Galerkin discontinue dont les fonctions de base sont définies comme des solutions locales de l'équation considérée. Celles-ci peuvent être données analytiquement par une somme d'ondes planes ou numériquement par un solveur auxiliaire [1]. Ces fonctions de base sont propres au problème physique et réduisent les phénomènes de dispersion numérique. Les méthodes de Trefftz fournissent aussi un cadre parfaitement adapté aux méthodes de décomposition de domaine. Il est alors facile de faire évoluer une résolution de type Trefftz directe vers une résolution de type Trefftz itérative.

Dans cet exposé, nous allons présenter différentes méthodes de Trefftz pour la résolution du système de Maxwell 3D en régime harmonique. Nous traiterons le cas d'un solveur auxiliaire analytique par ondes planes ainsi que le cas d'un solveur auxiliaire numérique par éléments finis de Nédélec d'ordre élevé. Une attention particulière sera portée sur la précision de la méthode, sur la comparaison de différentes formulations et sur la ressource mémoire nécessaire à la résolution. Nous expliquerons aussi les raisons pour lesquelles ces méthodes numériques sont adaptées aux architectures modernes.

- [1] H. Barucq, A. Bendali, M. Fares, V. Mattesi, S. Tordeux. *A symmetric trefftz-dg formulation based on a local boundary element method for the solution of the helmholtz equation*. Journal of Computational Physics, **330**, 1069–1092, 2017.
- [2] O. Cessenat, B. Despres. *Application of an ultra weak variational formulation of elliptic pdes to the two-dimensional helmholtz problem*. SIAM journal on numerical analysis, **35(1)**, 255–299, 1998.
- [3] R. Hiptmair, A. Moiola, I. Perugia. *A survey of trefftz methods for the helmholtz equation*. In *Building bridges : connections and challenges in modern approaches to numerical partial differential equations*, pp. 237–279. Springer, 2016.

Contact : margot.sirdey@onera.fr

Modèles structurés de dynamiques épidémiques et contrôle

Plateforme MODCOV19, Insmi - Paris

Amandine VÉBER, CNRS et Univ. de Paris - Paris
Elisabeta VERGU, Unité MaIAGE (INRAe) - Jouy en Josas

En ces temps de crise sanitaire majeure où la modélisation joue un rôle primordial dans la compréhension de la dynamique de l'épidémie et la manière dont nous pouvons agir sur elle, ce mini-symposium discutera plusieurs approches complémentaires et faisant appel à des outils mathématiques différents :

- Emma Hubert (Imperial College) – Epidemic control through incentives, lockdown, and testing : the government's point of view ;
- Mircea Sofonea (Univ. de Montpellier) – Suivi épidémiologique et contrôle en début d'épidémie : applications d'une modélisation en temps discret de la dynamique hospitalière de COVID-19 en France ;
- Amaury Lambert (Sorbonne Univ. et Collège de France) – Large population limit for a wide class of individual-based epidemic models.

Contact : amandine.veber@parisdescartes.fr

Epidemic control through incentives, lockdown, and testing: the government's point of view

Emma HUBERT, Department of Mathematics, Imperial College - London

Thibaut MASTROLIA, CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Dylan POSSAMAÏ, Mathematics department, ETH Zürich - Zürich

Xavier WARIN, EDF R&D and FiME - Palaiseau

In this talk, we consider the control of the COVID-19 pandemic from the point of view of a government. The spread of the epidemic can be modeled through either stochastic SIS or SIR compartmental models, but, for clarity, we will focus in this talk on the SIR model.

When the epidemic is ongoing, the population, who is considered as a single agent in this model, can reduce interactions between individuals in order to decrease the transmission rate β of the virus, and thus limit the epidemic. Indeed, the transmission rate depends essentially on two factors : the disease characteristics and the contact rate within the population. Although the population cannot modify the disease characteristics, each individual can choose (or be incentivised) to reduce his/her contact rate with other individuals in the population. Unfortunately, reducing social interactions is costly for the population. This cost takes into account both the obvious social cost, due to accrued isolation during the lockdown period, and an economic cost (loss of employment due to the lockdown, ...).

Therefore, the government can put into place incentive policies to encourage the lockdown of the population. In addition, the government may also implement a testing policy in order to know more precisely the spread of the epidemic within the country, and to isolate infected individuals. The interaction between the population and the government is modeled through a principal-agent problem. More precisely, given the population's problem, we are able to determine the optimal form of the tax policy χ . Given this tax policy χ , and an arbitrary testing policy α , one can solve the population's optimisation problem, and thus find the optimal transmission rate, namely $\beta^*(\chi, \alpha)$. Then, finding the optimal tax and testing policy from the government's point of view is equivalent to solving an Hamilton-Jacobi-Bellman equation.

We provide numerical examples and compare the results with those obtained in two benchmark cases : one where the government can directly choose the optimal transmission rate (first-best case), the other where there is no incentive from the government. The numerical results confirm the relevance of a tax and testing policy to improve the control of an epidemic. More precisely, if a tax policy is put into place, even in the absence of a specific testing policy, the population is encouraged to significantly reduce its interactions, thus limiting the spread of the disease. If the government also adjusts its testing policy, less effort is required on the population side, so individuals can interact almost as usual, and the epidemic is largely contained by the targeted isolation of positively-tested individuals.

Based on the joint work [1].

- [1] E. Hubert, T. Mastrolia, D. Possamaï, X. Warin. *Incentives, lockdown, and testing : from Thucydides's analysis to the COVID-19 pandemic*. Preprint arXiv :2009.00484, 2020.

Contact : e.hubert@imperial.ac.uk

Large population limits in a wide class of individual-based epidemic models

Félix FOUTEL-RODIER, LPSM, Sorbonne Université - Paris

Amaury LAMBERT, LPSM, Sorbonne Université - Paris

Emmanuel SCHERTZER, LPSM, Sorbonne Université - Paris

We present a general and tractable framework for modeling and “nowcasting” the epidemic at a national scale. Our approach is based on a fairly general, individual-based, stochastic model for complex diseases using an arbitrarily large number of types (e.g., infective stage, clinical state, risk factor class). Under the branching assumption, the dynamics of the epidemic is completely determined (in distribution) by a pair (X, \mathcal{P}) , where X is a stochastic process valued in the type space describing the history of an individual infection through time and \mathcal{P} is a point process whose atoms are the times (since infection) at which the individual infects others.

We show how structuring the infected population by its infection age, i.e., time elapsed since infection, allows us to decouple dependencies between types and to time. In the large population limit (obtained either by assumption on the initial condition or as a spontaneous effect of the outbreak), the global scale of the epidemic is well captured by a deterministic McKendrick-Von Foerster 1-d PDE depending only on the expectation of \mathcal{P} and decorated by the one-dimensional marginals of X . We explain how such an approximation allows us to easily obtain parameter estimates and make robust predictions on the fate of the epidemic.

This work is a collective effort of the SMILE group (Stochastic Models for the Inference of Life Evolution) at Sorbonne Université and Collège de France [1].

- [1] F. Foutel-Rodier*, F. Blanquart, P. Courau, P. Czuppon, J.-J. Duchamps, J. Gamblin, É. Kerdoncuff, R. Kulathinal, L. Régnier, L. Vuduc, A. Lambert**, E. Schertzer**. *From individual-based epidemic models to McKendrick-von Foerster PDEs : A guide to modeling and inferring COVID-19 dynamics*. Eprint arXiv :2007.09622, 2020.

Contact : amaury.lambert@upmc.fr

Suivi épidémiologique et contrôle en début d'épidémie : applications d'une modélisation en temps discret de la dynamique hospitalière de COVID-19 en France

Mircea T. SOFONEA, - Corentin BOENNEC, - Bastien REYNÉ, -
Baptiste ÉLIE, - Ramsès DJIDJOU-DEMASSE, -
Christian SELINGER, - Yannis MICHALAKIS, -
Samuel ALIZON, MIVEGEC - Univ. Montpellier, CNRS, IRD - Montpellier

La propagation du SARS-CoV-2 au cours de l'année 2020 s'est révélée être l'une des pandémies les plus rapides jamais observées. L'absence d'immunité initiale, la transmission pré-symptomatique et la gravité des infections que ce virus est capable de causer a mis sous tension à plusieurs reprises les services hospitaliers de soins critiques de nombreux pays. Cette situation sans précédent a exigé une modélisation mathématique alliant rapidité de déploiement et précision afin d'éclairer au mieux la prise de décision en santé publique.

Dans cet exposé, nous présentons un modèle épidémiologique en temps discret combinant les bénéfices des dynamiques déterministe et non-markovienne, tenant compte de l'effet de l'âge de l'infection sur l'histoire naturelle de la maladie. En analysant les séries temporelles hospitalières de COVID-19 en France, nous avons pu estimer dès le mois d'avril la valeur des principaux paramètres épidémiologiques (nombre de reproduction de base, date d'initiation de la vague épidémique, efficacité du premier confinement). Le modèle nous fournit ensuite un cadre de simulation permettant d'explorer des scénarios contre-factuels et de comparer diverses modalités temporelles, adaptatives et âge-spécifiques de mesures non pharmaceutiques [1].

- [1] M. T. Sofonea, B. Reyné, B. Elie, R. Djidjou-Demassee, C. Selinger, Y. Michalakis, S. Alizon. *Epidemiological monitoring and control perspectives : application of a parsimonious modelling framework to the COVID-19 dynamics in France*. medRxiv, p. 2020.05.22.20110593, 2020. doi : 10.1101/2020.05.22.20110593. Publisher : Cold Spring Harbor Laboratory Press.

Contact : mircea.sofonea@umontpellier.fr

Tests, traçage de contacts et prise en compte de la mobilité pour une surveillance épidémique efficace

Plateforme MODCOV19, Insmi - Paris

Jean-Stéphane DHERSIN, Univ. Sorbonne Paris-Nord - Villetaneuse

Amandine VÉBER, CNRS et Univ. de Paris - Paris

Dans ce minisymposium seront présentés des travaux effectués au coeur de l'épidémie de Covid-19 afin de proposer des éléments quantifiant l'impact de la mobilité individuelle dans une dynamique épidémique ou tentant d'améliorer les approches de traçage de contacts et les procédures de tests de détection d'une maladie infectieuse (en particulier, la covid-19) :

- Vo Phuong Thuy (Univ. Sorbonne Paris-Nord) – Exploration d'un graphe aléatoire par des méthodes Respondent-Driven Sampling ;
- Vincent Brault (Univ. Grenoble-Alpes) – Utilisation du pooling pour les tests RT-qPCR ;
- Marianne Akian (INRIA Saclay) – Probabilistic, mean-field and transport PDE models of Covid-19 epidemics, with variable contact rates and user mobility.

Contact : amandine.veber@parisdescartes.fr

Probabilistic, mean-field and transport PDE models of Covid-19 epidemics, with variable contact rates and user mobility

Akian MARIANNE, Inria and CMAP, Ecole polytechnique, CNRS, IP Paris - Palaiseau

I will present works done during the Covid-19 epidemic crisis of March–May 2020.

In [2], we have studied the evolution of the epidemic in the Paris area, by analyzing the medical emergency calls received by the Emergency medical services (EMS) of the four central departments of this area (Centre 15 of SAMU 75, 92, 93 and 94). Given a transport PDE epidemiological model, we show that the logarithm of each epidemic observable can be approximated by a piecewise linear function of time. Such an approximation allows us to distinguish the different phases of the epidemic, and to identify the delay between sanitary measures and their influence on the load of EMS. This also leads to an algorithm, allowing one to detect epidemic resurgences, by identifying nondifferentiability points.

Piecewise linear approximability is established using methods from Perron–Frobenius theory. We then compute a piecewise linear approximation, by minimizing the ℓ^1 norm of the error.

In [1], we considered discrete time mean-field models, to which Perron–Frobenius techniques can be applied. We also considered probabilistic models, which are more relevant when we deal with not-so-large infected populations or in sub-critical cases. Estimation of the parameters done by minimizing the ℓ^1 norm of the error is illustrated on Paris hospitalization data. We also proposed more complex models including variable contact rates and routing mobility, and shown how to infer the corresponding parameters.

The first part of this work was done jointly with the following physicians of the SAMU of AP-HP and applied mathematicians from INRIA and École polytechnique : Stéphane Gaubert, Marianne Akian, Xavier Allamigeon, Marin Boyet, Baptiste Colin, Théotime Grohens, Laurent Massoulié, David P. Parsons, Frédéric Adnete, Érick Chanzy, Laurent Goix, Frédéric Lapostolle, Éric Lecarpentier, Christophe Leroy, Thomas Loeb, Jean-Sébastien Marx, Caroline Télion, Laurent Tréluyer, and Pierre Carli, see [2].

The second part was done jointly with Luca Ganassali, Stéphane Gaubert, and Laurent Massoulié, see [1].

- [1] M. Akian, L. Ganassali, S. Gaubert, L. Massoulié. *Probabilistic and mean-field model of covid-19 epidemics with user mobility and contact tracing*, 2020.
- [2] S. Gaubert, M. Akian, X. Allamigeon, et al. *Understanding and monitoring the evolution of the Covid-19 epidemic from medical emergency calls : the example of the Paris area*. C. R. Math. Acad. Sci. Paris, **358**(7), 843–875, 2020.

Contact : marianne.akian@inria.fr

Utilisation du pooling pour les tests RT-qPCR

Vincent BRAULT, Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, LJK - Grenoble
Bastien MALLEIN, Université Sorbonne Paris Nord, LAGA, UMR 7539 - Villetaneuse
Jean-François RUPPRECHT, Aix Marseille Univ, CNRS, CPT, CENTURI - Marseille

L'une des problématiques de la pandémie actuelle de COVID-19 est la nécessité de pouvoir tester le plus largement possible les populations afin de mieux détecter la propagation et l'évolution. Toutefois, des problèmes techniques ont été mis en avant comme la tension sur la disponibilité des réactifs. Pour limiter ce problème, les méthodes de *pooling* (mélange de plusieurs échantillons avant de faire le test) sont régulièrement considérées en RT-qPCR (voir par exemple [2]).

Dans cet exposé, nous commencerons par expliquer en quoi consiste un test RT-qPCR et ce que cela implique sur les faux positifs et négatifs. Nous verrons ensuite le principe du *pooling* et comment cette procédure influence les résultats sur le taux de faux négatifs ; nous verrons en particulier l'importance de connaître la distribution de la concentration en charge virale. Nous continuerons donc sur la difficulté d'estimer cette concentration et nous conclurons par quelques procédures qui pourraient être appliquées pour aider en cette période de crise.

[1] V. Brault, B. Mallein, J.-F. Rupprecht. *Group testing as a strategy for covid-19 epidemiological monitoring and community surveillance*. PLOS Computational Biology, **17(3)**, e1008726, 2021.

[2] C. Gollier, O. Gossner. *Group testing against covid-19*. Covid Economics, **2**, 2020.

Contact : vincent.brault@univ-grenoble-alpes.fr

Estimation d'un modèle à blocs stochastiques dense échantillonné par la méthode Respondent-Driven Sampling (RDS).

Thi Phuong Thuy VO, LAMA - Université Gustave Eiffel - Champs-sur-Marne
Viet Chi TRAN, LAMA - Université Gustave Eiffel - Champs-sur-Marne

L'échantillonnage en fonction des répondants ("Respondent - Driven Sampling", RDS) peut être utilisé pour découvrir des réseaux sociaux dans des population cachées. Les personnes interrogées sont invitées à indiquer leurs partenaires et un certain nombre de coupons sont remis à certaines des ces personnes. Ceci peut conduire à l'étude d'une chaîne de Markov sur un graphe aléatoire.

Nous considérons la chaîne de référence sur le modèle à blocs stochastiques (Stochastic Block Model, SBM). Dans notre étude, le graphe et la chaîne de référence sont construits simultanément. Nous nous intéressons au problème de récupérer des informations statistiques sur un modèle à bloc stochastique à partir du sous-graphe découvert par une marche aléatoire (correspondant à un RDS à un coupon). Nous considérons ici le cas dense où le réseau aléatoire peut être approché par un graphon. Tout d'abord, nous écrivons la vraisemblance du sous-graphe découvert par la marche aléatoire : des biais émergent car les "hubs" et les types majoritaires sont plus susceptibles d'être échantillonnés. Même dans le cas où les types sont observés, l'estimateur du maximum de vraisemblance n'est plus explicite. Lorsque les types de sommets ne sont pas observés, nous utilisons un algorithme SAEM ("Stochastic Approximation version of Expectation-Maximization algorithm") pour maximiser la vraisemblance. Deuxièmement, nous proposons une stratégie d'estimation différente en utilisant les nouveaux résultats d'Athreya et Röllin. Elle consiste à dé-biaisier l'estimateur EM variationnel proposé par Daudin et al. et qui ignore les biais.

Contact :

Session parallèle 1 : Mathématiques et Biologie 1	128
Session parallèle 2 : Méthodes numériques 1	132
Session parallèle 3 : Contrôle 1	138
Session parallèle 4 : EDP et Calcul des Variations 1	144
Session parallèle 5 : Méthodes Volumes Finis	149
Session parallèle 6 : Mathématiques et Biologie 2	154
Session parallèle 7 : Ondes et Problèmes inverses 1	158
Session parallèle 8 : Optimisation et Théorie des jeux 1	162
Session parallèle 9 : Mécanique des fluides	166
Session parallèle 10 : Plasmas	170
Session parallèle 11 : Mathématiques et Biologie 3	174
Session parallèle 12 : Flots géométriques / Statistiques	178
Session parallèle 13 : Optimisation et Théorie des jeux 2	183
Session parallèle 14 : Mécanique des fluides numérique 1	187
Session parallèle 15 : Homogénéisation	191
Session parallèle 16 : Méthodes numériques 2	195
Session parallèle 17 : Ondes et Problèmes inverses 2	201
Session parallèle 18 : Contrôle 2	206
Session parallèle 19 : Mécanique des fluides numérique 2	211
Session parallèle 20 : EDP et Calcul des Variations 2	217

Identification de régulateurs systémiques de l'horloge périphérique circadienne par apprentissage de modèles

Julien MARTINELLI, Inria - Saclay
Annabelle BALLESTA, Institut Curie - St-Cloud

Dans cet exposé, on s'intéresse à l'inférence de régulateurs systémiques du système circadien, un oscillateur autonome responsable de la bonne répartition des processus cellulaires sur 24h [1]. Les régulateurs considérés ici peuvent être mesurés facilement à grande échelle chez le patient. Ils comportent l'activité, la température, l'apport alimentaire ou certaines hormones comme le cortisol. Un tel travail trouve ses applications dans le domaine de la médecine personnalisée ainsi que la chronothérapie [1]. L'horloge circadienne étant largement conservée entre mammifères, cette étude est basée sur la souris et considère deux lignées et deux sexes différents, qui peuvent être vus comme 4 patients distincts.

La première partie de ce travail consiste en l'agrégation des connaissances biologiques sur le fonctionnement de l'horloge périphérique sous la forme d'un modèle à base d'équations différentielles. Ce dernier représente la dynamique de l'expression d'un gène x de la manière suivante :

$$\frac{dx}{dt} = V_{\max} \text{Transc}(\mathbf{M}, \boldsymbol{\gamma}) - \alpha x$$

où Transc est une fonction caractérisant l'action des modulateurs \mathbf{M} sur la transcription du gène x , paramétrisée par un vecteur $\boldsymbol{\gamma}$, avec un niveau basal V_{\max} . α représente le taux de dégradation de x . Deux hypothèses sont considérées : une action des régulateurs \mathbf{z} sur la transcription, ou sur la dégradation.

$$\frac{dx}{dt} = f(\mathbf{z})V_{\max} \text{Transc}(\mathbf{M}, \boldsymbol{\gamma}) - \alpha x \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_{\max} \text{Transc}(\mathbf{M}, \boldsymbol{\gamma}) - f(\mathbf{z})\alpha x \quad (2)$$

Pour chacune de ces hypothèses, une approximation de l'action des régulateurs au cours du temps $f(\mathbf{z}(t_i)) \approx y(t_i)$ peut être obtenue pour chacune des classes de souris considérées. L'action de ces régulateurs porte sur 3 gènes : *Bmal1*, *Per2* et *Rev-Erb α* .

On se propose d'obtenir f en résolvant le problème suivant.

$$\underset{\hat{f} \in \mathcal{F}}{\text{argmin}} \sum_{i=1}^N \left(y(t_i) - \hat{f}(\mathbf{z}(t_i)) \right)^2 \quad (3)$$

où \mathcal{F} est restreint à l'ensemble des fonctions linéaires. Les meilleurs modèles s'accordent sur une modulation de la transcription des gènes *Bmal1* et *Per2* par la température et les cycles d'alimentations. Une analyse des poids associés aux régulateurs pour ces modèles met en lumière des différences inter sexe et génétiques statistiquement significatives [2].

[1] A. Ballesta, P. F. Innominato, R. Dallmann, D. A. Rand, F. A. Lévi. *Systems chronotherapeutics*. Pharmacological Reviews, **69**(2), 161–199, 2017. doi :10.1124/pr.116.013441.

[2] J. Martinelli, S. Dulong, X.-M. Li, M. Teboul, S. Soliman, F. Lévi, F. Fages, A. Ballesta. *Model learning to identify systemic regulators of the peripheral circadian clock*, 2021. Working paper or preprint.

Simulation d'écoulement de liquide cérébrospinal avec la méthode des bases réduites

Pierre MOLLO, Laboratoire de mathématiques de Reims, UMR9008 - Reims
Stéphanie SALMON, Laboratoire de mathématiques de Reims, UMR9008 - Reims

Des études récentes ont montré que les écoulements du sang et du Liquide CérébroSpinal (LCS) jouent des rôles clés dans le bon fonctionnement du cerveau, cela motive grandement l'étude de leurs interactions. Dans ce contexte, nous proposons un modèle numérique du système craniospinal utilisable pour l'humain et pour le marmouset (*Callithrix jacchus*), un petit primate fréquemment utilisé dans les études pré-cliniques en raison de sa proximité phylogénétique avec l'humain. Lors d'un précédent travail sur les humains [1], nous avons établi un premier modèle 2D très simple afin d'étudier la répartition du LCS entre les deux principaux compartiments cérébraux : les ventricules au centre et l'Espace Sous-Arachnoïdien (ESA) en périphérie du cerveau. Ce système varie entre les individus et en fonction de l'âge, cela rend donc son étude délicate. Afin de pallier ces contraintes nous utilisons la Méthode des Bases Réduites (MBR) permettant de développer un modèle paramétré et donc adaptable.

La résolution des équations de Navier-Stokes ou de Stokes utilisées pour réaliser ces simulations de LCS peuvent se révéler très coûteuses, d'autant plus dans le cadre d'un modèle paramétré où chaque ensemble de paramètre nécessite une nouvelle simulation. Afin de contourner cette difficulté, nous proposons d'utiliser ici la MBR, une méthode assimilable à de l'interpolation. Celle-ci nous permet de remplacer l'espace de recherche de la solution, typiquement un espace éléments finis de très grande dimension, par un espace aux dimensions très réduites engendré par des *snapshots*. Il existe plusieurs méthodes permettant de construire ce type d'espace, nous nous concentrerons sur l'algorithme *greedy*. Cet algorithme, associé à un *supremizer operator* et à un procédé d'orthonormalisation [2], permet de construire un espace de recherche optimal sans nécessairement évaluer un grand nombre de *snapshots*. De plus, la MBR permet de calculer des informations, tel que le débit, sans avoir à assembler la solution entière. c'est-à-dire en utilisant les paramètres d'entrée du modèle.

Pour notre modèle, nous avons choisi des paramètres géométriques : angles et tailles des sections de sortie, et aussi physiques : compliances des sorties. L'hôpital d'Amiens nous fournit des informations géométriques observées via IRM, ainsi que des mesures de débit pour l'entrée et la sortie (SAS) de nos modèles. Les valeurs des compliances des compartiments ne pouvant être obtenues physiologiquement, nous pouvons utiliser les données acquises combinées avec notre modèle numérique afin de les évaluer.

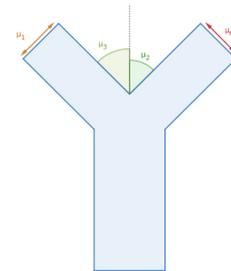


FIGURE 1 – MRI (left), Model (right).

Comme il est décrit dans [1], ces compliances jouent un rôle majeur dans la répartition des flux et nous avons montré qu'elles sont modifiées par des pathologie et/ou l'âge. Ce travail est produit dans le cadre du projet HANUMAN (ANR-18-CE45-0014) financé par l'Agence Nationale de la Recherche.

- [1] S. Garnotel, S. Salmon, O. Balédent. *Numerical modeling of the intracranial pressure using wind-kessel models*. MathS In Action, **8**(1), 2017.
- [2] G. Rozza, D. Phuong Huynh, A. Manzoni. *Reduced basis approximation and a posteriori error estimation for Stokes flows in parametrized geometries : roles of the inf-sup stability constants*. Numer. Math., **125**, 115–152, 2013.

Contact : pierre.mollo@univ-reims.fr

Un modèle homogénéisé pour la tomographie optique chez le nouveau-né

Stéphanie SALMON, LMR, UMR CNRS 9008 - Université de Reims Champagne-Ardenne

Stephanie LOHRENGEL, LMR, UMR CNRS 9008 - Université de Reims Champagne-Ardenne

Farah OUMRI, LMR, UMR CNRS 9008 - Université de Reims Champagne-Ardenne

La Tomographie Optique Diffuse (TOD) est une modalité d'imagerie qui est basée sur l'absorption de la lumière dans l'échelle proche infrarouge par les tissus biologiques, en particulier ceux du cerveau. Cette technique peut être mise en place au lit du patient et s'avère particulièrement adaptée chez le nouveau-né et l'enfant prématuré de par son caractère non-invasif et non-irradiant. L'acquisition des données est faite à l'aide d'un casque posé sur la tête du bébé, muni d'optodes qui servent à la fois de sources et de détecteurs de lumière. Les mesures de la quantité de lumière qui arrive aux détecteurs après avoir traversé les différentes couches de la tête permettent de reconstruire les paramètres optiques du milieu diffusant. Un changement dans les paramètres optiques atteste, quant à lui, d'un changement dans la concentration de l'hémoglobine oxygénée et déoxygénée pendant l'activité cérébrale ou peut être utilisé comme indicateur pour la survenue d'une pathologie comme une hémorragie intracrânienne.

Mathématiquement, l'équation de transfert radiatif (ETR) modélise correctement la propagation de la lumière dans les tissus. La résolution numérique de l'ETR étant coûteuse, une approche courante consiste à la remplacer par une équation de diffusion sous l'hypothèse que le coefficient d'absorption est petit devant le coefficient de diffusion du milieu. Nous discutons la validité de cette approximation dans les différents tissus de la tête et particulièrement dans le liquide cébrospinal (LCS). En effet, le rapport entre les coefficients optiques du LCS est plus élevé que celui des autres tissus ce qui amène certains auteurs à conclure à la non-validité de l'approximation de la diffusion dans cette couche. Des simulations numériques dans des configurations simples montrent également que les mesures simulées par l'approximation de la diffusion sont peu sensibles à un changement des paramètres dans le cerveau à cause de la présence du LCS qui agit comme un guide d'ondes.

Nous présentons dans cette communication un nouveau modèle de diffusion dans la couche du LCS qui prend en compte la présence de trabécules arachnoïdiennes, petits filaments qui agissent comme des diffuseurs discrets. Au lieu de mailler ces structures fines d'une largeur d'environ 0.1 mm ce qui rendrait la résolution numérique extrêmement coûteuse, nous appliquons une méthode d'homogénéisation afin d'obtenir un milieu homogène équivalent. Des résultats numériques pour des modèles de tête sphérique et réaliste montrent que le nouveau modèle améliore de façon significative la sensibilité des mesures de la TOD par rapport à la présence d'une perturbation des paramètres optiques dans le cerveau [1].

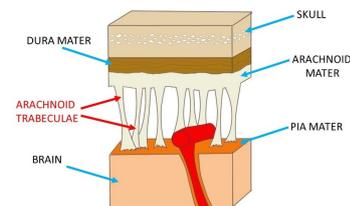


Fig. : Espace sous-arachnoïdien.

[1] S. Lohrengel, F. Oumri, S. Salmon. *A homogenized CSF model for diffusive optical tomography in the neonatal head*. Tech. Rep. hal-03144383, 2021.

Un modèle instationnaire pour l'électroencéphalographie en vue de la compréhension du couplage neuro-vasculaire

Benjamin SULIS, LMR UMR CNRS 9008 - Université de Reims Champagne-Ardenne

Stephanie LOHRENGEL, LMR UMR CNRS 9008 - Université de Reims Champagne-Ardenne

Marion DARBAS, LAGA UMR CNRS 7539 - Université Sorbonne Paris Nord

La compréhension de plus en plus approfondie de l'activité cérébrale est un défi majeur au cœur de la recherche clinique et fondamentale. Dans le cas d'une maladie neurologique, comme par exemple l'épilepsie, il s'agit de mieux appréhender et diagnostiquer l'origine des crises afin de proposer un traitement adapté à chaque patient. Parmi les méthodes d'imagerie cérébrale non invasives destinées à l'étude de ces pathologies, nous nous intéressons au couplage de deux d'entre elles : d'une part l'électroencéphalographie (EEG) et d'autre part la tomographie optique diffuse (TOD). D'un côté, l'EEG mesure le potentiel électrique généré par l'activité neuronale. De l'autre, la TOD s'appuyant sur la diffusion et l'absorption de la lumière dans le spectre proche infrarouge par les tissus biologiques, atteste d'un changement dans les concentrations de l'hémoglobine oxygénée et déoxygénée.

L'EEG mesure la différence de potentiel électrique entre des électrodes posées à la surface du scalp et une électrode de référence. Ces électrodes peuvent aller jusqu'au nombre de 128 et sont disposées sur un casque qui est posé sur la tête du patient. La TOD, quant à elle, est une technique d'imagerie basée sur la diffusion et l'absorption de la lumière dans des tissus. Un casque muni d'émetteurs et de récepteurs est placé sur la tête du patient. Un émetteur envoie de la lumière qui est mesurée par les récepteurs après avoir traversée les différentes couches de la tête. Grâce aux mesures récoltées, il est alors possible de reconstruire les paramètres optiques des tissus de la tête. Il existe déjà un moyen de coenregistrement pour ces deux modalités, et ceci constitue une source de motivation pour la modélisation mathématique de ce couplage.

Nous présenterons dans cette communication un modèle instationnaire pour l'acquisition des mesures de l'EEG et des premières pistes pour son couplage avec un modèle instationnaire pour la TOD. En effet, l'objectif de notre travail est de modéliser la dynamique en temps du couplage neuro-vasculaire par le biais du couplage de l'EEG qui mesure l'activité électrique neuronale et de la TOD qui met en évidence le changement des paramètres optiques des tissus cérébraux induit par l'augmentation locale du volume sanguin. Cette étude nécessite dans un premier temps d'intégrer la dépendance en temps dans chacun des modèles stationnaires EEG et TOD existants. Nous cherchons tout d'abord à modéliser l'EEG dépendant du temps qui simule les données obtenues lors d'un examen, soit la résolution d'un problème direct. Cette étude est primordiale pour effectuer le chemin inverse, partir des données enregistrées aux électrodes pour localiser l'activité cérébrale, soit la résolution d'un problème inverse.

- [1] Arridge, R. Simon. *Optical tomography in medical imaging*. Inverse problems, **15(2)**, pp. R41–R93, 1999.
- [2] H. Azizollahi, M. Darbas, M. Diallo, A. El Badia, S. Lohrengel. *Eeg in neonates : forward modeling and sensitivity analysis with respect to variations of the conductivity*. Math. Biosci. Eng., **15**, pp. 905–932, 2018.

Contact : benjamin.sulis@univ-reims.fr

Castor, un environnement C++ pour le calcul matriciel

Matthieu AUSSAL, CMAP, Ecole polytechnique - Palaiseau
Marc BAKRY, CEA List - Gif-sur-Yvette
Laurent SERIES, CMAP, Ecole polytechnique - Palaiseau

L'objectif de la bibliothèque **Castor** est de proposer une sémantique de haut niveau, inspirée du langage Matlab [3], permettant le prototypage rapide de logiciels dans un langage compilé de bas niveau. Ce n'est rien d'autre qu'une couche de gestion matricielle utilisant des outils éprouvés de la bibliothèque standard du C++, dans différents formats de stockage (plein, creux et hiérarchique).

Une bibliothèque templatisée de gestion et d'algèbre matricielle a été développée sur la base de la bibliothèque standard C++, en encapsulant la classe `std::vector`. De nombreux outils et algorithmes sont fournis pour simplifier le développement de programmes de calcul scientifique. Une attention particulière a été portée à la sémantique, pour une simplicité d'utilisation "à la matlab". Ce couplage d'une sémantique de haut niveau sur un langage de bas niveau permet de gagner en efficacité dans la phase de prototypage d'un algorithme, tout en assurant de bonnes performances en production. De plus, le choix du C++ comme langage unifié de programmation permet d'optimiser localement les noyaux critiques de calcul.

Une documentation complète est disponible, associée à des tests unitaires d'intégration continue, ainsi qu'un manuel de prise en main dans des environnements de développement tels que Xcode, Visual Studio Code, etc. Tout cela permet de compiler et d'exécuter les outils proposés par **Castor** aussi simplement que d'utiliser des langages interprétés, ce qui répond à la fois aux besoins de l'enseignement, aux problématiques académiques et aux applications industrielles.

Dans cette présentation, nous allons détailler quelques outils proposés par la bibliothèque **Castor**, comme :

- la création et la manipulation de matrices denses, creuses et hiérarchiques [2];
- des calculs en algèbre linéaire basés sur une encapsulation du framework BLAS [1];
- les outils de représentation graphique via le framework VTK [4].

Enfin, nous présenterons des applications en traitement du signal audio et simulation numérique par éléments finis de frontière appliqués à des problèmes de diffraction acoustique [5].

[1] *Basic Linear Algebra Subprograms (BLAS)*. www.netlib.org/blas/.

[2] S. Börm, L. Grasedyck, W. Hackbusch. *Hierarchical matrices*. Tech. rep., Max-Planck-Gesellschaft, 2015.

[3] MATLAB. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, <http://www.mathworks.com>.

[4] W. Schroeder, M. Ken, B. Lorensen. *The Visualization Toolkit*. Kitware, 4th ed., 2006.

[5] I. Terrasse, T. Abboud. *Modélisation des phénomènes de propagation d'ondes (Modeling of wave propagation phenomena)*. Ecole polytechnique, 2007.

Contact : matthieu.aussal@polytechnique.edu

Fully adaptive lattice Boltzmann methods with error control based on multiresolution analysis

Thomas BELLOTTI, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Loïc GOUARIN, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Benjamin GRAILLE, Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de mathématiques d'Orsay - Orsay

Marc MASSOT, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Lattice Boltzmann Methods (LBM) stand out for their simplicity, computational efficiency and ease of parallelization while offering the possibility of simulating complex phenomena. While they are optimal for uniform Cartesian meshes with a strong bond between spatial and temporal discretization, adapted meshes have traditionally been a stumbling block since it is difficult to predict the right physics through various levels of meshes. This fact complicates the crucial issue of reducing the computational cost and the memory impact by automatically coarsening the grid where a fine mesh is unnecessary, still ensuring the overall quality of the numerical solution through error control.

In this work [2, 1], we connect for the first time the field of lattice Boltzmann Methods to the adaptive multiresolution (MR) approach based on wavelets. To this end, we design a class of fully adaptive LBM methods with dynamic mesh adaptation and error control relying on multiresolution analysis. This wavelet-based approach allows to adapt the mesh based on the local regularity of the solution and leads to a very efficient compression of the solution without losing its quality and with the preservation of the properties of the original LBM method on the finest grid. In particular, the collision phase is not affected due to its inherent local nature and because we do not modify the speed of the sound, contrarily to most of the LBM/Adaptive Mesh Refinement (AMR) strategies proposed in literature. Besides, an original use of the MR allows the scheme to resolve the proper physics by efficiently controlling the accuracy of the transport phase. This yields a general approach for a large spectrum of schemes and allows to propose a precise error analysis of the method, without the need for deep modifications on the reference scheme.

For the purpose of assessing the approach, we conduct a series of tests for various schemes and scalar and systems of conservation laws, both hyperbolic and parabolic, where solutions with shocks are to be found and local mesh adaptation is especially relevant. Theoretical estimates guaranteeing a precise control on the errors are retrieved while a reduced memory footprint is observed. The numerical strategy is implemented on a specific open-source platform called SAMURAI¹ with a dedicated data-structure relying on set algebra.

- [1] T. Bellotti, L. Gouarin, B. Graille, M. Massot. *Multidimensional fully adaptive lattice boltzmann methods with error control based on multiresolution analysis*. arXiv preprint arXiv :2103.02903, 2021.
- [2] T. Bellotti, L. Gouarin, B. Graille, M. Massot. *Multiresolution-based mesh adaptation and error control for lattice boltzmann methods with applications to hyperbolic conservation laws*. arXiv preprint arXiv :2102.12163, 2021.

Contact : thomas.bellotti@polytechnique.edu

1. Examples and code available on <https://github.com/hpc-maths/samurai>

Multi-scale finite element methods for advection-diffusion problems

Rutger BIEZEMANS, CERMICS and MATHERIALS - Champs-sur-Marne

The multi-scale finite element method (MsFEM) is a finite element (FE) approach that allows to solve partial differential equations (PDEs) with highly oscillatory coefficients on a coarse mesh, i.e., a mesh with elements of size much larger than the characteristic scale of the oscillations [2, 3]. To do so, MsFEMs use pre-computed basis functions adapted to the differential operator that take into account the small scales of the problem.

The MsFEM theory is mostly developed for symmetric elliptic problems. Additional difficulties arise in the numerical approximation of PDEs with dominating advection terms. Such problems are challenging even with non-oscillating coefficients. Their solutions typically present boundary layers, characterized by steep gradients; naive FE approximation may lead to spurious oscillations even outside the boundary layer. Multiple stabilization methods exist today to adequately adapt FE methods to the resolution of advection-diffusion problems [5]. In spite of various proposals to combine multi-scale and stabilization methods, a universally best method has not yet been identified.

In this contribution, we will first recall the main challenges of numerically solving advection-diffusion equations with multi-scale coefficients and next summarize some recent attempts to approximate such PDEs by combining MsFEM and stabilization approaches [4]. In addition, we will present new variants that are currently being investigated [1]. Differences in the performance of the various methods will be illustrated with the help of numerical experiments. We shall also discuss the connections between MsFEM variants and the homogenization theory that we have established for the solutions of these PDEs outside the boundary layers (rigorous derivation in one dimension, and formal derivation in the higher dimensional setting).

The work described in this communication is partly joint work with Alexei Lozinski (Université de Besançon), Frédéric Legoll and Claude Le Bris (Ecole des Ponts and Inria). The support of DIM Math INNOV and Inria is gratefully acknowledged. We also acknowledge the partial support from ONR and EOARD.

- [1] R. A. Biezemans. Phd thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées. In preparation.
- [2] Y. Efendiev, T. Hou. *Multiscale Finite Element Methods*. Springer-Verlag New-York, 2009.
- [3] T. Y. Hou, X.-H. Wu. *A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media*. Journal of Computational Physics, **134(1)**, 169–189, 1997. doi : <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5682>.
- [4] C. Le Bris, F. Legoll, F. Madiot. *A numerical comparison of some multiscale finite element approaches for advection-dominated problems in heterogeneous media*. ESAIM : M2AN, **51(3)**, 851–888, 2017. doi :10.1051/m2an/2016057.
- [5] A. Quarteroni. *Numerical Models for Differential Problems*. Springer-Verlag Mailand, second ed., 2014.

Contact : rutger.biezemans@enpc.fr

A multigrid solver for the M_1 model for radiative transfer

Hélène BLOCH, Maison de la Simulation - Gif-sur-Yvette
Pascal TREMBLIN, Masion de la Simulation - Gif-sur-Yvette

Matthias GONZÁLEZ, AIM - Gif-sur-Yvette
Edouard AUDIT, Masion de la Simulation - Gif-sur-Yvette

The problem of radiative transfer describes the interaction between light and matter, therefore it appears in many physical situations, such as astrophysical systems, laser-matter interactions, or atmospheric physics [2]. Instead of solving a complex equation in a seven dimensional space, one can use a moment model by averaging over the direction of propagation to follow the radiative energy, flux, pressure, etc in a five dimensional space. By using a closure relation expressing the radiative pressure as a function of radiative energy and flux, one can derive the M_1 model [3].

This model being hyperbolic, it can be discretized with an HLL solver. The coupling to hydrodynamics, needed for physical applications, requires the use of an implicit solver with a large time step. Indeed, the time step required by an explicit solver would be limited by the speed of light for the radiative transfer, whereas it is limited by the velocity of the fluid for the hydrodynamics [4].

Because the system to be solved is non-linear, we use the Jacobi method presented in [6]. It has been shown that this iterative method always preserves the admissible states, such as positive radiative energy.

To decrease the number of iterations needed for the solver to converge, and therefore to decrease the computational cost, we use a geometric multigrid algorithm (e.g. [1]). The main idea of this method is to project the problem on a coarse grid, where computations are easier. The solution computed on this coarse grid is then interpolated on the original grid. This process can be applied recursively, until there is only a few unknowns to be solved. Unfortunately, this method is not designed to preserve the admissible states. To tackle this issue, we introduce a pseudo-time time such that the solution of the problem on the coarse grid is the steady state of a differential equation in pseudo-time [5]. A well-chosen discretization of this equation allows us to preserve that admissible states. We present preliminary results showing the decrease of the number of iterations and computational cost as a function of the number of multigrid levels used in the method.

- [1] W. Briggs, V. Henson, S. McCormick. *A Multigrid Tutorial, 2nd Edition*, 2000.
- [2] S. Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Dover Books on Intermediate and Advanced Mathematics. Dover Publications, 1960.
- [3] B. Dubroca, J.-L. Feugeas. *Etude théorique et numérique d'une hiérarchie de modèles aux moments pour le transfert radiatif*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series I - Mathematics, **329(10)**, 915 – 920, 1999. doi :[https://doi.org/10.1016/S0764-4442\(00\)87499-6](https://doi.org/10.1016/S0764-4442(00)87499-6).
- [4] M. González, E. Audit, P. Huynh. *Heracles : a three-dimensional radiation hydrodynamics code*. A&A, **464(2)**, 429–435, 2007. doi :[10.1051/0004-6361:20065486](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20065486).
- [5] K. Kifonidis, E. Müller. *On multigrid solution of the implicit equations of hydrodynamics - experiments for the compressible euler equations in general coordinates*. A&A, **544**, A47, 2012. doi :[10.1051/0004-6361/201116979](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201116979).
- [6] T. Pichard. *Mathematical modelling for dose depositon in photontherapy*. Ph.D. thesis, 2016. Thèse de doctorat dirigée par Dubroca, Bruno et Frank, Martin Mathématiques appliquees et calcul scientifique Bordeaux 2016.

Contact : helene.bloch@cea.fr

Un schéma aux différences finies linéaire pour approcher la distance de Randers sur une grille cartésienne

J. Frédéric BONNANS, CMAP - Palaiseau **Guillaume BONNET**, LMO - Orsay
Jean-Marie MIREBEAU, Centre Borelli - Gif-sur-Yvette

La distance de Randers est une généralisation asymétrique de la distance riemannienne, dont les applications incluent le problème de Zermelo de navigation en présence de courants, la segmentation d'images, l'étude de vortex quantiques, la pénalisation de courbure de chemins et la relativité générale. Elle illustre en particulier le fait qu'il soit moins coûteux de déplacer un véhicule dans le sens du courant, ou bien en direction des basses altitudes, plutôt que dans la direction opposée.

Une métrique de Randers dans un domaine ouvert $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ est décrite, pour sa partie symétrique, par un champ de matrices symétriques définies positives $M: \bar{\Omega} \rightarrow \mathcal{S}_d^{++}$ et, pour sa partie asymétrique, par un champ de vecteurs $\omega: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^d$ satisfaisant en tout point $x \in \Omega$ la condition de compatibilité $\langle \omega(x), M(x)^{-1}\omega(x) \rangle < 1$ (le cas particulier d'un champ de vecteurs ω identiquement nul correspondant à une métrique riemannienne). La fonction distance de Randers $\mathbf{u}: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ du bord de Ω à un point $x \in \bar{\Omega}$ associée à cette métrique peut être définie comme

$$\mathbf{u}(x) := \min_{\gamma \in \Gamma_x} \int_0^1 \mathcal{F}_{\gamma(t)}(\dot{\gamma}(t)) dt, \quad \mathcal{F}_y(v) := \langle v, M(y)v \rangle^{1/2} + \langle \omega(y), v \rangle,$$

où Γ_x est l'ensemble des fonctions localement lipschitziennes γ de l'intervalle $[0, 1]$ à valeurs dans $\bar{\Omega}$ telles que $\gamma(0) \in \partial\Omega$ et $\gamma(1) = x$.

Nous présenterons une méthode numérique [1] permettant d'approcher la distance de Randers \mathbf{u} , qui étend une méthode proposée auparavant dans le cadre riemannien [2]. Dans notre cadre, la méthode repose sur la propriété suivante, liée à la formule de Varadhan :

$$\mathbf{u} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mathbf{u}_\varepsilon, \quad \mathbf{u}_\varepsilon = -\varepsilon \log u_\varepsilon,$$

où $u_\varepsilon: \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ est solution de l'équation linéaire

$$u_\varepsilon + 2\varepsilon \langle b, \nabla u_\varepsilon \rangle - \varepsilon^2 \text{Tr}(A_b \nabla^2 u_\varepsilon) = 0 \quad \text{in } \Omega, \quad u_\varepsilon = 1 \quad \text{on } \partial\Omega$$

et les coefficients $b(x)$ et $A_b(x)$ sont définis à partir de $M(x)$ et $\omega(x)$ par des relations algébriques simples.

Nous proposerons une discrétisation monotone de cette équation linéaire sur la grille cartésienne $\Omega \cap h\mathbb{Z}^d$, en nous servant d'outils issus de l'étude des réseaux de petite dimension. Nous expliquerons pourquoi le choix optimal du paramètre ε est de l'ordre de $h^{2/3}$. Nous présenterons les avantages de la méthode numérique proposée par rapport à une approximation plus directe de \mathbf{u} et nous montrerons en particulier qu'elle s'adapte bien à la résolution de la régularisation entropique de problèmes de transport optimal discrets, comme cela a été fait auparavant dans le cadre riemannien [3]. Nous présenterons également quelques expérimentations numériques.

- [1] J. F. Bonnans, G. Bonnet, J.-M. Mirebeau. *A linear finite-difference scheme for approximating Randers distances on Cartesian grids*. HAL preprint, 2021. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03125879>.
- [2] K. Crane, C. Weischedel, M. Wardetzky. *Geodesics in heat : A new approach to computing distance based on heat flow*. ACM Transactions on Graphics, **32(5)**, 152 :1–152 :11, 2013.
- [3] J. Solomon, F. de Goes, G. Peyré et al. *Convolutional Wasserstein distances : Efficient optimal transportation on geometric domains*. ACM Transactions on Graphics, **34(4)**, 66 :1–66 :11, 2015.

Contact : guillaume.bonnet1@universite-paris-saclay.fr

Fast marching method for the 3D eikonal equation in elastic media with general anisotropy

François DESQUILBET, Univ. Grenoble-Alpes, LJK - Grenoble

Ludovic MÉTIVIER, Univ. Grenoble Alpes, CNRS, LJK, ISTerre - Grenoble

Jean-Marie MIREBEAU, Centre Borelli, ENS Paris-Saclay, CNRS - Gif-sur-Yvette

I present a numerical method for the eikonal equation in the context of seismic imaging. The solution to this eikonal equation corresponds to the first arrival time of a seismic wave for a propagation inside a medium with elastic properties defined by a Hooke tensor. This setting typically leads to metrics with anelliptical anisotropy, which has been a technical challenge for numerical solvers of the eikonal equation.

Fast Sweeping and Fast Marching algorithms are very efficient for solving the eikonal equation in an isotropic setting [6, 5]. Some numerical solvers using these algorithms have already been proposed for the eikonal equation with the anisotropy from geophysics, but require additional symmetries for the Hooke tensor [7, 2].

Our numerical solver proceeds in a single pass over the domain, similar to the Fast Marching method, and can tackle fully anisotropic Hooke tensors. It generalizes the solver for elliptic anisotropy from [3, 4]. We achieve quasi-linear computation time and third-order accuracy in smooth test cases [1].

- [1] F. Desquilbet, J. Cao, P. Cupillard, L. Métivier, J.-M. Mirebeau. *Single pass computation of first seismic wave travel time in three dimensional heterogeneous media with general anisotropy*. Submitted to the Journal of Computing Science, 2020.
- [2] P. Le Bouteiller, M. Benjemaa, L. Métivier, J. Virieux. *A discontinuous galerkin fast-sweeping eikonal solver for fast and accurate travelttime computation in 3d tilted anisotropic media*. Geophysics, **84(2)**, C107–C118, 2019.
- [3] J.-M. Mirebeau. *Anisotropic fast-marching on cartesian grids using lattice basis reduction*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **52(4)**, 1573–1599, 2014.
- [4] J.-M. Mirebeau. *Riemannian Fast-Marching on Cartesian Grids, Using Voronoi's First Reduction of Quadratic Forms*. SIAM Journal on Numerical Analysis, **57(6)**, 2608–2655, 2019.
- [5] J. A. Sethian. *A fast marching level set method for monotonically advancing fronts*. Proceedings of the National Academy of Sciences, **93(4)**, 1591–1595, 1996.
- [6] J. Tsitsiklis. *Efficient algorithms for globally optimal trajectories*. IEEE transactions on Automatic Control, **40(9)**, 1528–1538, 1995.
- [7] U. bin Waheed. *A fast-marching eikonal solver for tilted transversely isotropic media*. *fast marching anisotropic eikonal solver*. Geophysics, pp. S385–S393, 2020.

Contact : francois.desquilbet@univ-grenoble-alpes.fr

Noyau reproduisant LQ et espaces de trajectoires contrôlées en contrôle optimal Linéaire-Quadratique (à contraintes d'état)

Pierre-Cyril AUBIN-FRANKOWSKI, CAS, MINES ParisTech - Paris

Où l'apprentissage se niche-t-il en contrôle optimal? Nous montrons dans cet exposé que les espaces de trajectoires contrôlées linéairement sont des espaces de Hilbert à noyau reproduisant à valeurs vectorielles lorsqu'ils s'ont munis du produit scalaire correspondant au coût quadratique. Le *noyau LQ* associé est lié à l'inverse de la matrice de Riccati [1] et au Gramien de contrôlabilité [2]. Ce noyau permet de traiter par un simple *théorème de représentation* du cas difficile des contraintes d'état, dans le cas affine pour des problèmes de contrôle optimal linéaire-quadratique (LQ) à temps variant [2]. Numériquement, ceci permet une résolution exacte en temps continu des problèmes de planification de trajectoires. Nous exposerons en conséquence un lien nouveau entre méthodes à noyaux et contrôle optimal.

Plus précisément, nous introduisons l'espace vectoriel des trajectoires contrôlées linéairement

$$\mathcal{S}_{[t_0, T]} := \left\{ \mathbf{x} : [t_0, T] \rightarrow \mathbb{R}^Q \mid \exists \mathbf{u}(\cdot) \text{ s.t. } \mathbf{x}'(t) \stackrel{p.p.}{=} \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \int_{t_0}^T \mathbf{u}(t)^\top \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) dt < \infty \right\}$$

et identifions dans la formulation du problème de contrôle sa norme quadratique naturelle $\|\mathbf{x}(\cdot)\|_K^2$

$$\min_{\mathbf{x}(\cdot) \in \mathcal{S}_{[t_0, T]}} g((\mathbf{x}(t_i))_{i \in \{1, \dots, N_0\}}) + \underbrace{\mathbf{x}(t_T)^\top \mathbf{J}_T \mathbf{x}(t_T) + \int_{t_0}^T [\mathbf{x}(t)^\top \mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^\top \mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t)] dt}_{=:\|\mathbf{x}(\cdot)\|_K^2} \quad (\mathcal{P}_{LQ})$$

Théorème 1. [1] Si $\mathbf{A}(\cdot) \in L^1(t_0, T)$, $\mathbf{B}(\cdot) \in L^2(t_0, T)$, et $\mathbf{Q}(\cdot) \in L^1(t_0, T)$ et $\mathbf{R}(\cdot) \in L^2(t_0, T)$ sont semi-définies positives, avec $\mathbf{R}(\cdot) \geq r \text{Id}_P$ p.p. pour un $r > 0$, et \mathbf{J}_T définie positive, alors $(\mathcal{S}_{[t_0, T]}, \langle \cdot, \cdot \rangle_K)$ est un espace de Hilbert à noyau reproduisant à valeurs vectorielles sur $[t_0, T]$ de noyau $K_{[t_0, T]}(\cdot, \cdot)$ uniformément continu. De plus, pour $g(\cdot) \equiv 0$, $K_{[t_0, T]}(t_0, t_0) = \mathbf{J}(t_0, T)^{-1}$, où $\mathbf{J}(t_0, T)$ est la matrice de Riccati associée à (\mathcal{P}_{LQ}) .

Par le principe du maximum de Pontryaguine (PMP), on dispose dans le cas non-contraint d'une boucle de rétroaction fermée, cependant la trajectoire optimale $\bar{\mathbf{x}}(\cdot)$ doit être obtenue par des approximations numériques de la dynamique. À l'inverse, le noyau $K_{[t_0, T]}$ effectue l'intégration du système hamiltonien et code de manière parcimonieuse $\bar{\mathbf{x}}(\cdot)$ sur $[t_0, T]$. Contrairement au PMP, le vecteur adjoint $\mathbf{p}(t)$ disparaît dans la perspective des méthodes à noyaux et seule la condition initiale (ou certains points de rendez-vous intermédiaires) induit un covecteur \mathbf{p}_i . Ce résultat a été exploité dans [2] pour traiter les contraintes d'état affines. Cette approche pour traiter de contraintes sur des fonctions s'appuie sur une méthode générique par recouvrement de compact en dimension infinie [4], étendue dans [3].

- [1] P.-C. Aubin-Frankowski. *Interpreting the dual Riccati equation through the LQ reproducing kernel*. Comptes Rendus. Mathématique, **359(2)**, 199–204, 2021.
- [2] P.-C. Aubin-Frankowski. *Linearly-constrained Linear Quadratic Regulator from the viewpoint of kernel methods*. SIAM Journal on Control and Optimization, 2021. (to appear, <https://arxiv.org/abs/2011.02196>).
- [3] P.-C. Aubin-Frankowski, Z. Szabó. *Handling hard affine SDP shape constraints in RKHSs*. Tech. rep., 2020. (<https://arxiv.org/abs/2101.01519>).
- [4] P.-C. Aubin-Frankowski, Z. Szabó. *Hard Shape-Constrained Kernel Machines*. In *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, 2020. (<http://arxiv.org/abs/2005.12636>).

Contact : pierre-cyril.aubin@mines-paristech.fr

Approximation de contrôles exacts pour une équation des ondes semi-linéaire

Arthur BOTTOIS, Laboratoire Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

Jérôme LEMOINE, Laboratoire Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

Arnaud MÜNCH, Laboratoire Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

Soient Ω un domaine borné de \mathbb{R}^d , $d \in \{2, 3\}$, avec frontière $C^{1,1}$ et $\omega \subset\subset \Omega$ un ouvert non vide. Soient $T > 0$, $Q_T := \Omega \times (0, T)$ et $q_T := \omega \times (0, T)$. Soit enfin $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction C^1 telle que $|g(r)| \leq C(1 + |r|) \ln(2 + |r|)$ pour tout $r \in \mathbb{R}$. Pour tous $(u_0, u_1), (z_0, z_1) \in \mathbf{V} := H_0^1(\Omega) \times L^2(\Omega)$, l'existence d'un contrôle $f \in L^2(q_T)$ pour le système

$$\begin{cases} \partial_{tt}y - \Delta y + g(y) = f1_\omega & \text{dans } Q_T, \\ y = 0 & \text{sur } \partial\Omega \times (0, T), \quad (y, \partial_t y)(\cdot, 0) = (u_0, u_1) & \text{dans } \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

tel que $(y, \partial_t y)(\cdot, T) = (z_0, z_1)$ est donnée dans [2] en utilisant un argument de point fixe non constructif et en supposant T et ω suffisamment "grands". On note $\square := \partial_{tt} - \Delta$. Soient

$$\mathcal{H} := \left\{ (y, f) \in L^2(Q_T) \times L^2(q_T) \mid \square y \in L^2(Q_T), y = 0 \text{ sur } \partial\Omega \times (0, T), (y, \partial_t y)(\cdot, 0) \in \mathbf{V} \right\},$$

$$\mathcal{A} := \left\{ (y, f) \in \mathcal{H} \mid (y, \partial_t y)(\cdot, 0) = (u_0, u_1), (y, \partial_t y)(\cdot, T) = (z_0, z_1) \right\},$$

$$\mathcal{A}_0 := \left\{ (y, f) \in \mathcal{H} \mid (y, \partial_t y)(\cdot, 0) = (0, 0), (y, \partial_t y)(\cdot, T) = (0, 0) \right\}.$$

On discute et on illustre numériquement le résultat suivant énoncé dans [1].

Théorème 1. Soit $E : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ défini par $E(y, f) := \frac{1}{2} \|\square y + g(y) - f1_\omega\|_{L^2(Q_T)}^2$. On suppose qu'il existe $s \in (0, 1]$ tel que $\sup_{\substack{a, b \in \mathbb{R} \\ a \neq b}} \frac{|g'(a) - g'(b)|}{|a - b|^s} < +\infty$ et $\alpha \geq 0$, $\beta \in \left[0, \sqrt{\frac{s}{2C(2s+1)}}\right)$ tels que $|g'(r)| \leq \alpha + \beta \ln^{1/2}(1 + |r|)$ pour tout $r \in \mathbb{R}$. Alors, pour tout $(y_0, f_0) \in \mathcal{A}$, la suite $(y_k, f_k)_{k \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} (y_0, f_0) \in \mathcal{A}, \\ (y_{k+1}, f_{k+1}) = (y_k, f_k) - \lambda_k (Y_k^1, F_k^1), \quad k \in \mathbb{N}, \\ \lambda_k = \operatorname{argmin}_{\lambda \in [0, 1]} E\left((y_k, f_k) - \lambda (Y_k^1, F_k^1)\right), \end{cases} \quad (2)$$

où le couple $(Y_k^1, F_k^1) \in \mathcal{A}_0$ est constitué de la solution contrôlée et du contrôle (à zéro) de norme minimale associés au système linéarisé

$$\begin{cases} \square Y_k^1 + g'(y_k) Y_k^1 = F_k^1 1_\omega + \square y_k + g(y_k) - f_k 1_\omega & \text{dans } Q_T, \\ Y_k^1 = 0 & \text{sur } \partial\Omega \times (0, T), \quad (Y_k^1, \partial_t Y_k^1)(\cdot, 0) = (0, 0) & \text{dans } \Omega, \end{cases} \quad (3)$$

converge fortement vers un couple $(\bar{y}, \bar{f}) \in \mathcal{A}$ vérifiant le problème de contrôle associé à (1). De plus, la convergence est au moins linéaire, puis au moins d'ordre $1 + s$ après un nombre fini d'itérations.

- [1] A. Bottois, J. Lemoine, A. Münch. *Constructive exact control of semilinear multi-dimensional wave equations by a least-squares approach*. Preprint, 2021.
- [2] X. Fu, J. Yong, X. Zhang. *Exact controllability for multidimensional semilinear hyperbolic equations*. SIAM J. Control Optim., **46(5)**, 2007.

Contact : arthur.bottois@uca.fr

The discretized backstepping: the example of a system of two linear balance laws

Mathias DUS, Institut de mathématiques de Toulouse - Toulouse

In this talk, we focus on the following system of two scalar transport equations coupled in the domain $\Omega = [0, 1]$ and at the boundary :

$$\begin{cases} \partial_t R + \lambda_+ \partial_x R &= M_{12} S \\ \partial_t S - \lambda_- \partial_x S &= M_{21} R \\ R(t, 0) &= u(t) \\ S(t, 1) &= hR(t, 1) \end{cases} \quad (1)$$

The problem is to find a control $u(t)$ to stabilize system (1) in finite time. More precisely, we aim at finding a control $u(t)$ such that :

$$\|R(t, \cdot)\|_{L^2([0,1])} + \|S(t, \cdot)\|_{L^2([0,1])} = 0, \quad \forall t \geq \frac{1}{\lambda_+} + \frac{1}{\lambda_-}. \quad (2)$$

Using the backstepping method for PDEs, this question is solved in [1] where the authors find a control $u(t)$ and a bijective transformation to map system (1) to the following target system :

$$\begin{cases} \partial_t R + \lambda_+ \partial_x R &= 0 \\ \partial_t S - \lambda_- \partial_x S &= 0 \\ R(t, 0) &= 0 \\ S(t, 1) &= hR(t, 1) \end{cases} \quad (3)$$

for which property (2) is obvious.

The main goal of this presentation is to apply the backstepping method presented before in a numerical context. More precisely, using the classical upwind scheme, system (1) is discretized and we find a discrete second order Volterra transform to map this system to a numerical version of (3). A result of approached finite time stabilization is given at the end of the presentation.

- [1] R. Vazquez, M. Krstic, J. Coron. *Backstepping boundary stabilization and state estimation of a 2 x 2 linear hyperbolic system*. In *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, pp. 4937–4942, 2011. doi :10.1109/CDC.2011.6160338.

Contact : mathias.dus@math.univ-toulouse.fr

Appariement de surfaces par contrôle optimal en chirurgie augmentée

Guillaume MESTDAGH, Irma - Strasbourg Yannick PRIVAT, Irma - Strasbourg
Stéphane COTIN, Inria – Mimesis - Strasbourg

La chirurgie augmentée consiste à superposer à des images intra-opératoires une représentation tridimensionnelle montrant l'intérieur de l'organe opéré. Sur ces images, le chirurgien visualise en temps réel certaines structures comme une tumeur ou des vaisseaux sanguins alors même que l'organe subit de grandes déformations [2].

Dans le cadre de la chirurgie du foie, nous cherchons à reconstruire le champ de déformation à l'intérieur du foie au cours d'une opération, et ce à partir de données partielles. La configuration de référence provient d'images IRM prises avant l'opération. Au cours de l'intervention une caméra stéréoscopique fournit la localisation de la surface visible du foie [5]. En particulier, on ne sait pas à quelle partie de la configuration de référence correspond la surface apparaissant sur la caméra.

Nous proposons une modélisation sous la forme d'un problème de contrôle optimal. Celui-ci met en jeu un modèle élastique qui décrit les déformations de l'organe sous l'effet d'un chargement surfacique. On cherche à minimiser une fonctionnelle qui mesure la qualité du recalage de surface [1, 4]. Une telle formulation se différencie des méthodes de recalage élastique existantes en permettant de décrire finement les propriétés du champ d'efforts extérieurs qui doit engendrer la déformation. Ainsi, plutôt que de créer des forces artificielles [3, 6], on tente de reconstruire des efforts physiquement vraisemblables. Nous proposons et testons une approche numérique pour ce problème, reposant sur les conditions d'optimalité de premier ordre. En pratique, l'organe est représenté par un maillage, la surface cible par un nuage de points et les différents champs de vecteurs par des fonctions d'éléments finis P1.

Nous présentons des simulations de recalage sur des maillages en trois dimensions. En particulier, on s'intéresse au traitement du bruit présent dans le nuage de points, au moyen d'une pénalisation ou de contraintes ponctuelles sur le contrôle.

- [1] M. de Buhan, C. Dapogny, P. Frey, C. Nardoni. *An optimization method for elastic shape matching*. C. R. Math. Acad. Sci. Paris, **354(8)**, 783–787, 2016. doi :10.1016/j.crma.2016.05.007.
- [2] N. Golse, A. Petit, M. Lewin, E. Vibert, S. Cotin. *Augmented Reality during Open Liver Surgery Using a Markerless Non-rigid Registration System*. Journal of Gastrointestinal Surgery, 2020. doi :10.1007/s11605-020-04519-4.
- [3] N. Haouchine, S. Cotin, I. Peterlik, J. Dequidt, M. S. Lopez, E. Kerrien, M. Berger. *Impact of soft tissue heterogeneity on augmented reality for liver surgery*. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, **21(5)**, 584–597, 2015. doi :10.1109/TVCG.2014.2377772.
- [4] R. Ortigosa, J. Martínez-Frutos, C. Mora-Corral, P. Pedregal, F. Periago. *Optimal control of soft materials using a Hausdorff distance functional*. SIAM Journal on Control and Optimization, 2020. doi :10.1137/19M1307299.
- [5] R. Plantefève, I. Peterlik, N. Haouchine, S. Cotin. *Patient-specific biomechanical modeling for guidance during minimally-invasive hepatic surgery*. Annals of Biomedical Engineering, **44(1)**, 139–153, 2016. doi :10.1007/s10439-015-1419-z.
- [6] S. Suwelack, S. Röhl, S. Bodenstedt, D. Reichard, R. Dillmann, T. dos Santos, L. Maier-Hein, M. Wagner, J. Wünscher, H. Kenngott, B. P. Müller, S. Speidel. *Physics-based shape matching for intraoperative image guidance*. Medical Physics, **41(11)**, 111901, 2014. doi : <https://doi.org/10.1118/1.4896021>.

Contact : g.mestdagh@unistra.fr

Modeling and optimizing a road de-icing device by a nonlinear heating

Frédéric BERNARDIN, CEREMA - Clermont-Ferrand

Arnaud MÜNCH, Lab de mathématiques Blaise Pascal - Clermont-Ferrand

De-icing a road pavement is an important issue in many countries subjected to winter weather conditions that have a strong impact on road maintenance and road safety. The use of salt spreader to ensure the de-icing of pavements can affect the environment close to the road. Also, devices have been implemented to heat the road : electric heating, infrared lamps above the road surface, circulation of a heat transfer fluid in pipes inserted in the road. Under the impulse of the European project R5G (Road of 5th generation), recent research has been undertaken on heating the road by circulating a heat transfer fluid within a porous layer of the road. In this communication, in order to design a road de-icing device by heating, we consider in a two dimensional setting the optimal control of a parabolic equation with a nonlinear boundary condition of the Stefan-Boltzmann type. Both the boundary control and the corresponding state are subjected to a unilateral constraint. This control problem models the heating of a road during a winter period to keep the road surface temperature above a given threshold. The modeling of the road heating device is performed through the circulation of a coolant in a porous layer of the road. We first prove, under realistic physical assumptions, the well-posedness of the direct problem and the optimal control problem. We then perform some numerical experiments using real data obtained from experimental measurements. This model and the corresponding numerical results allow to quantify the minimal energy to be provided to keep the road surface without frost or snow. We refer to [?] for details. The modeling of the heating thanks to the circulation of a coolant in a bonding porous layer of the road is described in Figure ??.

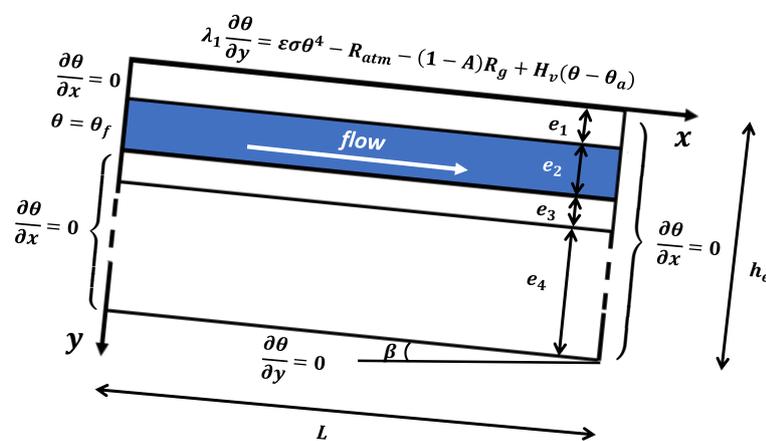


FIGURE 1 – Scheme of pavement structure with its limit conditions (θ_f , θ_a are the injection temperature of the fluid and the air temperature respectively).

Références

- [1] F. Bernardin and A. Münch, *Modeling and optimizing a road de-icing device by a nonlinear heating*, ESAIM :M2AN, 53(3) 775-803 (2019).

Contact : arnaud.munch@uca.fr

Contrôle optimal pour un problème d'advection-diffusion à données manquantes

Abdennebi OMRANE, UMR EcoFoG (U. Guyane) - UMR 5251 CNRS (IMB Bordeaux)

L'objet de cette communication orale est de montrer comment on utilise la méthode de contrôle à moindres regrets de J.-L. Lions [1] bien adaptée aux problèmes d'EDP à données manquantes, pour le modèle de type advection-diffusion de Nye-Tinker-Barber (NTB) qui décrit l'absorption de nutriments par les racines des plantes. Ce problème peut concerner entre autres, les systèmes de culture en agro-écologie où l'on s'intéresse au cas des sols touchés par la pollution (donnée manquante) comme on l'expliquera.

Le problème d'existence et unicité d'une solution du modèle NTB est abordé, ainsi que la caractérisation du contrôle optimal à moindres regrets (quantité optimale de nutriments absorbée) par un système d'optimalité singulier.

Références :

- [1] LIONS J.-L. : Contrôle à moindres regrets des systèmes distribués. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I, 315, pp 1253–1257 (1992).
- [2] LOUISON L., OMRANE A. : Optimal control of advection-diffusion problems for cropping systems in polluted soils. Control & Cybernetics (accepté 2021).

Contact : abdennebi.omrane@univ-guyane.fr

The Stochastic Zakharov system in dimension 1

Grégoire BARRUÉ, IRMAR - Rennes

The Zakharov system is a simplified model for the description of Langmuir oscillations in a ionized plasma (for example the ionosphere). Langmuir waves are rapid oscillations of the electron density. We are interested in the stochastic Zakharov system, with a damping term :

$$\begin{cases} i\partial_t u = -\partial_x^2 u + nu \\ \varepsilon^2 \partial_t^2 n + \alpha \varepsilon \partial_t n = \partial_x^2 (n + |u|^2) + \phi \frac{dW(t)}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

where ϕ is a regularizing operator, and $\frac{dW(t)}{dt}$ is a space-time white noise. The function u represents the envelope of the electric field, and n denotes the deviation of the ion density from its mean mode. The term ε^2 refers to the inverse of the ion speed. The stochastic perturbation of this system can be understood as random external fluctuations, as for instance thermal fluctuations.

The deterministic version of this system (without damping term) was studied first by Sulem and Sulem in [5] where they proved global well-posedness in dimension 1 for regular initial data. More refinements were made by Added and Added in [1] to get global well-posedness in dimension 2 for small initial data. We can also cite [3] by Ginibre, Tsutsumi and Velo which proved local well-posedness in the energy space. The limit $\varepsilon \rightarrow 0$ of this system is studied for example in [2] where Added and Added showed the convergence to a cubic Nonlinear Schrödinger equation. In [4], Masmoudi and Nakanishi have provided a simpler proof of this convergence. We adapted the work of [5] to show almost sure global well-posedness in dimension 1, and we added a damping term to prove that for regular initial data, the solution u^ε of the stochastic Zakharov system converges in law to a stochastic Nonlinear Schrödinger equation :

$$i\partial_t u = -\partial_x^2 u - |u|^2 u + u \psi \circ \frac{dW(t)}{dt}. \quad (2)$$

To study this stochastic problem, we have to place ourselves in the context of approximation-diffusion, because the process (n^ε) has a non-zero time correlation length and we want it to converge to a white noise. The main difficulty comes from the fact that the energy of our system

$$H(u, n) = \|\partial_x u\|_{L^2}^2 + \frac{1}{2} \left(\|n\|_{L^2}^2 + \|\varepsilon \partial_t \partial_x^{-1} n\|_{L^2}^2 \right) + \int_{\mathbb{R}} n |u|^2 dx \quad (3)$$

is no longer preserved, and more importantly it has a singular evolution as ε goes to 0. Thus we can not just adapt the work in [2], and we need to rescale our system to use the Perturbed Test Function method in order to correct the infinitesimal generator of $(u^\varepsilon, n^\varepsilon)$ and pass to the limit in the martingale problem.

- [1] H. Added, S. Added. *Existence globale de solutions fortes pour les équations de la turbulence de Langmuir en dimension 2*. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math., **299(12)**, 551–554, 1984.
- [2] H. Added, S. Added. *Equations of Langmuir turbulence and nonlinear Schrödinger equation : smoothness and approximation*. J. Funct. Anal., **79(1)**, 183–210, 1988.
- [3] J. Ginibre, Y. Tsutsumi, G. Velo. *On the Cauchy problem for the Zakharov system*. J. Funct. Anal., **151(2)**, 384–436, 1997.
- [4] N. Masmoudi, K. Nakanishi. *Energy convergence for singular limits of Zakharov type systems*. Invent. Math., **172(3)**, 535–583, 2008. doi :10.1007/s00222-008-0110-5.
- [5] C. Sulem, P.-L. Sulem. *Quelques résultats de régularité pour les équations de la turbulence de Langmuir*. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B, **289(3)**, A173–A176, 1979.

Contact : gregoire.barrue@ens-rennes.fr

Equation de Schrödinger-Langevin logarithmique et mécanique des fluides quantique

Quentin CHAULEUR, IRMAR - Rennes

Dans cet exposé on s'intéresse à l'équation de Schrödinger non-linéaire :

$$i\partial_t\psi + \frac{1}{2}\Delta\psi = \lambda\psi \log(|\psi|^2) + \frac{1}{2i}\mu\psi \log\left(\frac{\psi}{\psi^*}\right), \quad (1)$$

avec $\psi(0, x) = \psi_0(x)$, $x \in R^d$, $t \in R$, $\mu > 0$ et $\lambda \in R^*$. Cette équation apparaît dans plusieurs domaines de la physique moderne, comme par exemple en mécanique quantique [3], en cosmologie [2] ou en mécanique statistique. En effectuant la transformation de Madelung $\rho = |\psi|^2$ and $J = \Im(\psi^*\nabla\psi)$, l'équation (1) est directement reliée à l'équation de mécanique des fluides quantique compressible :

$$\partial_t\rho + J = 0 \quad (2)$$

$$\partial_t J + \left(\frac{J \otimes J}{\rho}\right) + \lambda\nabla\rho + \mu J = \frac{1}{2}\rho\nabla\left(\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}\right). \quad (3)$$

Nous décrivons dans cet exposé le comportement en temps long de solutions suffisamment régulières de ce système, via le théorème suivant :

Théorème 1. *Si $\lambda < 0$ (cas focalisant), sous certaines hypothèses de régularité, et en supposant que $\rho_0 \neq 0$, on a convergence de la densité ρ vers une fonction gaussienne*

$$\rho(t, \cdot) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} c_\lambda e^{\lambda|x-x_\infty|^2} \quad \text{faiblement dans } L^1(R^d),$$

avec $c_\lambda > 0$ et $x_\infty \in R$ uniquement déterminés par les conditions initiales (ρ_0, J_0) .

Si $\lambda > 0$ (cas défocalisant) et sous d'autres hypothèses de régularité, on note $\tilde{\rho}$ la fonction renormalisée définie par

$$\rho(t, x) = \frac{1}{\tau(t)^{d/2}} \tilde{\rho}\left(t, \frac{x}{\tau(t)}\right),$$

où τ désigne l'unique solution $C^\infty([0, \infty))$ de l'équation différentielle non-linéaire

$$\ddot{\tau} = \frac{2\lambda}{\tau} - \mu\dot{\tau}, \quad \tau(0) = 1, \quad \dot{\tau}(0) = 0. \quad (4)$$

Alors, en notant $c_0 := \|\rho_0\|_{L^1(R^d)}\pi^{-d/2}$, on a

$$\tilde{\rho}(t, \cdot) \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} c_0 e^{-|x|^2} \quad \text{faiblement dans } L^1(R^d).$$

La preuve de ce théorème est l'objet de l'article [1], et sa démonstration repose sur l'étude de solutions particulières gaussiennes dont le comportement asymptotique peut être décrit explicitement via l'étude de l'équation différentielle non-linéaire (4). Des simulations numériques basées sur une méthode de splitting adaptée à l'équation (1) viendront également appuyer ces résultats.

Références

- [1] Quentin Chauleur. Dynamics of the Schrödinger-Langevin equation. Preprint, archived at <https://arxiv.org/pdf/2004.06962.pdf>, April 2020.
- [2] Pierre-Henri Chavanis. Derivation of a generalized Schrödinger equation from the theory of scale relativity. *Eur.Phys.J.Plus*, 132(6) :286, 2017.
- [3] Antonio Nassar and Salvador Miret-Artés. *Bohmian Mechanics, Open Quantum Systems and Continuous Measurements*. Springer, 01 2017.

Contact : quentin.chauleur@ens-rennes.fr

Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires

Corentin KILQUE, IMT - Toulouse

On s'intéresse dans cet exposé aux solutions de problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires dont le terme de forçage au bord oscille à une fréquence élevée. On cherche à construire une approximation, dans la limite des hautes fréquences, de la solution exacte de ce problème, sous la forme d'un développement BKW. Dans [7], [1], et [2], les auteurs étudient le même problème avec une seule phase au bord. On se place ici dans un cadre multiphasé, avec cette fois plusieurs phases planes au bord. La non-linéarité du problème engendre alors, pour la solution approchée, une infinité dénombrable de phases planes à l'intérieur du domaine. On s'intéressera donc au cadre fonctionnel adapté à l'étude de ce problème, à savoir un cadre de fonctions presque-périodiques pour la variable normale au bord. Ce cadre fonctionnel a été utilisé précédemment pour la construction de solutions approchées de problèmes semi-linéaires, dans le cadre des algèbres de Wiener, par [3] pour le problème de Cauchy et [6] pour le problème aux limites, ainsi que pour des problèmes quasi-linéaires, notamment par [4] pour le problème de Cauchy. On discutera dans cet exposé d'un résultat similaire à celui de [4] pour le problème aux limites quasi-linéaire, voir [5], c'est-à-dire l'existence et l'unicité du terme principal d'un développement d'optique géométrique. Ce profil principal est obtenu comme solution d'un problème quasi-linéaire qui tient compte de l'infinité potentielle de résonances entre les phases. Ce problème quasi-linéaire est résolu en montrant des estimations sans perte de dérivées.

- [1] J.-F. Coulombel, O. Gues, M. Williams. *Resonant leading order geometric optics expansions for quasilinear hyperbolic fixed and free boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **36(10)**, 2011.
- [2] M. Hernandez. *Resonant leading term geometric optics expansions with boundary layers for quasilinear hyperbolic boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **40(3)**, 2015.
- [3] J.-L. Joly, G. Métivier, J. Rauch. *Coherent nonlinear waves and the Wiener algebra*. Ann. Inst. Fourier (Grenoble), **44(1)**, 1994.
- [4] J.-L. Joly, G. Métivier, J. Rauch. *Coherent and focusing multidimensional nonlinear geometric optics*. Ann. Sci. École Norm. Sup. (4), **28(1)**, 1995.
- [5] C. Kilque. *Weakly nonlinear multiphase geometric optics for hyperbolic quasilinear boundary value problems : construction of a leading profile*, 2021.
- [6] M. Williams. *Nonlinear geometric optics for hyperbolic boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **21(11-12)**, 1996.
- [7] M. Williams. *Singular pseudodifferential operators, symmetrizers, and oscillatory multidimensional shocks*. J. Funct. Anal., **191(1)**, 2002.

Contact : corentin.kilque@math.univ-toulouse.fr

Analyse non-linéaire de la dynamique du vol d'avions à réaction civils

Sébastien KOLB, Centre de Recherche de l'Ecole de l'air (CREA) - 13661 Salon Air

Dans cet exposé, on va traiter de certains problèmes liés à la dynamique du vol non-linéaire d'avions à réaction civils à savoir le modèle académique Bizjet [2] principalement. Pour cela, la théorie des bifurcations [1] va être utilisée afin d'exposer les résultats physiques dans un formalisme mathématique rigoureux. Des calculs concrets seront également réalisés à l'aide d'une toolbox dédiée.

Tout d'abord, suite à une *bifurcation fourche*, des sauts sont diagnostiqués pour des vols longitudinaux stabilisés et sont responsables de l'apparition soudaine d'une inclinaison ϕ non nulle pour une plage de gouvernes de profondeur δ_e comme cela est illustré figure 1. Il est alors également possible de circonscrire les conditions de vol dangereuses en calculant le lieu des points de bifurcations.

Par ailleurs, le *bassin d'attraction* vers un état d'équilibre à haute incidence est déterminé dans le cadre de l'étude du décrochage profond (de cet avion ayant un empennage en T). Cela permet d'identifier les conditions initiales menant à cette situation catastrophique et de se faire une idée également sur la dangerosité d'une configuration donnée.

Au bout du compte, l'intérêt de l'exploitation de la théorie des bifurcations pour le design concret d'un aéronef est bien explicité. Des exemples sont fournis qui permettent de relier la théorie mathématique (des bifurcations) et l'analyse de phases de vol.

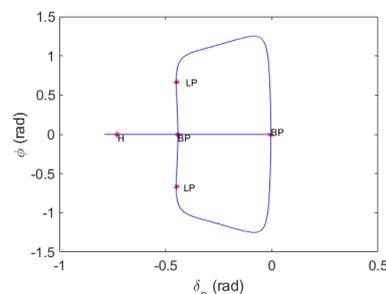


FIGURE 1 – Diagramme de bifurcation associé au vol longitudinal (inclinaison ϕ en fonction de la gouverne de profondeur δ_e pour une position fixée de la manette des gaz δ_x) présentant des bifurcations fourches (Branch Point BP).

Références

- [1] GUCKENHEIMER, J. & HOLMES, P. J, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer Verlag, 2002.
- [2] STENGEL, R. F., *Flight Dynamics*, Princeton University Press, 2004.
- [3] GILL, S. J., LOWENBERG, M. H., NEILD, S. A., KRAUSKOPF, B., PUYOU, G & COETZEE, E., *Upset dynamics of an airliner model : a nonlinear bifurcation analysis*, Journal of Aircraft, vol 50 (6), 2013.

Contact : sebastien.kolb@ecole-air.fr

Sur un problème d'évolution généralisé

Alexandre THOREL, LMAH - Le Havre

On étudie un problème de diffusion généralisée, en dynamique de population, posé dans un ouvert cylindrique $\Omega =]a, b[\times \omega$, où ω est un ouvert régulier de R^{n-1} . Le terme "diffusion généralisée" signifie ici que la diffusion spatiale s'écrit comme une combinaison linéaire du laplacien et du bilaplacien. Le terme biharmonique modélise la dispersion induite par des interactions à longues portées (au voisinage du voisinage). Ce travail s'inspire de [3].

Soit $T > 0$. On étudie le problème d'évolution suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(t, x, y) + \Delta^2 u(t, x, y) - k \Delta u(t, x, y) & = f(t, x, y), \quad t \in]0, T], x \in]a, b[, y \in \omega, \\ u(t, x, \zeta) = \Delta u(t, x, \zeta) & = 0, \quad t \in]0, T], (x, \zeta) \in]a, b[\times \partial\omega \\ u(t, a, y) = u(t, b, y) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, a, y) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, b, y) & = 0, \quad t \in]0, T], y \in \omega \\ u(0, x, y) & = u_0(x, y), \quad x \in]a, b[, y \in \omega, \end{cases}$$

où $k \in R$, $f \in L^p((0, T) \times \Omega)$, $p \in]1, +\infty[$ et u est une densité de population.

L'étude de ce problème structuré en temps et en espace est réalisé dans le cadre général des espaces de Banach construits sur les espaces L^p . Pour cela, on étudie les propriétés spectrales de l'opérateur de diffusion généralisée suivant :

$$\begin{cases} D(\mathcal{B}) & = \left\{ \varphi \in W^{4,p}(\Omega) \cap W_0^{1,p}(\Omega) : \Delta \varphi = 0 \text{ sur }]a, b[\times \partial\omega \text{ et } \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \text{ sur } \{a, b\} \times \omega \right\} \\ \mathcal{B}\varphi & = -\Delta^2 \varphi + k \Delta \varphi, \quad \varphi \in D(\mathcal{B}). \end{cases}$$

Le problème EDP précédent se réécrit alors comme un problème de Cauchy abstrait :

$$\begin{cases} u'(t) - \mathcal{B}u(t) = f(t) \\ u(0) = u_0, \end{cases}$$

où $u(t)(\cdot) := u(t, \cdot)$ et $f(t)(\cdot) := f(t, \cdot)$ avec $f \in L^p(0, T; L^p(\Omega))$.

On montre alors l'existence et l'unicité de la solution du problème de Cauchy abstrait ayant la régularité maximale si et seulement si u_0 est dans un espace d'interpolation réel approprié. On utilise entre autres [1], [2], [4].

Cette étude s'inscrit dans le cadre général de l'analyse fonctionnelle et des EDP. Elle utilise principalement la théorie des semi-groupes, la théorie de l'interpolation réelle, le calcul fonctionnel, la théorie des espaces de Banach UMD.

Références

- [1] G. DORE & A. VENNI, *On the Closedness of the Sum of Two Closed Operator*, Math. Z., 196, 1987, pp. 189-201.
- [2] R. LABBAS, S. MAINGOT, D. MANCEAU & A. THOREL, *On the regularity of a generalized diffusion problem arising in population dynamics set in a cylindrical domain*, J. Math. Anal. Appl., 450, 2017, pp. 351-376.
- [3] D.S. COHEN & J.D. MURRAY, "A generalized diffusion model for growth and dispersal in population", *Journal of Mathematical Biology*, 12, Springer-Verlag, 1981, pp. 237-249.
- [4] A. THOREL, "Operational approach for biharmonic equations in L^p -spaces", *Journal of Evolution Equations*, 20, 2020, pp. 631-657.

Contact : alexandre.thorel@univ-lehavre.fr

On second-order well-balanced Lagrange-projection schemes for shallow water Exner equations

Christophe CHALONS, Laboratoire de Mathématiques de Versailles - Versailles, France
Alessia DEL GROSSO, Laboratoire de Mathématiques de Versailles - Versailles, France

Our work is devoted to the development and implementation of second-order well-balanced Lagrange-projection numerical methods applied to the shallow water Exner system. The Lagrange-Projection formalism entails a decomposition of the mathematical model into two different systems : the acoustic/Lagrangian one, which takes into account the compressibility effects of the flow, and the transport/projection system for the transport phenomena [Morales de Luna, Castro Díaz, Chalons (2020)]. As far as the mathematical model is concerned, we consider the well-known shallow water system coupled with the so-called Exner equation, used to simulate the bedload sediment transport due to the mechanical action of the flow [Cordier, Le, Morales de Luna (2011)]. In particular the Grass closure formula is taken into account to model the solid transport discharge contributions. It is known that it is not a trivial task to numerically simulate the resulting shallow water Exner model, as a decoupled or weakly coupled method could lead to the presence of spurious oscillations in the numerical outputs. Moreover, when considering the Lagrangian-projection formalism, while it is clear how to decompose the shallow water system, this is not true when it comes to the Exner equation. For this reason we investigate different possible numerical strategies. The methods and their second-order accurate extensions are designed in such a way to satisfy the well-balanced property, namely the ability of the scheme of preserving the stationary solutions of the model.

Contact : alessia.del-grosso@ens.uvsq.fr

A posteriori Finite-Volume local subcell correction of high-order Discontinuous Galerkin formulations for the nonlinear shallow-water equations

Ali HAIDAR, IMAG - Montpellier **Fabien MARCHE**, IMAG - Montpellier
Francois VILAR, IMAG - Montpellier

In this oral presentation we will talk about a new Discontinuous Galerkin (DG) discrete formulation for the non-linear Shallow-Water equations (NSW), that preserve positive water height and deals with spurious oscillations, by mean of a selective *a posteriori* local subcell correction (*a posteriori* LSC), that relies on the expression of DG schemes as a finite-volume-like scheme on a subgrid, using reconstructed fluxes, inspiring from Vilar [2]. This new approach allows to combine the excellent robustness properties of the Finite-Volume (FV) lowest-order method and the high-order accuracy of the DG method. For any order of polynomial approximation, the resulting algorithm is shown to : (1) accurately handle strong shocks with no robustness issues ; (2) ensure the preservation of the water height positivity at the subcell level ; (3) preserve the class of motionless steady states (well-balancing) at the subcell level ; (4) retain the very high accurate subcel resolution of DG schemes.

These assets are numerically illustrated through an extensive set of test-cases, with a particular emphasize put on the use of very-high order polynomial approximations on coarse grids. For more details, we refer the reader to [1].

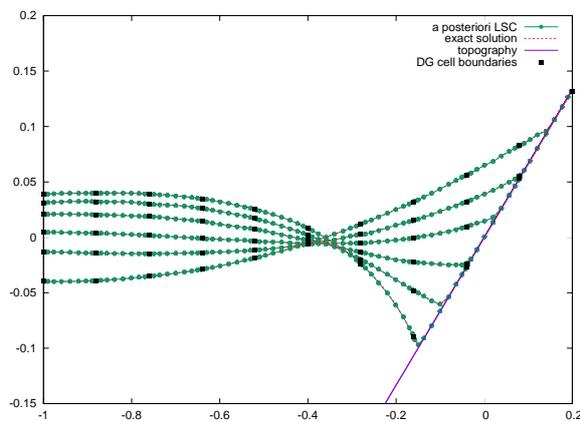


FIGURE 1 – 9th order Carrier and Greenspan transient, over 10 cells mesh for different values of time between 14.5 periods and 15 periods : profile of water elevation

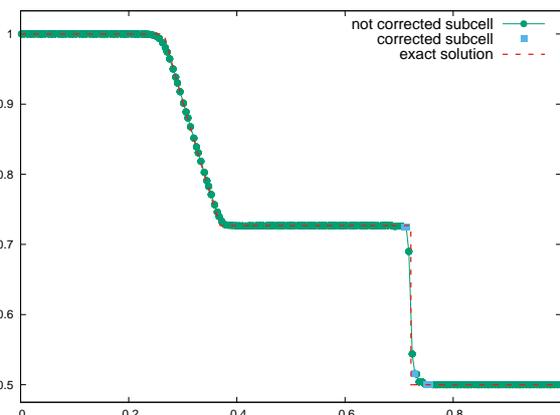


FIGURE 2 – 4th order dam break solution, over 50 cells mesh and up to stopping time $t=0.075$: profile of water elevation

- [1] A. Haidar, F. Marche, F.Vilar. *A posteriori finite-volume local subcell correction of high-order discontinuous galerkin formulations for the nonlinear shallow-water equations*. J. Comput. Phys., 2021. Article submitted.
- [2] F. Vilar. *A posteriori correction of high-order discontinuous galerkin scheme through subcell finite volume formulation and flux reconstruction*. J. Comput. Phys., **387**, 245–279, 2019.

Contact : ali.haidar@umontpellier.fr

Two-phase separated and disperse flow : towards a two-scale diffuse interface models with geometrical variables

Arthur LOISON, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Samuel KOKH, CEA - Saclay

Marc MASSOT, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Teddy PICHARD, CMAP - Ecole polytechnique - Palaiseau

Multi-fluid two-phase compressible flows play a critical role in numerous industrial processes and some of them highly depend on the interface dynamic such as in combustion chambers or potential leak scenario in pressurized-water nuclear power plants. Indeed, separated and dispersed phases *i.e.* *spray of small droplets* coexist in such flows and therefore, a large number of droplets and a broad spectrum of sizes are involved. Direct Numerical Simulations (DNS) using a Lagrangian approach or an interface-tracking Eulerian one are often not tractable for industrial applications because of this multi-scale behaviour.

Two-scale Eulerian models with diffuse interface then propose an economical alternative thanks to the modeling of a sub-scale flow below the mesh resolution. Aiming such models, the Stationary Action Principle (SAP) and the second principle of thermodynamics [4] greatly help to construct a coherent two-phase flow model from given potential and kinetic energies. Several works [3, 1] indicate that additional geometrical variables (interfacial area density, surface average of mean and Gauss curvatures) is a path to describe these sub-scale phenomena and establish two-scale models but the possibilities of enrichment are numerous and need to be more carefully studied.

Pursuing the efforts of sub-scale flow modeling led in [2], our research work focus on the two-fold potential of these geometrical quantities for both modeling the sub-scale flow and its interaction with the large scale flow. In this work [6], we are using differential geometry to assess the right modeling usage of these geometrical quantities through the comparison of theoretical perturbation of droplets and DNS post-processing. These results will then be used to construct energies and constraints for our SAP-derived two-phase two-scale models which are tested using *Josiepy* a finite-volume solver [5].

- [1] P. Cordesse. *Contribution to the study of combustion instabilities in cryotechnic rocket engines : coupling diffuse interface models with kinetic-based moment methods for primary atomization simulations*. PhD Thesis, Université de Paris-Saclay, 2020.
- [2] P. Cordesse, R. Di Battista, Q. Chevalier, L. Matuszewski, T. Ménard, S. Kokh, M. Massot. *A diffuse interface approach for disperse two-phase flows involving dual-scale kinematics of droplet deformation based on geometrical variables*. In *ESAIM : Proceedings*, p. 22, 2020.
- [3] D. A. Drew. *Evolution of geometric statistics*. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **50(3)**, 649–666, 1990.
- [4] S. Gavrilyuk, H. Gouin. *A new form of governing equations of fluids arising from Hamilton's principle*. *International Journal of Engineering Science*, **37(12)**, 1495–1520, 1999.
- [5] A. Loison, R. Di Battista, S. Kokh, M. Massot, T. Pichard. *Diffuse interface model for two-phase two-scale flow using stationary action principle, geometrical variables and a finite-volume method*. In preparation, 2021.
- [6] A. Loison, S. Kokh, M. Massot, T. Pichard. *Sub-scale modeling for eulerian two-phase flows : analysis of a perturbed droplet using differential geometry*. In preparation, 2021.

Contact : arthur.loison@polytechnique.edu

The extension of the FVC scheme for two dimensional shallow water flows on unstructured triangular meshes

Moussa ZIGGAF, LAGA-USPN & LMCS-UMP & MSDA-UM6P - Villetaneuse - France
Imad KISSAMI, MSDA-UM6P - Ben Guerir 43150 - Maroc
Mohamed BOUBEKEUR, LAGA-USPN - Villetaneuse 93430 - France
Fayssal BENKHADOUN, LAGA-USPN - Villetaneuse 93430 - France
Imad ELMAHI, LMCS-UMP & MSDA-UM6P - Oujda 60000 & Ben Guerir 43150 - Maroc

The Saint-Venant equations are widely used to model tides, dam-break, storm, tsunamis, and generally the various geophysical shallow-water flows [5, 6]. This hyperbolic system of balance laws was introduced in [7] and it has been very commonly used in several works [1, 2, 3] when completed with appropriate terms. Solving these models numerically presents a challenge due to their nonlinear structure, irregular bathymetry, the additional source terms and also complex geometry.

We consider in this work the numerical resolution of the two dimensional version of this system with variable topographic source term on unstructured meshes by a new finite volume approach. We first present a simple and accurate homogeneous solver issued from a finite volume characteristics (FVC) scheme, that was introduced in the preliminary works [4, 8]. Then, we introduce a generalization of this scheme by preserving the positivity properties of the homogeneous solver and lead to a well-balanced scheme satisfying the steady-state condition of still water.

Finally, the proposed finite volume method is verified on several benchmark tests and shows good agreement with analytical solutions, moreover it gives a noticeable accuracy improvement compared to the original approach.

- [1] E. Audusse, F. Bouchut, M.-O. Bristeau, R. Klein, B. T. Perthame. *A fast and stable well-balanced scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows*. SIAM Journal on Scientific Computing, **25(6)**, 2050–2065, 2004.
- [2] F. Benkhaldoun, I. Elmahi, S. Sari, M. Seaid. *An unstructured finite-volume method for coupled models of suspended sediment and bed load transport in shallow-water flows*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, **72(9)**, 967–993, 2013.
- [3] F. Benkhaldoun, I. Elmahi, M. Seaid. *Well-balanced finite volume schemes for pollutant transport by shallow water equations on unstructured meshes*. Journal of computational physics, **226(1)**, 180–203, 2007.
- [4] F. Benkhaldoun, S. Sari, M. Seaid. *Projection finite volume method for shallow water flows*. Mathematics and computers in simulation, **118**, 87–101, 2015.
- [5] J.-M. Hervouet. *Hydrodynamique des écoulements à surface libre, modélisation numérique avec la méthode des éléments finis*, Presses des Ponts et Chaussées 2003 (in French).
- [6] A. C. Kuo, L. M. Polvani. *Nonlinear geostrophic adjustment, cyclone/anticyclone asymmetry, and potential vorticity rearrangement*. Physics of Fluids, **12(5)**, 1087–1100, 2000.
- [7] A. B. de Saint-Venant. *Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit*, CR Acad Sci Paris 73 (1871) 147–154.
- [8] M. Ziggaf, M. Boubekour, F. Benkhaldoun, I. El Mahi, et al. *The FVC scheme on unstructured meshes for the two-dimensional shallow water equations*. In *International Conference on Finite Volumes for Complex Applications*, pp. 455–465. Springer, 2020.

Contact : ziggaf@math.univ-paris13.fr

BAMPHI: matrix and transpose-free algorithm for computing the action of combinations of φ -functions in exponential integrators

Marco CALIARI, Università degli Studi di Verona - Verona
 Fabio CASSINI, Università degli Studi di Trento - Trento
 Franco ZIVCOVICH, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

The time integration of stiff systems of differential equations as

$$u'(t) = F(t, u(t)), \quad u(0) = u_0,$$

constitutes a heated topic in numerical analysis. In particular, exponential integrators drew a great deal of attention. In fact, similarly to implicit methods, these methods show good stability properties, allowing integration with large time steps [4]. Each exponential integration step of length τ (out of hundreds, thousands or even millions steps) consists of the same operation : let \mathbf{A} be the linear part of $F(t, u(t))$ (or, say, its Jacobian), one shall compute

$$u^{n+1} := \varphi_0(\theta_0\tau\mathbf{A})v_0 + \varphi_1(\theta_1\tau\mathbf{A})v_1 + \dots + \varphi_p(\theta_p\tau\mathbf{A})v_p,$$

where $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_p$ are fixed scalars,

$$\varphi_\ell(x) := \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{(j+\ell)!}, \quad \ell = 0, 1, \dots, p$$

and the vectors $v_0, v_1, \dots, v_p \in \mathbb{C}^N$ are obtained, in a recursive fashion, as functions of linear combinations of φ -functions applied to vectors connected to the current state of the system u^n .

The authors exploited this peculiarity of exponential integrators and recent advancements in numerical analysis (such as the works [1, 2]) to build a routine for computing the action of the matrix φ -functions arising in the exponential integration steps, called `bamphi`, able to recycle the information gathered through the exponential integration steps and to reach unprecedented levels of speed and accuracy.

In this presentation, we outline some of `bamphi`'s main features and ideas. Then, we show comparisons with other state-of-the-arts routines (such as `kiops` from [3]) on some model PDEs using Runge-Kutta and Rosenbrock exponential integrators, splitting methods [5], and the new low regularity exponential-type integrators developed in [6].

- [1] M. Caliari, P. Kandolf, A. Ostermann, S. Rainer. *The Leja method revisited : backward error analysis for the matrix exponential*. SIAM J. Sci. Comput., **38(3)**, 2016.
- [2] M. Crouzeix, C. Palencia. *The numerical range is a $(1 + \sqrt{2})$ -spectral set*. SIAM J. Matrix Anal. Appl., **38(2)**, 2017.
- [3] S. Gaudreault, G. Rainwater, M. Tokman. *KIOPS : A fast adaptive Krylov subspace solver for exponential integrators*. J. Comput. Phys., **372**, 2018.
- [4] M. Hochbruck, A. Ostermann. *Exponential integrators*. Acta Numerica, **19**, 2010.
- [5] R. I. McLachlan, G. R. W. Quispel. *Splitting methods*. Acta Numerica, **11**, 2002.
- [6] F. Rousset, K. Schratz. *A general framework of low regularity integrators*. Accepted manuscript, 2021.

Contact : franco.zivcovich@gmail.com

Mathematical analysis of an adhesive point submitted to an external force of bounded variation

Vuk MILIŠIĆ, Laboratoire Analyse, Géométrie & Applications (LAGA), - Villetaneuse
Samar ALLOUCH, Laboratoire Analyse, Géométrie & Applications (LAGA), - Villetaneuse

In the context of cellular motility [4, 3], we present a mathematical model of microscopic adhesion (at the scale of actin filaments). We are interested in the mathematical analysis of a single binding connected to the substrate and submitted to an external force $f \in BV(0, T)$. Next, we prove existence and uniqueness of the solution and then, in the spirit of [2], its convergence to the solution to a macroscopic friction law, in this weaker framework. Furthermore, following ideas from [1], we present a comparison principle of an integral equation with a load $f \in BV(0, T)$ and a constant density of linkages in time.

- [1] V. Milišić, D. Oelz. *On the asymptotic regime of a model for friction mediated by transient elastic linkages*. J. Math. Pures Appl. (9), **96(5)**, 484–501, 2011. doi :10.1016/j.matpur.2011.03.005.
- [2] V. Milišić, D. Oelz. *On a structured model for the load dependent reaction kinetics of transient elastic linkages*. SIAM J. Math. Anal., **47(3)**, 2104–2121, 2015. doi :10.1137/130947052.
- [3] D. Oelz, C. Schmeiser. *Derivation of a model for symmetric lamellipodia with instantaneous cross-link turnover*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **198(3)**, 963–980, 2010. doi : 10.1007/s00205-010-0304-z.
- [4] D. Oelz, C. Schmeiser, V. Small. *Modelling of the actin-cytoskeleton in symmetric lamellipodial fragments*. Cell Adhesion and Migration, **2**, 117–126, 2008.

Contact : allouch@math.univ-paris13.fr

Reaction-diffusion problems with membrane conditions

Giorgia CIAVOLELLA, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Benoît PERTHAME, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Several problems, issued from physics, biology or the medical science, lead to parabolic equations set in two sub-domains separated by a membrane with selective permeability to specific molecules. The corresponding boundary conditions, describing the flow through the membrane, are compatible with mass conservation and energy dissipation, and are called the Kedem-Katchalsky conditions.

A huge literature deeply analyses usual reaction-diffusion systems and we extended to membrane problems an existence theory compatible with the L^1 bounds ([3, 4]). In particular, in [2] we were interested in developing a theory of weak solutions when the initial data has only L^1 regularity and the reaction terms are, for instance, quadratic. A classical numerical study on reaction-diffusion systems concerns Turing instability. In [1], we illustrate patterns formation and their discontinuous behaviour passing through the membrane.

- [1] G. Ciavolella, B. Perthame. *Effect of a membrane on Turing instability*, in preparation.
- [2] G. Ciavolella, B. Perthame. *Existence of a global weak solution for a reaction-diffusion problem with membrane conditions*. Journal of Evolution Equations, in press.
- [3] E.-H. Laamri, B. Perthame. *Reaction-diffusion systems with initial data of low regularity*. Journal of Differential Equations, **269(11)**, 9310–9335, 2020.
- [4] M. Pierre. *Global existence in reaction-diffusion systems with control of mass : a survey*. Milan Journal of Mathematics, **78(2)**, 417–455, 2010.

Contact : giorgia.ciavolella@ljl1.math.upmc.fr

On the incompressible limit for a tumour growth model incorporating convective effects

Noemi DAVID, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris
Markus SCHMIDTCHEN, Institut of Scientific Computing - Dresden

We present a porous medium model with applications to tissue movement and tumour growth, [2]. The model is based on the standard fluid mechanics approach to living tissues, [5, 6]. We extend the analysis proposed in 2014 by Perthame, Quirós, and Vázquez, [4], by incorporating the advective effects caused, for instance, by the presence of nutrients, oxygen, or a chemoattractant. Passing to the singular limit for a stiff pressure law (incompressible limit), it is possible to bridge a link between the density-based model and a free-boundary problem of Hele-Shaw type. Our result extends those of [1, 3] thanks to weaker assumptions and a more general setting. In particular, we are able to recover the so-called *complementarity relation*, which allows to derive the pressure through an elliptic equation. To this end, we prove the strong compactness of the pressure gradient, blending two different techniques : an extension of the usual Aronson-Bénilan estimate in an L^3 -setting and an L^4 -uniform bound of the pressure gradient.

- [1] K. Craig, I. Kim, Y. Yao. *Congested aggregation via Newtonian interaction*. Arch. Ration. Mech. Anal., **227**(1), 1–67, 2018.
- [2] N. David, M. Schmidtchen. *On the incompressible limit for a tumour growth model incorporating convective effects*. arXiv :2103.02564, 2021.
- [3] I. Kim, N. Požár, B. Woodhouse. *Singular limit of the porous medium equation with a drift*. Adv. Math., **349**, 682–732, 2019.
- [4] B. Perthame, F. Quirós, J. L. Vázquez. *The Hele-Shaw asymptotics for mechanical models of tumor growth*. Arch. Ration. Mech. Anal., **212**(1), 93–127, 2014.
- [5] B. Ribba, O. Saut, T. Colin, D. Bresch, E. Grenier, J. P. Boissel. *A multiscale mathematical model of avascular tumor growth to investigate the therapeutic benefit of anti-invasive agents*. J. Theoret. Biol., **243**(4), 532–541, 2006.
- [6] J. A. Sherratt, M. A. J. Chaplain. *A new mathematical model for avascular tumour growth*. J. Math. Biol., **43**(4), 291–312, 2001.

Contact : noemi.david@math.ljll.upmc.fr

Ondes aérotactiques dans *Dictyostelium discoideum* : Quand les gradients auto-générés fréquentent l'expansion par division cellulaire.

Mete DEMIRCIGIL, Institut Camille Jordan - Lyon

A l'aide d'une expérience d'hypoxie auto-générée, il est montré que l'amibe *Dictyostelium discoideum* exhibe un mouvement collectif aérotactique remarquable : quand une population de cellules est confinée sous une plaque de verre, les cellules consomment rapidement l'oxygène à disposition et forment un anneau se déplaçant vers l'extérieur à vitesse constante.

Nous proposons un modèle simple et original avec l'hypothèse que les cellules ont deux comportements distincts en fonction du niveau d'oxygène : ou bien elles se divisent, ou bien elles remontent le gradient en oxygène. Cela conduit à un système d'EDP paraboliques, dont l'une est à coefficients constants par morceaux. L'approche d'étudier une équation à coefficients constants par morceaux est non sans rappeler une approche similaire dans l'étude du chimiotactisme chez *Escherichia coli* [3]. Celle-ci s'avère très fructueuse et permet de conduire à une caractérisation explicite des solutions sous forme d'onde progressive, une analyse qualitative du phénomène, ainsi qu'à une formule de la vitesse d'ondes, nouvelle à notre connaissance et combinant de manière originale l'expansion par division cellulaire, comme décrit par l'équation de Fisher/KPP, et l'aérotactisme. De plus, nous montrons que le modèle présente une dichotomie remarquable entre ondes dites tirées et ondes dites poussées en fonction des paramètres du modèle, étendant ainsi une étude de Roques *et al.* [2] à une équation d'advection-réaction-diffusion.

Cette analyse montre que le déplacement collectif s'explique par l'interaction entre division cellulaire et modulation de l'aérotactisme. L'approche de modélisation et ses conclusions complètent et sont confirmées en retour par une étude expérimentale du déplacement collectif des cellules.

Il s'agit du fruit d'une collaboration avec Christophe ANJARD, Vincent CALVEZ, Olivier COCHET-ESCARTIN et Jean-Paul RIEU et constitue une partie du travail exposé dans la prépublication [1].

- [1] O. Cochet-Escartin, M. Demircigil, S. Hirose, B. Allais, P. Gonzalo, I. Mikaelian, K. Funamoto, C. Anjard, V. Calvez, J.-P. Rieu. *Hypoxia triggers collective aerotactic migration in Dictyostelium discoideum*. bioRxiv, p. 2020.08.17.246082, 2020. doi :10.1101/2020.08.17.246082. Publisher : Cold Spring Harbor Laboratory Section : New Results.
- [2] L. Roques, J. Garnier, F. Hamel, E. K. Klein. *Allee effect promotes diversity in traveling waves of colonization*. Proceedings of the National Academy of Sciences, **109(23)**, 8828–8833, 2012. doi : 10.1073/pnas.1201695109. Publisher : National Academy of Sciences Section : Physical Sciences.
- [3] J. Saragosti, V. Calvez, N. Bournaveas, B. Perthame, A. Buguin, P. Silberzan. *Directional persistence of chemotactic bacteria in a traveling concentration wave*. Proceedings of the National Academy of Sciences, **108(39)**, 16235–16240, 2011. doi :10.1073/pnas.1101996108. Publisher : National Academy of Sciences _eprint : <https://www.pnas.org/content/108/39/16235.full.pdf>.

Contact : mete.demircigil@univ-lyon1.fr

Ondes en milieux quasi-périodiques

Le cas unidimensionnel dissipatif : Étude et résolution numérique

Pierre AMENOAGBADJI, POEMS - UMA - ENSTA Paris - IPP - Palaiseau

Sonia FLISS, POEMS - UMA - ENSTA Paris - IPP - Palaiseau

Patrick JOLY, POEMS - UMA - ENSTA Paris - IPP - Palaiseau

Les milieux quasi-périodiques sont connus pour leur structure ordonnée, mais non périodique. Depuis la découverte récente des quasi-cristaux, premiers exemples de milieux quasi-périodiques, ces milieux n'ont cessé de susciter de l'engouement, notamment en raison des remarquables propriétés physiques et en particulier photoniques qui leur sont attribuées. Il y a donc un intérêt réel à simuler la propagation des ondes dans de tels milieux.

Dans la littérature mathématique, la notion de quasi-périodicité (et plus généralement de presque périodicité) est bien connue [2]. Par exemple, une fonction d'une variable réelle est quasi-périodique d'ordre $n > 0$ si elle s'écrit comme la trace dans une direction donnée d'une fonction périodique de n variables. Les EDP avec des coefficients quasi-périodiques ont aussi fait l'objet d'un grand nombre d'études théoriques [5]. En particulier, l'homogénéisation des milieux quasi-périodiques s'appuie sur la méthode dite de *coupe* [1, 3, 6], qui consiste à prolonger l'EDP quasi-périodique en une EDP de dimension supérieure à coefficients périodiques, mais dégénérée (dans le sens où la partie principale de l'opérateur est non-elliptique). Il semble cependant que la méthode de coupe n'ait jamais été exploitée pour la résolution numérique, ou pour des problèmes de propagation d'ondes. Notre objectif est précisément de la développer dans ce cadre.

Dans ce travail, nous nous intéressons à la résolution numérique de l'équation des ondes en régime harmonique, posée dans un milieu unidimensionnel quasi-périodique, et non borné. Dans un premier temps, le cas dissipatif est considéré. La méthode de coupe appliquée à ce problème conduit à la résolution d'un problème non-elliptique, posé en dimension supérieure, mais avec des coefficients périodiques. Pour ce nouveau problème, on peut alors adapter la méthode développée dans [4], qui repose sur la résolution de problèmes de cellule, et sur la construction d'un opérateur de *propagation* \mathcal{P} , solution d'une équation de Riccati stationnaire. L'analyse de cette méthode est sensiblement plus délicate que dans le cas de l'équation de Helmholtz complète, notamment à cause des propriétés spectrales radicalement différentes de \mathcal{P} , dues à la dégénérescence du problème. Des simulations numériques illustrent l'efficacité de la méthode globale. Des premiers résultats numériques concernant le cas non dissipatif sont également montrés.

- [1] X. Blanc, C. Le Bris, P.-L. Lions. *Local profiles for elliptic problems at different scales : defects in, and interfaces between periodic structures*. Communications in Partial Differential Equations, 2015. doi :10.1080/03605302.2015.1043464.
- [2] H. Bohr. *Almost periodic functions (Translated from German)*, 1947.
- [3] D. Gérard-Varet, N. Masmoudi. *Homogenization in polygonal domains*. Journal of the European Mathematical society, **13(5)**, 1477–1503, 2011.
- [4] P. Joly, J.-R. Li, S. Fliss. *Exact boundary conditions for periodic waveguides containing a local perturbation*. Commun. Comput. Phys, **1(6)**, 945–973, 2006.
- [5] B. M. Levitan, V. V. Zhikov. *Almost periodic functions and differential equations*, 1982.
- [6] N. Wellander, S. Guenneau, E. Cherkaev. *Homogenization of quasiperiodic structures and two-scale cut-and-projection convergence*. arXiv e-prints, arXiv :1911.03560, 2019.

Contact : pierre.amenoagbadji@ensta-paris.fr

Analyse FDTD large bande de structures périodiques

Samuel GAUCHER, CEA/XLIM - Le Barp/Limoges

Christophe GUIFFAUT, XLIM - Limoges **Alain REINEIX**, XLIM - Limoges

Olivier CESSNAT, CEA - Le Barp

Geneviève MAZE-MERCEUR, CEA - Le Barp

Pour contrôler la diffraction d'un objet éclairé par une onde radar, différents matériaux sont envisagés dont des métamatériaux. Leur prise en compte dans les outils de simulation peut s'avérer complexe, en raison de leur configuration géométrique. En effet, ils se présentent sous la forme de couche mince hétérogène. Dans ce contexte, nous proposons une méthodologie d'analyse théorique permettant de construire un modèle de type impédance de surface d'un métamatériau afin de l'introduire sur la surface d'une cible modélisée par un code 3D de type FDTD. Or les matériaux utilisés sont souvent constitués de motifs périodiques, dans ce cas, la représentation d'un seul motif permet de caractériser un matériau de grande dimension périodique dans les deux directions planaires. Il est donc possible de ne tenir compte que des propriétés de ce motif élémentaire et d'en déduire une représentation de type impédance de surface. Ainsi, des conditions aux limites périodiques de Floquet (PBC) s'imposent dans les deux directions planaires. En particulier, la méthode des différences finies est un bon candidat pour mettre en place ce modèle en raison de sa simplicité, son efficacité et son caractère large bande. Cependant, lorsque l'angle d'incidence est strictement positif, les PBC requièrent des valeurs non prédictibles de champ à des temps futurs. Pour remédier à ce problème, diverses techniques existent et se distinguent en deux classes : "méthodes de champ direct" et "méthodes de transformation de champ". L'objectif est donc de présenter deux schémas performants pour traiter les PBC : le schéma de champ transformé Material Independent (MI) [3] et la méthode de champ direct Spectral FDTD (SFDTD) [1]. Le schéma MI consiste à effectuer une transformation des champs afin de retrouver des conditions aux limites simples. Ceci étant, la condition de stabilité CFL devient de plus en plus restrictive au fur et à mesure que l'angle d'incidence augmente. Le schéma SFDTD est une méthode de champ direct qui utilise directement les équations de Maxwell. Dans cette approche, le nombre d'onde horizontal est fixé au lieu de l'angle d'incidence. Ainsi, la mise en oeuvre des PBC devient simple car aucune donnée temporelle future n'est requise. Son atout majeur est la possibilité d'utiliser le schéma standard de Yee sans restriction sur la condition de CFL. Cependant, lorsque le nombre d'onde horizontal est fixé, cette méthode calcule simultanément la région des ondes planes et guidées. Par conséquent, un comportement résonant se produit et provoque des oscillations dans le signal temporel. Ainsi, sa transformée de Fourier discrète fournit une réponse spectrale inexacte. Pour traiter ce problème, nous proposons de coupler le schéma SFDTD à la technique d'extrapolation discrete-time time-domain vector fitting (TD-VFz) [2], qui constitue une approche inédite et efficace pour l'obtention de la réponse spectrale et l'identification des pôles de résonance. Des modèles 3D, notamment la croix de Jerusalem entourée d'un substrat diélectrique à pertes [3], illustreront l'efficacité des deux schémas.

- [1] A. Aminian, Y. Rahmat-Samii. *Spectral ftdt : A novel technique for the analysis of oblique incident plane wave on periodic structures*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, **54(6)**, 1818–1825, 2006.
- [2] C.-U. Lei, N. Wong. *Efficient linear macromodeling via discrete-time time-domain vector fitting*. pp. 469–474, 2008.
- [3] Liang, all. *Wideband analysis of periodic structures at oblique incidence by material independent ftdt algorithm*. IEEE transactions on antennas and propagation, **62(1)**, 354–360, 2013.

Contact : samuel.gaucher@xlim.fr

Propagation d'ondes dans un milieu périodique unidimensionnel aléatoirement perturbé

Sonia FLISS, Poems, UMA, ENSTA Paris, IPP - Palaiseau
Laure GIOVANGIGLI, Poems, UMA, ENSTA Paris, IPP - Palaiseau

La propagation d'ondes dans les milieux périodiques a connu un regain d'intérêt en vue de diverses applications, par exemple en optique pour les micro- et nanotechnologies. Cependant, dans ces applications, les milieux ne sont souvent pas parfaitement périodiques et les perturbations ne sont pas toujours connues. Le recours à l'aléatoire pour modéliser cette connaissance partielle est alors particulièrement adapté.

Nous voulons proposer une méthode numérique pour simuler la propagation d'ondes dans de tels milieux. Plus précisément, nous cherchons à réduire le domaine de calcul à une région bornée connue déterministe en imposant à sa frontière des conditions transparentes qui reflètent au mieux la propagation dans le milieu extérieur aléatoirement perturbé.

Dans ce travail [3], nous considérons l'équation des ondes en régime harmonique dans un milieu absorbant, unidimensionnel, périodique, infini et aléatoirement perturbé. Nous étudions deux types de perturbations faibles :

- le cas de perturbations stationnaires, ρ -mélangeantes et oscillantes telles que la taille typique des oscillations est petite devant la longueur d'onde [2], et
- le cas de perturbations rares où chaque période voit avec une faible probabilité ses coefficients modifiés, indépendamment des autres périodes [1].

Nous dérivons dans chacun de ces cas un développement asymptotique de la solution par rapport au petit paramètre du modèle (respectivement la taille des oscillations et la probabilité des perturbations) et montrons comment ces développements peuvent être utilisés pour construire des conditions de frontière absorbantes. Des simulations numériques viennent valider et illustrer ces convergences et la méthode exposée.

- [1] A. Anantharaman, C. Le Bris. *Elements of mathematical foundations for a numerical approach for weakly random homogenization problems*. Communications in Computational Physics, **11(4)**, 1103–1143, 2012. doi :10.4208/cicp.030610.010411s. 46 pages.
- [2] G. Bal. *Central limits and homogenization in random media*. SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation, **7**, 2007. doi :10.1137/070709311.
- [3] S. Fliss, L. Giovangigli. *Time harmonic wave propagation in one dimensional weakly randomly perturbed periodic media*. SN Partial Differential Equations and Applications, **1(40)**, 2020.

Contact : laure.giovangigli@ensta-paris.fr

Design d'un convertisseur modal en utilisant des ligaments fins résonants

Lucas CHESNEL, INRIA/CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Jérémy HELEINE, INRIA/CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Sergei A. NAZAROV, St. Petersburg State University - St. Petersburg

Dans ce travail, on s'intéresse à la propagation d'ondes acoustiques en 2D dans un guide Ω infini dans la direction (Ox) , que l'on suppose régie par le problème :

$$\begin{cases} \Delta u + \omega^2 u = 0, & \text{dans } \Omega, \\ \partial_n u = 0, & \text{sur } \partial\Omega, \end{cases} \quad (1)$$

où n est la normale unitaire sortante de Ω . On fixe la fréquence ω de telle sorte que seuls deux modes propagatifs w_1^\pm et w_2^\pm existent. L'étude de la diffraction des ondes w_1^+ et w_2^+ conduit à considérer les matrices $R = (r_{jk})_{1 \leq j, k \leq 2}$ et $T = (t_{jk})_{1 \leq j, k \leq 2}$, où r_{jk} (respectivement t_{jk}) est le coefficient de réflexion (respectivement de transmission) du mode k pour l'onde w_j^+ . Notre but est de réaliser un convertisseur modal, c'est-à-dire de trouver une géométrie telle que le mode 1 soit converti en le mode 2 et réciproquement, avec toute l'énergie transmise. En général, il s'agit d'un problème difficile car la dépendance des coefficients de diffraction vis-à-vis de la géométrie est non linéaire et non explicite.

Dans notre étude, nous avons choisi de travailler avec des domaines Ω constitués de deux demi-guides reliés par des ligaments fins de largeur $\varepsilon \ll 1$ (voir Figure 1). Cela peut sembler paradoxal car, en général, en raison des caractéristiques géométriques, l'énergie est quasiment entièrement réfléchie et l'on a, lorsque ε tend vers zéro :

$$R^\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + o(1) \quad \text{et} \quad T^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + o(1).$$

Cependant, en réglant bien la position des ligaments et leurs longueurs autour des longueurs de résonance, nous avons pu montrer qu'on pouvait obtenir, lorsque ε tend vers zéro :

$$R^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + o(1) \quad \text{et} \quad T^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + o(1),$$

c'est-à-dire l'effet de convertisseur modal désiré. La méthode repose sur une analyse asymptotique par rapport à la largeur des ligaments qui permet d'explicitier un peu la dépendance de R^ε et T^ε par rapport aux paramètres géométriques. En particulier, le fait de travailler autour des longueurs de résonance permet d'obtenir un effet d'ordre 1 avec un ligament d'épaisseur ε . Nous utilisons également de manière cruciale la symétrie par rapport à l'axe (Oy) . La Figure 1 montre l'une des géométries obtenues par cette méthode. Ces résultats font l'objet d'un article soumis récemment [1].

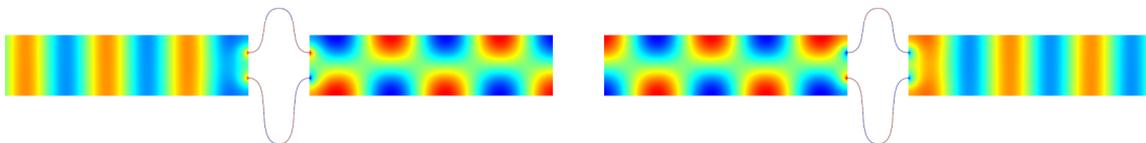


FIGURE 1 – Conversion modale par des ligaments fins. La géométrie permet de convertir le premier mode en le second (image de gauche), et le second mode en le premier (image de droite).

[1] L. Chesnel, J. Heleine, S. Nazarov. *Design of a mode converter using thin resonant ligaments*, 2021. Soumis.

Contact : jeremy.heleine@inria.fr

Regularity for optimal compliance problems with length penalization

Bohdan BULANYI, LJLL - Université de Paris

In this talk, I will present some new results concerning the regularity and topological structure of minimizers of the optimal p -compliance problem with length penalization. In 2017, Antonin Chambolle, Jimmy Lamboley, Antoine Lemenant and Eugene Stepanov proved that in dimension 2 for $p = 2$, locally inside a given domain a minimizer, containing at least two points, of the optimal 2-compliance problem with length penalization is a finite union of $C^{1,\alpha}$ curves that can only meet at their ends, by sets of three and with 120° angles (see [4]). Recently, in [3] with Antoine Lemenant we have partially generalized this result in dimension 2 for all exponents $p \in (1, +\infty)$, namely it was proved that in dimension 2 every solution of the optimal p -compliance problem with length penalization cannot contain closed loops, is Ahlfors regular if contains at least two points (up to the boundary for a Lipschitz domain), and it is $C^{1,\alpha}$ regular at \mathcal{H}^1 -a.e. point inside a given domain for every $p \in (1, +\infty)$. This result was partially generalized by the speaker in [2]. It was proved that in any spatial dimension $N \geq 2$ every optimal set cannot contain closed loops, and it is $C^{1,\alpha}$ regular at \mathcal{H}^1 -a.e. point inside a given domain for every $p \in (N-1, +\infty)$. Furthermore, the importance of the connectedness assumption in the statement of the optimal p -compliance problem in both its penalized and constrained forms for the existence of solutions in any spatial dimension $N \geq 2$, for every $p \in (N-1, +\infty)$ and for the sharp integrability assumption on the source term was proved in [1]. In this talk, I will try to give a brief overview of these results.

- [1] B. Bulanyi. *On the importance of the connectedness assumption in the statement of the optimal p -compliance problem*. J. Math. Anal. Appl., to appear. arXiv :2101.04678, 2021.
- [2] B. Bulanyi. *Partial regularity for the optimal p -compliance problem with length penalization*, Preprint, arXiv :210104231 2021.
- [3] B. Bulanyi, A. Lemenant. *Regularity for the planar optimal p -compliance problem*. ESAIM COCV, to appear. arXiv :1911.09240, 2021.
- [4] A. Chambolle, J. Lamboley, A. Lemenant, E. Stepanov. *Regularity for the optimal compliance problem with length penalization*. SIAM J. Math. Anal., **49(2)**, 1166–1224, 2017.

Contact : bulanyi@math.univ-paris-diderot.fr

An SDP relaxation of an optimal power flow problem for distribution network

Marouan HANDA, LAMFA-UPJV - Amiens
Jean Paul CHEHAB, LAMFA-UPJV - Amiens
Vivien DESVEAUX, LAMFA-UPJV - Amiens

In this work, we are interested in optimal power flow problems in an electricity distribution network. The optimization problem of interest consist in minimizing the total network line losses under some constraints such as power flow equations, which results from Kirchhoff law and appear as an equality constraint, and some other physical constraints such as limitations on voltage angles, voltages magnitudes and power injections.

Some of the constraints are non-convex and therefore make the problem also non-convex. This problem as defined can be difficult to solve, and even by figuring out a method to solve it, the solution obtained is not necessarily a global minimum.

There exists many approaches to convexify the original problem, one of them is the convex relaxation. It consists in replacing the set of non-convex constraints by a bigger convex set, and for which we can easily find an efficient algebraic representation. The convex relaxation is then said to be exact if the optimal value of the original problem is equal to the optimal value of the convexified problem.

To achieve this method, we reformulate the objective function and the constraints of the original problem, in terms of positive semi-definite matrix traces, to which we add a rank constraint. The convex relaxation will then consist in removing this rank constraint. This will lead to a positive semi-definite optimization problem that can be solved using efficient algorithms such as the interior point algorithm. This method is called an SDP relaxation and was proposed by [1].

We show that under a condition on the objectif function and conditions on the physics of the network, the SDP relaxation is exact. To this end, we explore the geometry of the feasible set of the problem via its Pareto front [2, 3]. The main result that we prove is that the feasible set of the original problem and the feasible set of its convexification share the same Pareto front. We conclude by presenting some numerical examples to highlight the efficiency of the proposed method.

- [1] X. Bai, H. Wei, K. Fujisawa, Y. Wang. *Semidefinite programming for optimal power flow problems*. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, **30(6-7)**, 383–392, 2008.
- [2] J. Lavaei, D. Tse, B. Zhang. *Geometry of power flows in tree networks*. In *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–8. IEEE, 2012.
- [3] J. Lavaei, D. Tse, B. Zhang. *Geometry of power flows and optimization in distribution networks*. IEEE Transactions on Power Systems, **29(2)**, 572–583, 2013.

Contact : marouan.handa@u-picardie.fr

Optimisation topologique couplée d'une structure mécanique et de ses liaisons vissées

Lalaina RAKOTONDRAINIBE, CMAP Polytechnique - Palaiseau
Grégoire ALLAIRE, CMAP Polytechnique - Palaiseau
Patrick ORVAL, Technocentre Renault - Guyancourt

L'optimisation topologique est généralement appliquée à une pièce mécanique et ses liaisons à un assemblage sont supposées fixes. Cet exposé propose une autre approche de l'optimisation topologique pour laquelle les liaisons mécaniques sont des variables d'optimisation, au même titre que la structure. Le problème consiste à optimiser conjointement la structure d'une pièce, d'une part, ainsi que les positions et le nombre des liaisons mécaniques, d'autre part. Nous nous intéressons aux liaisons vissées avec un état de précontrainte. Le modèle de vis est idéalisé afin d'obtenir une représentation réaliste et peu coûteuse en termes de temps de calcul. La structure élastique est représentée par une fonction ligne de niveaux et elle est optimisée avec la méthode de variations de frontière d'Hadamard [1]. Les positions des vis sont optimisées avec un algorithme de descente de gradient paramétrique. Le nombre de vis est optimisé avec une adaptation du concept de gradient topologique [2, 3]. Cette méthode s'appuie sur un développement asymptotique qui exprime la sensibilité de la fonction objectif par rapport à la création d'une nouvelle petite vis. Cette optimisation topologique couplée (structure et vis) est implémentée sur un cas test industriel représentatif pour un problème de minimisation de volume sous contraintes. Le couplage produit de meilleurs résultats qu'une optimisation classique de la structure uniquement. En conséquence, cette approche tend à optimiser les systèmes assemblés.

[1] G. Allaire, F. Jouve, A.M. Toader, Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *J. Comp. Phys.*, 194(1), 363-393 (2004)

[2] J. Cea, S. Garreau, P. Guillaume, M. Masmoudi, The shape and topological optimizations connection, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 188, 713-726, (2000)

[3] J. Sokolowski, A. Zochowski, On the topological derivative in shape optimization, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 37, 1251-1272 (1999)

Contact : rakotondrainibe.anja@gmail.com

Quelques problèmes d'optimisation sur les bobines de stellarators

Rémi ROBIN, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Francesco VOLPE, Renaissance Fusion - Grenoble **Sigalotti MARIO**, Inria - Paris

Privat YANNICK, IRMA - Strasbourg

Les stellarators sont un type de réacteur à confinement magnétique pour la fusion nucléaire. Les tokamaks qui sont des dispositifs relativement proches sont axisymétriques, ce qui impose l'induction d'un courant au sein du plasma pour garantir le confinement. Les stellarators, bien que de forme toroidale, ne sont pas axisymétriques et permettent ainsi d'assurer le confinement magnétique du plasma uniquement grâce aux bobines extérieures ([1]).

L'utilisation de bobines hautement complexes et non planaires permet une stabilité accrue en régime permanent. Les stellarators n'ayant pas les propriétés de symétries des Tokamaks, ils présentent de nombreux problèmes d'optimisation intéressants. La conception d'un stellarator est typiquement le fruit de deux optimisations successives. Dans un premier temps il s'agit de trouver un champ magnétique qui possède de bonnes propriétés de confinement, puis dans un second temps de réaliser ce champ à l'aide de bobines supraconductrices.

Nous nous intéresserons seulement à cette deuxième étape. Nous avons donc un champ magnétique cible qu'il convient de réaliser à l'aide de bobines en intégrant des contraintes d'ingénierie. Il est commun de résoudre ce problème en introduisant une Coil Winding Surface (CWS) qui modélise une surface toroidale imaginaire sur laquelle seront disposées les bobines. Il convient alors de minimiser sur cette surface les champs à divergence nulle modélisant des distributions surfacique de courant électrique (cf [3]).

Ce problème inverse (déterminer la distribution surfacique de courant sur la CWS connaissant le champ magnétique à générer à l'intérieur du plasma) bien que résolu par des méthodes classiques (cf [2]) présente de nombreuses variations intéressantes.

Nous introduirons dans un premier temps les forces de Laplace sur cette surface afin de les prendre en compte dans la minimisation multi-objective. La réduction de ces forces est un enjeu important pour la compactification (et donc réduction des coûts) des dispositifs. Un rayon principal plus faible appelant des champs plus forts pour maintenir le confinement et donc des courants plus élevés. Tout cela implique un accroissement quadratique des forces de Laplace. Cependant la discontinuité magnétique autour d'un courant de surface rend la définition de ces forces non triviale. Nous donnerons une définition naturelle que nous justifions rigoureusement avant de présenter quelques simulations numériques. Ces travaux sont disponibles en préprint [4]. Dans un second temps nous nous intéresserons au problème d'optimisation de la forme de la CWS.

[1] P. Helander. *Theory of plasma confinement in non-axisymmetric magnetic fields*. Reports on progress in physics. Physical Society, 2014. doi :10.1088/0034-4885/77/8/087001.

[2] M. Landreman. *An improved current potential method for fast computation of stellarator coil shapes*. Nuclear Fusion, **57(4)**, 046003, 2017. doi :10.1088/1741-4326/aa57d4.

[3] P. Merkel. *Solution of stellarator boundary value problems with external currents*. Nuclear Fusion, **27(5)**, 867-871, 1987. doi :10.1088/0029-5515/27/5/018. Publisher : IOP Publishing.

[4] R. Robin, F. Volpe. *Minimization of magnetic forces on stellarator coils*, 2021.

Contact : remi.robin@inria.fr

Sur la solvabilité globale en temps du problème couplé de Navier-Stokes/Darcy

Philippe ANGOT, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille

Dans cet exposé, on donne une solution au problème ouvert du couplage bien posé d'écoulements inertiels à l'interface entre un fluide libre et un milieu poreux. Dans le cas non-inertiel, cette question soulevée par Brinkman (1947) [7, 8], puis Beavers & Joseph (1967) [6, 13] est résolue avec des conditions de couplage *ad-hoc* de type Beavers-Joseph-Saffman [12] ou avec des conditions multi-directionnelles plus générales [1, 2] obtenues par modélisation asymptotique dans [3]. En régime inertiel, cette question reste non résolue, les études antérieures ne montrant l'existence de solutions faibles stationnaires qu'à données petites, e.g. [10, 11, 5], ou locales en temps dans le cas instationnaire [9].

À l'aide de conditions d'interface non linéaires récemment dérivées dans [4], on montre ici que le problème de Navier-Stokes/Darcy admet une solution globale en temps sans restriction sur la taille des données. De plus, cette solution est unique en dimension 2 d'espace.

- [1] P. Angot. *Well-posed Stokes/Brinkman and Stokes/Darcy coupling revisited with new jump interface conditions*. ESAIM : Math. Model. and Numer. Anal., **52(5)**, 1875–1911, 2018.
- [2] P. Angot. *Solvability of the variable-viscosity fluid-porous flows coupled with an optimal stress jump interface condition*. ESAIM : Math. Model. Numer. Anal. (2021, under review), 2021. (<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03172378>).
- [3] P. Angot, B. Goyeau, J. A. Ochoa-Tapia. *Asymptotic modeling of transport phenomena at the interface between a fluid and a porous layer : Jump conditions*. Phys. Rev. E, **95(6)**, 063302–(1–16), 2017.
- [4] P. Angot, B. Goyeau, J. A. Ochoa-Tapia. *A nonlinear asymptotic model for the inertial flow at a fluid-porous interface*. Adv. Water Res., **149(C)**, 103798, 2021. doi : 10.1016/j.advwatres.2020.103798. (online 30 Oct. 2020).
- [5] L. Badea, M. Discacciati, A. Quarteroni. *Numerical analysis of the Navier-Stokes/Darcy coupling*. Numer. Math., **115(2)**, 195–227, 2010.
- [6] G. S. Beavers, D. D. Joseph. *Boundary conditions at a naturally permeable wall*. J. Fluid Mech., **30**, 197–207, 1967.
- [7] H. C. Brinkman. *A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles*. Appl. Sci. Res., **A1**, 27–34, 1947.
- [8] H. C. Brinkman. *On the permeability of media consisting of closely packed porous particles*. Appl. Sci. Res., **A1**, 81–86, 1947.
- [9] A. Çeşmelioglu, V. Girault, B. Rivière. *Time-dependent coupling of Navier-Stokes and Darcy flows*. ESAIM : Math. Model. and Numer. Anal., **47(2)**, 539–554, 2013.
- [10] M. Discacciati, A. Quarteroni. *Navier-Stokes/Darcy coupling : modeling, analysis and numerical approximation*. Rev. Mat. Complut., **22(2)**, 315–426, 2009.
- [11] V. Girault, B. Rivière. *DG approximation of coupled Navier-Stokes and Darcy equations by Beavers-Joseph-Saffman interface condition*. SIAM J. Numer. Anal., **47(3)**, 2052–2089, 2009.
- [12] W. J. Layton, F. Schieweck, I. Yotov. *Coupling fluid flow with porous media flow*. SIAM J. Numer. Anal., **40(6)**, 2195–2218, 2003.
- [13] P. G. Saffman. *On the boundary condition at the surface of a porous medium*. Studies Appl. Math., **L50(2)**, 93–101, 1971.

Contact : philippe.angot@univ-amu.fr

Contribution à la modélisation mathématique et numérique pour des modèles d'écoulement non-linéaires dispersifs en eaux peu profondes

Mohamed Ali DEBYAOUI, Institut Denis Poisson (IDP) - Orléans
Mehmet ERSOY, Institut de Mathématiques de Toulon (IMATH) - Toulon

Nous nous intéressons à la dérivation d'un nouveau modèle d'écoulement à surface libre non-linéaire et dispersif dans un canal ouvert à géométrie non constante[2].

Des équations tridimensionnelles du mouvement des fluides non visqueux et incompressibles sont d'abord intégrées sur une section transversale du canal, ce qui donne des équations de type Serre-Green-Naghdi. Le nouveau modèle est donc adéquat pour décrire des ondes fortement non linéaires et faiblement dispersives le long d'un canal de section transversale arbitraire et non uniforme. Plus précisément, le nouveau modèle étend le modèle de Saint-Venant moyéné par section [3] et généralise les équations de Serre-Green-Naghdi à toute section. Ce nouveau modèle a été reformulé d'une manière plus appropriée pour la résolution numérique en conservant le même ordre de précision que l'original et en améliorant ses propriétés de dispersion[1]. Enfin, ce modèle est confronté à quelques simulations numériques pour étudier l'influence du changement de section sur la propagation d'une onde solitaire[1].

- [1] M. A. Debyaoui, M. Ersoy. *A Generalised Serre-Green-Naghdi equations for variable rectangular open channel hydraulics and its finite volume approximation*, 2020. Working paper or preprint.
- [2] M. A. Debyaoui, M. Ersoy. *Generalised serre-green-naghdi equations for open channel and for natural river hydraulics*. *Asymptotic Analysis*, pp. 1-27, 2020.
- [3] A.-J.-C. B. de Saint-Venant. *Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit*. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, **73**, 147-154, 1871.

Contact : mohamed-ali.debyaoui@univ-orleans.fr

Thermodynamiques Non-Ideales et Fluides avec Interfaces Diffuses

Vincent GIOVANGIGLI, CMAP-CNRS Ecole Polytechnique - Palaiseau

Yoann LE CALVEZ, CMAP Ecole Polytechnique - Palaiseau

Flore NABET, CMAP Ecole Polytechnique - Palaiseau

Les fluides multiphasiques interviennent dans de nombreux domaines scientifiques et industriels et on s'intéresse dans ce travail à la modélisation mathématique et numérique des fluides non idéaux avec interfaces diffuses.

On s'intéresse tout d'abord à la structure mathématique des thermodynamiques non idéales autorisant les instabilités. On étudie la construction d'une thermodynamique à partir d'une loi d'état en utilisant les gaz parfaits comme condition aux limites pour les faibles densités [1]. Les limites de stabilité thermodynamiques peuvent être de type mécanique, thermique ou chimique. Les applications numériques concernent la loi d'état de Soave-Redlich-Kwong et les mélanges d'éthane et d'azote.

On s'intéresse ensuite aux fluides avec interfaces diffuses, dits aussi capillaires ou cohésifs. On généralise dans un premier temps la thermodynamique non idéale construite précédemment en ajoutant les effets capillaires. On étudie ensuite les équations régissant les fluides mono-espèces avec interfaces diffuses qui font intervenir l'énergie de van der Waals [2], le tenseur de Korteweg et le flux de chaleur de Dunn et Serrin. Ces équations peuvent être obtenues par la thermodynamique rationnelle ou bien par la théorie cinétique des gaz denses [3].

Une nouvelle démonstration de l'existence de solutions est obtenue dans un cadre Hilbertien. Les démonstrations précédentes, notamment dues à Bresch, Haspot et Kotschote, utilisent des cadres non Hilbertiens. Une première étape fondamentale est l'introduction du gradient de densité $\mathbf{w} = \nabla \rho$ comme variable supplémentaire et la symétrisation du système augmenté [4]. Une nouvelle symétrisation est obtenue en utilisant la variable pseudo-normale $(\rho, \mathbf{w}, \mathbf{v}, T)$, où ρ est la densité, \mathbf{v} la vitesse et T la température, en rendant son rôle à l'entropie. La forme symétrisée fait intervenir des matrices dans les dérivées secondes qui ont une partie symétrique dissipative analogue à celle des systèmes hyperboliques-paraboliques [5] et une partie antisymétrique associée à la capillarité. Des estimations a priori pour les systèmes linéarisés permettent de faire un point fixe dans des espaces de Sobolev de façon semblable au cas hyperbolique-parabolique [5].

Ce travail a été soutenu par le projet ANR INSIDE ANR-19-CE05-0037-02 de l'Agence Nationale pour la Recherche.

Références

- [1] V. Giovangigli and L. Matuszewski, Supercritical fluid thermodynamics from equations of state, *Physica D* 241 (2012), pp. 649–670.
- [2] J.D. van der Waals, *Thermodynamische Theorie der Capillariteit in de Onderstelling van Continue Dichtheidsverandering* Verhand. Kon. Akad. V Wetensch. Amst., (1893). (in Dutch ; English translation in *J. Stat. Phys.*, 20 (1979), pp. 197–244).
- [3] V. Giovangigli, A kinetic derivation of diffuse interface fluid models, *Phys. Rev. E*, 102 (2020) 012110.
- [4] S. Gavrilyuk and H. Gouin, Symmetric form of governing equations for capillary fluids, "Trends in applications of mathematics to mechanics" (Nice, 1998), *Monogr. Surv. Pure Appl. Math.*, Vol. 106, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, pp. 306–311, (2000).
- [5] Kawashima S., Systems of hyperbolic-parabolic composite type, with application to the equations of magnetohydrodynamics. Doctoral Thesis, Kyoto University, (1984).

Contact : yoann.le-calvez@polytechnique.edu

Spectrum of the incompressible viscous Rayleigh-Taylor system

Olivier LAFITTE, LAGA - Université Sorbone Paris Nord
 Tien-Tai NGUYEN, LAGA - Université Sorbone Paris Nord

The linear instability study of the viscous Rayleigh-Taylor model in the neighborhood of a laminar solution $(\rho_0(x_3), \vec{0}, p_0(x_3))$ of the incompressible Navier-Stokes system of equations in \mathbf{R}^3 with a gravitational field $-g\vec{e}_3$ amounts to the study of the following ordinary differential equation of order 4 :

$$-\lambda^2[\rho_0 k^2 \phi - (\rho_0 \phi)'] = \lambda \mu(\phi^{(4)} - 2k^2 \phi'' + k^4 \phi) - gk^2 \rho_0' \phi, \quad (1)$$

where λ is the desired growth rate in time, k is the wave number transverse to the density profile. We first study the toy model $\rho_0(x_3) = \rho_+ 1_{\{x_3 > 0\}} + \rho_- 1_{\{x_3 < 0\}}$, with ρ_{\pm} being positive constants (note that this profile is not smooth). We then derive the unique growth rate obtained for the toy model, hence generalize the well known inviscid Rayleigh-Taylor study between two immiscible fluids. Secondly, we consider two types of increasing profile, that are ρ_0' being compactly supported and being positive everywhere. We prove that, contrary to the toy model, and in accordance with the results of Guo and Hwang, Helffer and Lafitte for the incompressible Euler system of equation with a gravitational field, there is an infinite sequence of non trivial solutions (λ_n, ϕ_n) of (1), with $\lambda_n \rightarrow 0$ when $n \rightarrow +\infty$ and $\phi_n \in H^4(\mathbf{R})$.

Références

- [1] Y. GUO, H. J. HWANG, On the dynamical Rayleigh–Taylor instability, *Arch. Rational Mech. Anal.* **167** (2003), pp. 235–253.
- [2] Y. GUO, I. TICE, Linear Rayleigh-Taylor instability for viscous, compressible fluids, *SIAM J. Math. Anal.* **42** (2011), pp. 1688–1720.
- [3] B. HELFFER, O. LAFITTE, Asymptotic methods for the eigenvalues of the Rayleigh equation for the linearized Rayleigh-Taylor instability, *Asymptotic Analysis* **33** (2003), pp. 189–235.
- [4] O. LAFITTE, T.-T. NGUYEN, Spectrum of the incompressible viscous Rayleigh-Taylor system, preprint, arXiv :2011.14319.

Contact : tientai.nguyen@math.univ-paris13.fr

Weak and Strong Solution for a Magnetohydrodynamic Problem

Saliha BOUKASSA, Université de Pau et des Pays de l'Adour - Université de Boumerdes
Chérif AMROUCHE, Université de Pau et des Pays de l'Adour - Pau

We study a model of magnetohydrodynamics problem. One of the advantages of this type of model is that it is used in many applications and plays a crucial role in astrophysics, geophysics, planetary magnetism, engineering and controlled nuclear fusion. It describes the behavior of a fluid conducting electric current in the presence of electromagnetic fields. More precisely, we prove the existence of solution to the problem

$$\begin{cases} -\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \frac{1}{\rho\mu}(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \frac{1}{2\rho\mu}\nabla(|\mathbf{B}|^2) + \frac{1}{\rho}\nabla\pi = \mathbf{f} & \text{in } \Omega, \\ -\lambda\Delta\mathbf{B} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \mathbf{k} & \text{in } \Omega, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 & \text{in } \Omega, \end{cases}$$

with Dirichlet boundary condition for the velocity and Navier type conditions for the magnetic field :

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \operatorname{curl} \mathbf{B} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma,$$

The domain Ω is a bounded open set of \mathbb{R}^3 of class $C^{1,1}$ and possibly non simply-connected. For the mathematical analysis of the problem, we will moreover assume that the magnetic field satisfies the flow conditions through Σ_j :

$$\int_{\Sigma_j} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad 1 \leq j \leq J.$$

Where Σ_j , $1 \leq j \leq J$, denote some cuts such that the open set $\Omega^\circ = \Omega \setminus \bigcup_{j=1}^J \Sigma_j$ is simply-connected.

Our approach is to use the Leray-Schauder fixed point theorem. To obtain the compactness properties of the operator, one main tool is given by some estimates for weak vector potentials corresponding to vector fields belonging to some negative Sobolev spaces.

We also investigate the regularity of the solution in L^p -theory. More precisely, we will prove the existence of generalized solution in $\mathbf{W}^{1,p}(\Omega)$, for $p \geq 2$ and strong solution in $\mathbf{W}^{2,p}(\Omega)$ for $p \geq \frac{6}{5}$.

Références

- [1] C. AMROUCHE, S. BOUKASSA, Existence and regularity of solution for a model in magnetohydrodynamics, *Nonlinear Analysis*, **190**, 111602, (2020).
- [2] C. AMROUCHE, N. SELOULA, L^p -Theory for vector fields : application to the stokes equations with pressure boundary conditions, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **23**, 37-92, (2013).

Contact : saliha.boukassa@univ-pau.fr

Sparse grid approach to accelerate the Particle-In-Cell method

Fabrice DELUZET, IMT - Toulouse **Gwenaël FUBIANI**, Laplace - Toulouse

Laurent GARRIGUES, Laplace - Toulouse

Clément GUILLET, IMT, LAPLACE - Toulouse **Jacek NARSKI**, IMT - Toulouse

In this presentation, modelisation of kinetic plasmas with Vlasov-Poisson equations will be taken up in the case of the widely spread Particle-In-Cell method. This method consists in a coupling between a particle approach for the Vlasov equation and a mesh based method for the computation of the self-consistent field using Poisson's equation. Including simplicity, ease of parallelization and robustness, Particle-In-Cell schemes still contain a main drawback with the statistical error associated to the particle noise, depending on the average number of particle per cell and leading to a complexity that grows exponentially with the dimension. Though the idea of sparse grids has been studied extensively in applied mathematics for years, Particle-In-Cell's application of the method is only at its beginnings. The use of sparse grids in the Particle-In-Cell method, through the so-called combination technique where a function is approximated on different coarser grids, allows to reduce the particle noise, thanks to the larger cells of the grids, and thus reduces the high run times of simulation.

The idea of the presentation is to first introduce the sparse grids in the context of Particle-In-Cell and explicit the method ; then discuss some convergence and conservativity properties of the scheme ; propose a few alternatives in order to reduce the error introduced by either the particles or the grid. Eventually a comparison between the different methods with some classical test cases of plasma physics will be provided.

Contact : clement.guillet@math.univ-toulouse.fr

Simulations multi-fluides d'instabilités et de gaines au sein de plasmas froids magnétisés: méthodes numériques avancées et comparaisons avec les méthodes PIC

Louis REBOUL, CMAP, Ecole polytechnique - Paris
Alejandro ALVAREZ-LAGUNA, LPP, Ecole polytechnique - Paris
Thierry MAGIN, von Karman Institut - Rhodé-Saint-Genèse
Anne BOURDON, LPP, Ecole polytechnique - Paris
Marc MASSOT, CMAP, Ecole polytechnique - Paris

Les modèles multi-fluides pour les plasmas permettent de prendre en compte l'ensemble du spectre des échelles des différentes espèces présentes au sein du plasma tout en étant moins coûteuses que les méthodes cinétiques. Dans cette contribution, nous étudions l'adéquation de méthodes de type volume finis appliquées à des modèles multi-fluides électrostatiques afin de simuler l'apparition et le développement d'instabilités dans les plasmas froids magnétisés à basse pression en présence de gaines. Dans le but de reproduire les gaines, nous considérons des décharges de plasmas contenant des protons ou des ions hélium en 2D en utilisant un modèle bifluide (électrons et ions) couplant les équations d'Euler isothermes aux équations de Poisson, dont il a été prouvé récemment qu'il permet de capturer correctement la physique du problème [3]. La structure des gaines dans le cas non magnétisé ainsi que l'apparition d'instabilités dans le cas magnétisé sont comparées avec les simulations PIC [1] dans le but d'évaluer le potentiel de l'approche proposées. En particulier, nous montrons que la qualité de la méthode employée a un impact direct sur le développement ou non d'instabilités au sein du plasma, en particulier nous étudierons l'utilité de corrections dites bas-Mach dans la limitation de la diffusion numérique pour les régimes basse-vitesse. Le couplage entre les instabilités observées et les gaines sera également comparé à des simulations fluides qui n'incluent pas l'interaction du plasma avec les parois du domaines [2]. L'objectif de notre travail est de démontrer dans quelle mesure les modèles fluides associés à des méthodes numériques adaptées ont un potentiel important pour la modélisation et la simulation de plasmas ayant des applications dans la propulsion électrique [5]. Nous travaillons également au développement de méthodes dites *asymptotic preserving* adaptées aux échelles de notre cadre d'étude [4, 6].

Références

- [1] Lucken, R. Theory and Simulation of Low Pressure Plasma Transport Phenomena, Application to the PEGASES thruster. *PhD*, 2019, École doctorale n°572 Ondes et Matière (EDOM)
- [2] Sadouni, S. Fluid modeling of transport and instabilities in magnetized low-temperature plasma sources *PhD*, 2020, École doctorale GEED
- [3] Alvarez Laguna A., Magin T., Massot M., Bourdon A., Chabert P., 2020 *Plasma Sources Sci. Technol.* **29** 025003.
- [4] Alvarez Laguna, A. and Pichard, T. and Magin, T. and Chabert, P. and Bourdon, A. and Massot, M., 2020 *J. Comput. Phys.* **419** 109634
- [5] Reboul L., Alvarez-Laguna A., Magin T., Bourdon A., Massot M., 2021, *Physics of Plasmas*, submitted
- [6] Reboul L., Alvarez-Laguna A., Pichard T., Massot M., 2021, In preparation.

Contact : louis.reboul@polytechnique.edu

Propagation of moments for the magnetized Vlasov-Poisson system

Alexandre REGE, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

The Vlasov-Poisson system is a set of PDE's that govern the evolution of a cloud of particles in astrophysics or plasma physics. Firstly, by adapting the work of Lions, Perthame [2], we will detail how we proved propagation of velocity moments for the 3-dimensional Vlasov-Poisson system with an added uniform magnetic field $B = (0, 0, \omega)$ [5].

The added magnetic field produces singularities at times which are the multiples of the cyclotron period $t = \frac{2\pi}{k}$. This is the main difficulty, and we get around it by noticing that our estimates depend only on the initial condition and constant parameters, which means our logarithmic estimate for the force field is true at all time. This result also allows to show propagation of regularity for the solution. Secondly, in the non-constant case, we change our point of view and rely this time on a "Lagrangian" approach first introduced by Pfaffelmoser [4] to show the existence of classical solutions to Vlasov-Poisson, which translates to studying the characteristics in detail instead of looking at moments. More precisely, we use the optimal result of Pallard [3] to extend the propagation of velocity moments to the case of non-constant magnetic field.

Finally, we investigate the propagation of space moments first studied by Castella [1] to deal with solutions to Vlasov-Poisson with infinite kinetic energy.

- [1] F. Castella. *Propagation of space moments in the Vlasov-Poisson equation and further results*. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, **16**, 503–533, 1999.
- [2] P. L. Lions, B. Perthame. *Propagation of moments and regularity for the 3-dimensional Vlasov-Poisson system*. Invent. Math., **105**, 415–430, 1991.
- [3] C. Pallard. *Moment propagation for weak solutions to the Vlasov-Poisson system*. Comm. Partial Differential Equations, **37**, 1273–1285, 2012.
- [4] K. Pfaffelmoser. *Global classical solutions of the Vlasov-Poisson system in three dimensions for general initial data*. J. Differential Equations, **95**, 281–303, 1992.
- [5] A. Rege. *The Vlasov-Poisson system with a uniform magnetic field : propagation of moments and regularity*. to appear in SIAM J. Math. Anal.

Contact : alexandre.rege@sorbonne-universite.fr

Stratégies d'immunisation ciblée

Jean-François DELMAS, École des Ponts - Champs-sur-Marne
Pierre-André ZITT, Université Gustave Eiffel - Champs-sur-Marne

Dylan DRONNIER, École des Ponts - Champs-sur-Marne

Dans une population homogène, le nombre de reproduction de base, noté R_0 , est défini comme le nombre moyen de cas directement générés par une personne contagieuse quand tous les autres individus sont sains et non immunisés. Ce nombre joue un rôle fondamental en épidémiologie puisqu'il donne un seuil pour déterminer si l'épidémie va finir par disparaître (cas $R_0 < 1$) ou, au contraire, devenir endémique (cas $R_0 > 1$).

De cette propriété, on déduit que si une proportion $1 - 1/R_0$ de la population est immunisée (par vaccination par exemple) alors on parvient à éradiquer l'infection. Cette dernière quantité est appelée seuil d'immunité de groupe de la population. Elle est souvent prise en compte pour évaluer l'efficacité d'une politique sanitaire (dans la gestion de la COVID-19 par exemple).

Quand les contacts dans la population ne sont plus homogènes, le nombre de reproduction de base est défini comme le nombre de cas directement générés par une personne infectée *typique* quand tous les autres individus sont sains et non immunisés. Le seuil d'immunité collective $1 - 1/R_0$ reste encore valide quand on vaccine la population uniformément. Il est cependant naturel de se demander si l'on ne pourrait pas baisser ce seuil en ciblant certains groupes dans la population.

Dans la première partie de l'exposé, je présenterai un modèle hétérogène type SIS (Susceptible \rightarrow Infecté \rightarrow Susceptible) avec vaccination que nous avons introduit dans [1]. Ce modèle servira de base pour définir les stratégies optimales de vaccination, montrer leur existence et étudier leurs propriétés de stabilité. Cela sera l'objet de la seconde partie de la présentation qui se base sur le preprint [2]. Enfin, je donnerai une série d'exemples où les solutions du problème de vaccination optimale peuvent être exprimées de manière analytique.

[1] J.-F. Delmas, D. Dronnier, P.-A. Zitt. *An infinite-dimensional SIS model*, 2020. Arxiv 2006.08241.

[2] J.-F. Delmas, D. Dronnier, P.-A. Zitt. *Targeted vaccination strategies for an infinite-dimensional SIS model*, 2021. Arxiv 2103.10330.

Contact : dylan.dronnier@enpc.fr

La technique des insectes stériles utilisée comme barrière contre réinfestation

Jorge ESTRADA, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications - Paris

Luis ALMEIDA, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Nicolas VAUCHELET, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications - Paris

Jorge ESTRADA, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications - Paris

Due to the number of diseases that they transmit, mosquito is considered as one of the most dangerous animal species for humans. The Sterile Insect Technique (SIT) is a classic vector control method that has been successfully applied to control diverse insect plagues since the 1950s. In recent years, several countries have utilized the SIT to control mosquito populations, in order to limit the spread of the diseases they transmit. The classical SIT consists in the release of a large number of males sterilized by ionizing radiation, which results in a progressive reduction of the total population.

Based on the ODE model in [?], we present a PDE model that represents the release of sterile mosquito males in a limited area inside a wider area containing a natural mosquito population. We are interested in controlling the population inside the release region, and blocking the reinvasion of mosquitoes from the exterior. We adapt the geometric method in [?] and extend their main result, to find relations on the size of the release region and the density of the released sterile males that allow us to fulfill this. We perform numerical simulations for the spatial models to observe the presence of wave-blocking for a large enough release of sterile males. We also simulate several mosquito release strategies for the ODE model.

Contact : estrada@math.univ-paris13.fr

Analysis of two "Rolling carpet" strategies to eradicate an invasive species

Luis ALMEIDA, LJLL - Sorbonne Université - Paris

Alexis LÉCULIER, LJLL - Sorbonne Université - Paris

Nicolas VAUCHELET, LAGA - Université Sorbonne Paris Nord - Paris

In order to prevent the propagation of human diseases transmitted by mosquitoes (such as dengue or zika), one possible solution is to *act* directly on the mosquito population. In this talk, we consider an invasive species (the mosquitoes) and we study two strategies to eradicate the population. The dynamics of the population is modeled through a bistable reaction diffusion equation in an one-dimensional setting and both strategies are based on the same idea : we *act* on a moving interval. The *action* of the first strategy is to kill as many individuals as we can in this moving interval. The *action* of the second strategy is to release sterile males in this moving interval. For both strategies, we manage to generate traveling waves that propagate in the opposite direction than the natural invasive traveling wave, thus we succeed in eradicating the invasive species. Furthermore, for the first strategy, we fully characterize the minimal size of the interval where it is necessary to kill the individuals in order to insure the extinction of the population. All the results are illustrated by numerical simulations. This talk is based on a forthcoming paper.

Contact : leculier@ljl11.math.upmc.fr

An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks

Nicolas TORRES, LJLL - Paris

Maria J. CACERES, Universidad de Granada - Granada

Benoît PERTHAME, LJLL - Paris

Delphine SALORT, LCQB - Paris

The elapsed time model has been widely studied in the context of mathematical neuroscience with many open questions left. The model consists of an age-structured equation that describes the dynamics of interacting neurons structured by the elapsed time since their last discharge. Our interest lies in highly connected networks leading to strong nonlinearities where perturbation methods do not apply. To deal with this problem, we choose a particular case which can be reduced to delay equations. We present a general convergence result to a stationary state in the inhibitory and the weakly excitatory cases. Moreover, we show the existence of particular periodic solutions with jump discontinuities in the strongly excitatory case. Finally, we present some numerical simulations which illustrate various behaviors, which are consistent with the theoretical results.

Références

- [1] M. Caceres, B. Perthame, D. Salort, N. Torres. *An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks*, 2021.
- [2] J. A. Cañizo, H. Yoldaş. *Asymptotic behaviour of neuron population models structured by elapsed-time*. *Nonlinearity*, **32(2)**, 464, 2019.
- [3] K. Pakdaman, B. Perthame, D. Salort. *Relaxation and self-sustained oscillations in the time elapsed neuron network model*. *SIAM J. Appl. Math.*, **73(3)**, 1260–1279, 2013.

- [1] M. Caceres, B. Perthame, D. Salort, N. Torres. *An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks*, 2021.
- [2] J. A. Cañizo, H. Yoldaş. *Asymptotic behaviour of neuron population models structured by elapsed-time*. *Nonlinearity*, **32(2)**, 464, 2019.
- [3] K. Pakdaman, B. Perthame, D. Salort. *Relaxation and self-sustained oscillations in the time elapsed neuron network model*. *SIAM J. Appl. Math.*, **73(3)**, 1260–1279, 2013.

Contact : torres@ljll.math.upmc.fr

Influence of sampling on the convergence rates of greedy algorithms for parameter-dependent random variables

Mohamed Raed BLEL, CERMICS - Paris

Virginie EHLACHER, CERMICS - Paris Tony LELIÈVRE, CERMICS - Paris

In this talk we will present a mathematical study [4] of the algorithm proposed in [3] where the authors proposed a variance reduction technique for the computation of parameter-dependent expectations using a reduced basis paradigm. A study of the effect of Monte-Carlo sampling on the theoretical properties of greedy algorithms is given. In particular, using some concentration inequalities for the empirical measure in Wasserstein distance proved in [1], sufficient conditions are proved on the number of samples used for the computation of empirical variances at each iteration of the greedy procedure to guarantee that the resulting method algorithm is a weak greedy [2] algorithm with high probability. These theoretical results are not fully practical and therefore an heuristic procedure is proposed to choose the number of Monte-Carlo samples at each iteration, inspired by this theoretical study, which provides satisfactory results on several numerical test cases. Let us give some more details :

Let $p, d \in \mathbb{N}^*$, $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ a probability space, Z a \mathbb{R}^d -valued random vector with probability law ν , $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^p$ a set of parameter values. For all $\mu \in \mathcal{P}$, let $f_\mu : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ a real-valued function such that $f_\mu \in L_\nu^2(\mathbb{R}^d)$.

Goal : For all $\mu \in \mathcal{P}$, quickly compute $\mathbb{E}(f_\mu(Z))$.

A control variate using a "Reduced Basis" paradigm : Let $M_{\text{large}}, M_{\text{small}} \in \mathbb{N}^*$ such that $M_{\text{large}} \gg M_{\text{small}}$. Let $(Z_k^{M_{\text{large}}})_{1 \leq k \leq M_{\text{large}}}$ and $(Z_k^{M_{\text{small}}})_{1 \leq k \leq M_{\text{small}}}$ be iid random vectors with law ν . Assume that we have selected N values of parameters $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N) \in \mathcal{P}^N$ (with N small), and that, in an offline stage, the quantities $(\mathbb{E}_{M_{\text{large}}}(f_{\mu_i}) := \frac{1}{M_{\text{large}}} \sum_{k=1}^{M_{\text{large}}} f_{\mu_i}(Z_k^{M_{\text{large}}}))_{1 \leq i \leq N}$ have been precomputed. For all $\mu \in \mathcal{P}$, we can build an estimator of $\mathbb{E}(f_\mu(Z))$ using a control variate $\bar{f}_\mu(Z)$, for some function $\bar{f}_\mu : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ such that :

$$\mathbb{E}(f_\mu(Z)) \approx \mathbb{E}_{M_{\text{large}}}(\bar{f}_\mu) + \mathbb{E}_{M_{\text{small}}}(f_\mu - \bar{f}_\mu)$$

The control variate function \bar{f}_μ is constructed as "the projection" of f_μ on the vector space $\{f_{\mu_1}, \dots, f_{\mu_N}\}$. Then, the online estimation of $\mathbb{E}(f_\mu(Z))$ can be done in a complexity of order N . The objective of this work is to analyze a greedy procedure to select the parameters μ_i , and to show that the selected parameters are close, in some sense, to the best possible set of parameters, with high probability.

- [1] N.Fournier A.Guillin. On the rate of convergence in wasserstein distance of the empirical measure. *Probability Theory and Related Fields*, 162(3-4) :707–738, 2015.
- [2] P. Binev, A. Cohen, W. Dahmen, R. DeVore, G. Petrova, and P. Wojtaszczyk. Convergence rates for greedy algorithms in reduced basis methods. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 43(3) :1457–1472, 2011.
- [3] S.Boyaval T.Lelièvre. A variance reduction method for parametrized stochastic differential equations using the reduced basis paradigm. *Communications in Mathematical Sciences*, 8(3) :735–762, 2010.
- [4] M.R.Blel V.Ehrlacher, T.Lelièvre. Influence of sampling on the convergence rates of greedy algorithms for parameter-dependent random variables. *In preparation to submission*, 2021.

Contact : mohamed-raed.blel@enpc.fr

Approche bayésienne pour la restauration d'images utilisant des a-prioris Plug & Play: quand Langevin rencontre Tweedie

Valentin DE BORTOLI, Department of Statistics University of Oxford - Oxford, United Kingdom
Andrés ALMANSA, Laboratoire de Mathématiques Appliquées à Paris 5, (MAP5) - Paris
Julie DELON, MAP5 - Paris **Alain DURMUS**, Centre Borelli - Gif-Sur-Yvette
Marcelo PEREYRA, Maxwell Institute, Heriot-Watt University - Edinburgh, United Kingdom
Rémi LAUMONT, MAP5 - Paris

Depuis les travaux de Venkatakrishnan et al. [2] en 2013, les méthodes *Plug & Play* (PnP) sont souvent appliquées pour la restauration d'image dans un contexte Bayésien. Ces méthodes visent à calculer les estimateurs Minimum Mean Square Error (MMSE) ou Maximum A Posteriori (MAP) pour des problèmes inverses en imagerie en combinant une vraisemblance explicite et un a-priori implicite défini par un algorithme de débruitage. Dans la littérature, les méthodes PnP diffèrent principalement par le schéma itératif utilisé que cela soit pour l'échantillonnage ou l'optimisation. Dans le cas des algorithmes d'optimisation, des travaux récents garantissent la convergence vers un point fixe d'un certain opérateur, point fixe qui n'est pas nécessairement le MAP. Dans le cas des algorithmes d'échantillonnage de la littérature, à notre connaissance, il n'existe pas de preuves de convergence. Par ailleurs, il reste d'importantes questions ouvertes portant sur la bonne définition des modèles Bayésiens sous-jacents ou encore des estimateurs calculés, ainsi que leurs propriétés de régularité, nécessaires pour assurer la stabilité du schéma numérique. L'un des algorithmes que nous présentons, PnP-ULA (Plug & Play Unadjusted Langevin Algorithm) a été développé afin de répondre à ces questions. Cet algorithme permet d'échantillonner l'a-posteriori. Exploitant des résultats récents de convergence sur les chaînes de Markov, nous donnons des conditions de convergence pour cet algorithme sous des hypothèses réalistes notamment concernant l'opérateur de débruitage. Enfin, nous montrons l'efficacité de notre méthode sur des problèmes inverses classiques d'imagerie tels que le défloutage, l'interpolation ou le débruitage. En outre, nous fournissons une première étude d'incertitude. La référence de l'article relatif à cette présentation est [1].

- [1] R. Laumont, V. de Bortoli, A. Almansa, J. Delon, A. Durmus, M. Pereyra. *Bayesian imaging using Plug & Play priors : when Langevin meets Tweedie*. <https://arxiv.org/pdf/2103.04715.pdf>, 2021.
- [2] S. V. Venkatakrishnan, C. A. Bouman, B. Wohlberg. *Plug-and-play priors for model based reconstruction*. In *2013 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing*, pp. 945–948. IEEE, 2013. doi :10.1109/GlobalSIP.2013.6737048.

Contact : remi.laumont@parisdescartes.fr

Approximation du flot de courbure moyenne avec auto-évitement

Elie BRETIN, Institut Camille Jordan - Villeurbanne
Chih-Kang HUANG, Institut Camille Jordan - Villeurbanne
Simon MASNOU, Institut Camille Jordan - Villeurbanne

Ce travail a pour point de départ l'observation suivante : il existe une approximation par la méthode de champ de phase du flot de Willmore qui semble empêcher, au moins numériquement, l'apparition d'auto-intersections. Rappelons que la méthode de champ de phase consiste à approcher l'énergie singulière de fonctions singulières par des énergies régulières de fonctions régulières.

Dans un travail en collaboration avec Elie Bretin (INSA de Lyon) et Simon Masnou (Université Claude Bernard Lyon 1), nous nous sommes intéressés au "principe actif" de cette approximation prohibant les auto-intersections. On peut en déduire un terme simple qui, ajouté au flot approché de courbure moyenne, agit comme un obstacle dynamique qui permet l'auto-évitement.

Je décrirai quelques propriétés théoriques de ce terme et un schéma numérique d'approximation du flot avec auto-évitement, et je présenterai son utilisation pour l'approximation de solutions des problèmes de Steiner et de Plateau.

Contact : huang@math.univ-lyon1.fr

Méthodes de champs de phase pour le mouvement par diffusion de surface avec application au mouillage.

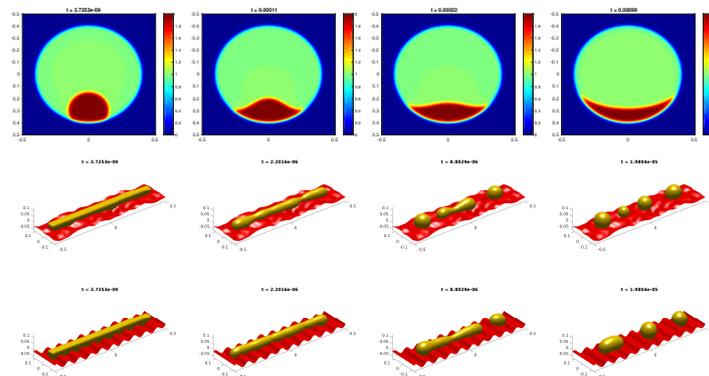
Arnaud SENGERS, Insa Lyon - Villeurbanne
Simon MASNOU, ICJ - Villeurbanne **Elie BRETIN**, Insa Lyon - Villeurbanne
Garry TERII, ICJ - Villeurbanne **Roland DENIS**, ICJ - Villeurbanne

Dans cet exposé on s'intéressera à la simulation numérique du mouvement par diffusion de surface avec une méthode champs de phase avec en vue une application au phénomène de mouillage.

Le mouvement par diffusion de surface est un déplacement géométrique d'interface caractérisé par sa vitesse normale égale à l'opérateur de Laplace-Beltrami de la courbure moyenne. On se place dans le cadre des méthodes champs de phase, où l'interface est décrite implicitement comme la ligne de niveau zéro d'une fonction auxiliaire. Couplé à un potentiel double puit régulier, cette fonction a un profil en tangente hyperbolique et une interface diffuse d'épaisseur ϵ .

Historiquement, le mouvement par diffusion de surface est approché par le flot de gradient H^{-1} de l'énergie de Cahn-Hilliard, donné par l'équation de Cahn-Hilliard. Cependant, dans le cadre d'un potentiel double puit régulier, il est nécessaire d'introduire un terme de mobilité d'ordre suffisamment élevé dans le système afin d'obtenir le bon flot limite [2].

Le modèle ainsi obtenu possède un défaut bien connu. La fonction de profil présente des oscillations lorsqu'elle atteint les extrema, 0 et 1 dans notre cas. Nous proposons un nouveau modèle variationnel intégrant un nouveau terme dans la métrique du flot de gradient, voir [1], pour améliorer ce problème. Il est possible d'étendre ce nouveau modèle au cas multiphase avec des tensions de surface additives et des mobilités de surfaces harmoniquement additives. Nous illustrons les qualités du modèle s'étendant à ce cas et l'appliquons au cas du mouillage en dimension 2 et 3 sur des supports variés.



- [1] E. Bretin, S. Masnou, A. Sengers, G. Terii. *Approximation of surface diffusion flow : a second order variational cahn-hilliard model with degenerate mobilities*. arXiv preprint arXiv :2007.03793, 2020.
- [2] A. A. Lee, A. Munch, E. Suli. *Sharp-interface limits of the cahn-hilliard equation with degenerate mobility*. SIAM Journal on Applied Mathematics, **76(2)**, 433–456, 2016.

Contact : arnaud.sengers@insa-lyon.fr

Mouvement par courbure moyenne et apprentissage par réseaux de neurones

Garry TERII, Institut Camille Jordan (ICJ) - Lyon

Dans cet exposé on s'intéressera à une nouvelle façon d'aborder le mouvement par courbure moyenne en utilisant les outils de l'apprentissage profond.

Le mouvement par courbure moyenne est un flot géométrique qui a été largement étudié théoriquement mais aussi numériquement [2, 1, 3]. Pour un domaine à bord régulier, le flot par courbure moyenne associé est le flot de gradient L^2 du périmètre. Ce qui rend le problème « fortement singulier » et son implémentation par des techniques directes de discrétisation est alors très difficile.

La modélisation d'un tel flot d'interfaces peut néanmoins se faire de manière très efficace grâce à la méthode champ de phase [2] qui repose sur une description implicite de l'interface. Elle consiste à introduire un paramètre d'échelle ε puis à décrire l'évolution d'une interface diffuse d'épaisseur de l'ordre de ε . Du point de vue variationnel, cela consiste à approcher le flot de gradient L^2 du périmètre par le flot de gradient L^2 de l'énergie de Cahn-Hilliard qui est donné par l'équation d'Allen-Cahn. On remplace ainsi notre problème « fortement singulier » par un problème plus régulier et plus simple à mettre en œuvre numériquement. Nous approchons pour cela le flot associé à l'équation d'Allen-Cahn en utilisant une méthode de splitting en temps, en combinant une convolution par un noyau de la chaleur et l'action d'un opérateur de réaction.

Bien que très performante, la méthode champ de phase a tout de même ses limites du fait du choix de la discrétisation et de la consistance en ε . Pour s'affranchir de ces limitations, nous utilisons une approche par les réseaux de neurones [4] et proposons des flots discrets permettant d'approcher le flot par courbure moyenne avec une meilleure précision. On s'inspire pour cela de la méthode de splitting précédente qui alterne l'action d'un opérateur de diffusion et un opérateur de réaction. Du point de vue des réseaux de neurones, cela revient à construire un réseau à deux couches cachées : une couche de convolution puis une fonction d'activation (qui est en fait un perceptron multicouche et dont les paramètres sont à apprendre). C'est ce que nous appelons un « réseau de splitting », brique de base à partir de laquelle on peut élaborer des réseaux plus généraux.

Les différentes expériences numériques faites avec ces réseaux nous font penser qu'un réseau de splitting permet de gagner en consistance et en stabilité par rapport aux schémas classiques. Elles mettent aussi en évidence des structures typiques pour approcher le flot par courbure moyenne. Ces expériences montrent également que cette approche peut être utilisée pour d'autres mouvements d'interfaces comme par exemple le flot par courbure moyenne anisotrope.

Dans cet exposé, je présenterai la méthode champ de phase appliquée au mouvement par courbure moyenne puis la construction avec la bibliothèque Pytorch des réseaux de splitting que nous proposons. Si le temps le permet, je présenterai d'autres applications de ce type de réseaux.

- [1] L. Ambrosio. *Geometric evolution problems, distance function and viscosity solutions*. In *Calculus of variations and partial differential equations*, pp. 5–93. Springer, 2000.
- [2] E. Bretin. *Mouvements par courbure moyenne et méthode de champs de phase*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2009.
- [3] Q. Du, X. Feng. *The phase field method for geometric moving interfaces and their numerical approximations*. *Handbook of Numerical Analysis*, **21**, 425–508, 2020.
- [4] I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, Y. Bengio. *Deep learning*, vol. 1. MIT press Cambridge, 2016.

Contact : terii@math.univ-lyon1.fr

Bilevel optimisation in energy transition: the example of Demand-Side Management and Industrial eco-park

Didier AUSSEL, Laboratoire PROMES, UPRS CNRS 8521, Université de Perpignan - Perpignan

Multi-Leader-Follower games (MLFG) are complex bilevel optimisation problems in which the upper level problem or the lower level problem (or even both problems) is a Nash game. A lot of theoretical and computational progresses have been done in the analysis of these difficult problems. Our aim in this talk is to present some of our recent works in which applications of MLFG in the domain of energy transition are studied. We will consider in particular the case of Industrial Eco-parks and Demand-Side Management in electricity markets.

Associated papers are [6, 1, 7, 5] but also [4, 3, 2]

- [1] D. Aussel, L. Brotcorne, S. Lepaul, L. von Niederhäusern. *A trilevel model for best response in energy demand-side management*. European J. Oper. Res., **281(2)**, 299–315, 2020. doi : 10.1016/j.ejor.2019.03.005.
- [2] D. Aussel, A. Svensson. *Some remarks about existence of equilibria, and the validity of the EPCC reformulation for multi-leader-follower games*. J. Nonlinear Convex Anal., **19(7)**, 1141–1162, 2018.
- [3] D. Aussel, A. Svensson. *Is pessimistic bilevel programming a special case of a mathematical program with complementarity constraints ?* J. Optim. Theory Appl., **181(2)**, 504–520, 2019. doi : 10.1007/s10957-018-01467-7.
- [4] D. Aussel, A. Svensson. *Towards tractable constraint qualifications for parametric optimisation problems and applications to generalised Nash games*. J. Optim. Theory Appl., **182(1)**, 404–416, 2019. doi :10.1007/s10957-019-01529-4.
- [5] D. Aussel, A. Svensson. *A Short State of the Art on Multi-Leader-Follower Games*. In S. Dempe, A. Zemkoho, eds., *Bilevel Optimization : Advances and Next Challenges*, Springer Optimization and Its Applications, pp. 53–76. Springer International Publishing, Cham, 2020.
- [6] M. A. Ramos, M. Boix, D. Aussel, L. Montastruc, S. Domenech. *Water integration in eco-industrial parks using a multi-leader-follower approach*. Computers & Chemical Engineering, **87**, 190–207, 2016. doi :10.1016/j.compchemeng.2016.01.005.
- [7] D. Salas, K. C. Van, D. Aussel, L. Montastruc. *Optimal design of exchange networks with blind inputs and its application to eco-industrial parks*. Computers & Chemical Engineering, **143**, 107053, 2020. doi :<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107053>.

Contact : aussel@univ-perp.fr

Multi-Leader-Follower game approach for a two period game

Didier AUSSEL, Laboratory PROMES, University of Perpignan - Perpignan, France

Thanh Cong LAI NGUYEN, Laboratory PROMES, University of Perpignan - Perpignan, France

Rossana RICCARDI, Università degli study de Brescia - Brescia, Italy

Abstract. A multi-leader-follower game (MLFG) corresponds to a combination of a bilevel game with a Nash equilibrium problem. The two classical types of this game are single-leader-multi-follower game (SLMF) and multi-leader-single-follower game (MLSF). We address a situation of a new player joining an existing generalized Nash equilibrium problem (GNEP) between n players and who wants to decide about the kind of the interaction he wants to have with those n players : SLMF, MLSF or GNEP. In this article, we introduce a concept of decision making allowing him to maximize his payoff without solving the problem. This work is an extension of the symmetric duopoly game proposed by B. Stengel in [1].

Références

- [1] Bernhard von Stengel. Follower payoffs in symmetric duopoly games. *Games Econom. Behav.*, 69(2) :512–516, 2010.

Discrete and Potential mean field games

Frédéric BONNANS, CMAP, Inria, Ecole Polytechnique, IPP - Palaiseau
Pierre LAVIGNE, CMAP, Inria, Ecole Polytechnique, IPP - Palaiseau
Laurent PFEIFFER, CMAP, Inria, Ecole Polytechnique, IPP - Palaiseau

Framework : In this work we study the class of discrete and potential mean field games. By discrete we mean discrete time and finite state space. The class of mean field games problems was introduced by J.-M. Lasry and P.-L. Lions in [4] and M. Huang, R. Malhamé, and P. Caines to study interactions among a large population of players. Our contribution is motivated by the study of a discrete model in itself but also by numerical aspects related to the discretization of mean field games problems. In contrast discrete time and finite state space mean field games have been poorly investigated. In a seminal work, D. Gomes, J. Mohr and R. R. Souza [2] study the existence and convergence to a Nash equilibrium via a fixed point approach. Economic models "à la Cournot", considering interactions between the agents via a price variable, have recently received particular attention [1]. Potential or variational mean field games is a class of games whose mean field game system can be interpreted as a first order condition of a control problem. The first formulation of this variational problem was given in [5]. It has been widely studied in the case of interactions through the state but up to our knowledge there are only two references available concerning interactions through the control [1, 3]. In this setting propositions have been made to study models with density constraints (also called hard constraints).

Main contributions : We propose a potential and discrete framework which was not consider before. There are very few results about discrete mean field games and up to our knowledge it is the first contribution about potential and discrete mean field games considering local coupling through the state or non-local coupling through the controls. In addition we take into account domain constraints on the congestion and price potentials. Up to our knowledge it is also the first contribution about hard constraints on prices which is of particular interest for the electricity market for example. Indeed in those markets the demand has to stay under a certain level otherwise black-out appears. We are able to show that from any primal and dual solutions to the primal and dual problem one can construct a solution to the mean field game system. Finally the last contribution of this work is to present numerical results. We adapt ADMM and ADM-G to our framework. We also study two Chambolle-Pock algorithms : we consider an euclidean setting and an entropic setting. Two problems are under study. A first mean field game problem with local coupling through the state and a second mean field game with non-local coupling through the control ("Cournot" mean field game in our case). Up to our knowledge this contribution is the first one about potential "Cournot" mean field games.

- [1] J. F. Bonnans, S. Hadikhanloo, L. Pfeiffer. *Schauder estimates for a class of potential mean field games of controls*. Applied Mathematics & Optimization, pp. 1–34, 2019.
- [2] D. A. Gomes, J. Mohr, R. R. Souza. *Discrete time, finite state space mean field games*. Journal de mathématiques pures et appliquées, **93(3)**, 308–328, 2010.
- [3] P. J. Graber, C. Mouzouni. *Variational mean field games for market competition*. In *PDE models for multi-agent phenomena*, pp. 93–114. Springer, 2018.
- [4] J.-M. Lasry, P.-L. Lions. *Jeux à champ moyen. i–le cas stationnaire*. Comptes Rendus Mathématique, **343(9)**, 619–625, 2006.
- [5] J.-M. Lasry, P.-L. Lions. *Jeux à champ moyen. ii–horizon fini et contrôle optimal*. Comptes Rendus Mathématique, **343(10)**, 679–684, 2006.

Contact : pierre.lavigne@inria.fr

Optimisation à court-terme de la production hydroélectrique du Rhône en univers probabiliste

Astrig BENEFIGE, Compagnie Nationale du Rhône - Lyon
Guillaume BONTRON, Compagnie Nationale du Rhône - Lyon
Céline HELBERT, Institut Camille Jordan - Lyon
Antoine FIGUET, Compagnie Nationale du Rhône - Lyon
Grégory VIAL, Institut Camille Jordan - Lyon

L'exposé s'inscrit dans le contexte opérationnel de la Compagnie Nationale du Rhône (CNR), le producteur d'électricité qui exploite les 18 aménagements hydroélectriques au fil de l'eau en cascade le long du Rhône. La flexibilité de production de chaque aménagement hydroélectrique est petite par rapport au débit journalier mais suffisante pour considérer l'optimisation économique à court-terme de toute la cascade au marché *day-ahead*, i.e. en vendant la production un jour en avance. Comme les aménagements s'influencent mutuellement via la propagation de l'eau, le défi est de synchroniser la production de chaque aménagement pour que la production totale de la cascade soit en phase avec les prix de l'électricité afin de maximiser le chiffre d'affaires. Ce problème, qui se modélise par un problème d'optimisation linéaire mixte, peut s'avérer très sensible aux erreurs de prévision conduisant à une mauvaise anticipation du chiffre d'affaires.

C'est pourquoi, dans cet exposé, nous ajoutons le défi supplémentaire de tenir compte des incertitudes sur la situation météorologique (apports en eau des affluents) et des conditions du marché de l'électricité (prix de l'électricité) dans l'optimisation à court-terme de la production du Rhône.

Les incertitudes sont décrites à l'aide d'un échantillon de scénarios obtenu à partir de prévisions d'ensemble qui respectent les corrélations spatio-temporelles. Nous avons choisi d'écrire le problème sous la forme d'un problème d'optimisation stochastique à deux niveaux mixtes. Le premier niveau est associé à la décision des prochaines ventes au marché *day-ahead*. Le second niveau, appelé le recours, est associé à la prochaine actualisation possible du programme de production compte-tenu du scénario qui peut se réaliser. Le recours permet alors de pénaliser les solutions qui se comportent mal face aux incertitudes et à favoriser celles qui se comportent le mieux.

Cette formulation mathématique souffre néanmoins de sa complexité en temps de calcul, ce qui la rend peu exploitable en opérationnel. Pour remédier à ces limites, nous proposons une méthodologie par réduction des scénarios combinée avec une méthode d'approximations successives du recours via métamodèle ou avec un algorithme par décomposition. La réduction des scénarios consiste à supprimer un grand nombre de scénarios et à redistribuer les probabilités entre les quelques scénarios conservés tout en assurant une bonne estimation de l'espérance et une bonne stabilité du problème d'optimisation. Cela nécessite de définir une distance entre les scénarios et un critère sur le choix du nombre de scénarios conservés. La méthode d'approximation consiste à remplacer le recours par un métamodèle dont le calibrage est effectué à chaque nouvelle situation. Les mauvaises propriétés mathématiques du recours rendent le calibrage du métamodèle difficile. Les algorithmes de décomposition nécessitent une relaxation des variables entières du recours et constituent une piste de recherche.

Contact : a.piguet@cnr.tm.fr

Analyse d'un modèle de type Saint-Venant à deux vitesses

Nelly BOULOS AL MAKARY, LAGA - Villetaneuse

Nina AGUILLON, LJLL - Paris **Emmanuel AUDUSSE**, LAGA - Villetaneuse
Martin PARISOT, CARDAMOM Project-Team, INRIA - Bordeaux-Sud-Ouest

Les équations de Saint Venant modélisent les écoulements à surface libre dits "eaux peu profondes". Ces équations occupent une place primordiale dans les études en hydraulique maritime ou fluviale. Elles sont par exemple utilisées pour la protection de l'environnement, le calcul des marées et des ondes de tempête, le transport des sédiments ou encore l'étude des crues. Quelques références dans la littérature propose une amélioration des équations des eaux peu profondes pour prendre en compte l'aspect vertical de la vitesse horizontale, voir [2, 4].

L'objectif de ce travail est de développer un schéma du modèle à deux vitesses dans le profil vertical basé sur l'analyse du problème de Riemann réalisée dans [1]. Nous recherchons un schéma capable de récupérer exactement toute solution stationnaire sous-critique en 1D sous une topographie arbitraire. Nous analysons dans un premier temps les solutions stationnaires suivant le principe de Bernoulli. Ensuite, nous proposons des solveurs de Riemann dits "well-balanced" suivant la stratégie proposée dans [3]. Enfin, nous validons nos résultats avec des simulations numériques.

Références

- [1] AGUILLON, N., AUDUSSE, E., GODLEWSKI, E., AND PARISOT, M. Analysis of the riemann problem for a shallow water model with two velocities. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 50, 5 (2018), 4861–4888.
- [2] AUDUSSE, E., BRISTEAU, M.-O., PERTHAME, B., AND SAINTE-MARIE, J. A multilayer saint-venant system with mass exchanges for shallow water flows. derivation and numerical validation. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis* 45, 1 (2011), 169–200.
- [3] MICHEL-DANSAC, V., BERTHON, C., CLAIN, S., AND FOUCHER, F. A well-balanced scheme for the shallow-water equations with topography. *Computers & Mathematics with Applications* 72, 3 (2016), 568–593.
- [4] RICHARD, G. L., AND GAVRILYUK, S. L. A new model of roll waves : comparison with brock's experiments. *Journal of Fluid Mechanics* 698 (2012), 374.

Contact : boulosalmakary@math.univ-paris13.fr

Simulation of an Homogeneous Relaxation Model for a three-phase mixture

Jean BUSSAC, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray - Nantes

Multiphase flow studies have a wide range of applications, especially in the nuclear framework, and homogeneous models have been recently considered for that purpose, see for example [2], [4] and references therein.

Here we consider the Homogeneous Relaxation Model (HRM) presented in [3], where all phases share the same velocity and the fluid is out of equilibrium. This model is based on compressible Euler equations on which advection equations on fractions Y are added with source terms.

Firstly, the convective part has already been studied in [3], and has the Euler system structure. We can demonstrate that the system admits a Lax entropy and is hyperbolic.

Secondly, source terms have to be chosen according to the entropy growth. Two types are considered and compared : the classical form $|Y - Y_{eq}|$, where Y_{eq} stands for the equilibrium fractions, and a second one $\nabla_Y \sigma$ presented in [3], with σ the mixture intensive entropy.

The first one has some advantages : exact solving, simple ODE trajectories. However, finding the equilibrium fractions can be really difficult depending of the EOS, and fraction relaxation times are all the same. The second one allows us to use different time scales, and does not need to compute the equilibrium. On the other side, ODE analysis is difficult and its trajectories are much more complex.

For the numerical applications, we mainly use a stiffened gas Equation Of State (EOS), which represents a good compromise between realistic modelisation and complexity. Following [4], we also consider the NASG-CK law for the liquid in some parts of our work.

Using a fractional-step method, we first solve the convective part with Finite Volumes methods (VFRoe-ncv and relaxation schemes), whereas source terms contribution is taken into account solving an ODE.

The first type of source term can be used computing the equilibrium with a non-linear solver, for example a Broyden algorithm, see [4]. Another solution, in the case of three stiffened gas, is to show that the mixture pressure follows a stiffened gas EOS itself, see [1] and the second appendix of [4]. The second type of source term requires an implicit ODE solver and a non-linear solver. Coupling Euler's method with a Broyden algorithm allows us to solve the ODE.

- [1] P. Helluy, O. Hurisse, L. Quibel. *Simulation of a liquid-vapour compressible flow by a lattice boltzmann method*. In *International Conference on Finite Volumes for Complex Applications*, pp. 665–673. Springer, 2020.
- [2] O. Hurisse. *Application of an homogeneous model to simulate the heating of two-phase flows*. *International Journal on Finite Volumes*, **11**, [http–www](http://www.ijfv.com), 2014.
- [3] H. Mathis. *A thermodynamically consistent model of a liquid-vapor fluid with a gas*. *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, **53(1)**, 63–84, 2019.
- [4] L. Quibel. *Simulation of water-vapor two-phase flows with non-condensable gas*. Ph.D. thesis, Université de Strasbourg, 2020.

Contact : jean.bussac@univ-nantes.fr

Innovative numerical schemes for 2D supersonic aerodynamics on hybrid mesh

Agnes CHAN, Université de Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS and CEA Cesta - Le Barp

Gérard GALLICE, Retired fellow from CEA Cesta - Le Barp

Raphael LOUBÈRE, Université de Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS - Bordeaux

Pierre-Henri MAIRE, CEA Cesta - Le Barp

After a break of few decades, certain interest re-emerges for hypersonic aircraft design largely because of the availability of numerical simulations for multi-dimensional aerodynamic flows. The underlying physical model is the Navier-Stokes (N-S) equations describing the conservation laws of mass, momentum and energy of a viscous and heat-conductive compressible fluid. The physical variables of the flow undergo important and complex spatial and temporal variations. Hence, robust and accurate numerical methods are mandatory to capture such flows.

Historical numerical methods rely on finite volume (FV) approaches that naturally capture shocks using approximate Riemann solvers (RS). One common feature of most existing RS is that they were developed from the Eulerian point of view. It is nonetheless possible to adopt a different approach : for instance [2] proposes a general methodology to construct positivity preserving and entropy stable approximate RS for Lagrangian and Eulerian systems of conservation laws relying onto the Lagrange-Euler mapping. This talk presents the development of FV methods to solve the non-viscous and non-conductive part of the N-S equations, i.e. the two-dimensional Euler equations, extending the work presented in [1]. It focuses on unstructured meshes and use the Lagrangian framework as a stepping stone to derive an approximate RS in the Eulerian framework. On the ground of this, direct estimations of ordered wave speeds can be derived naturally, and the solver inherits the positivity-preserving properties of the Lagrangian one following the methodology initially introduced in the pioneering work [2].

Moreover, we propose a second approximate RS that will be referred as **multi-point** solver. It is based on the development of a multidimensional approximation of the numerical fluxes using nodal velocity solvers akin not only to those developed in the context of Lagrangian cell-centered FV schemes [3] but also to those developed recently for Eulerian gas dynamics [4]. We emphasize that the latter work employed an HLLC-like approximate RS for which the wave speeds ordering is not guaranteed. In the present work, the proposed approximate RS cures this flaw. Particular care will be taken once again in the study of positivity preserving property of the numerical method. Several numerical experiments utilizing well known test cases show that the proposed multi-point solver is much less sensitive to the carbuncle instability than classical approximate RS. To further improve accuracy, the scheme is extended to second-order in time and space. Several preliminary numerical studies and simulations will be presented assessing the interest of this novel approach.

- [1] A. Chan, G. Gallice, R. Loubère, P.-H. Maire. *Positivity preserving and entropy consistent approximate Riemann solvers dedicated to the high-order MOOD-based finite volume discretization of Lagrangian and Eulerian gas dynamics*. Computers and Fluids, 2021. Submitted.
- [2] G. Gallice. *Positive and entropy stable Godunov-type schemes for gas dynamics and MHD equations in Lagrangian or Eulerian coordinates*. Numer. Math., **94**(4), 2003.
- [3] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, J. Ovardia. *A cell-centered Lagrangian scheme for two-dimensional compressible flow*. SIAM J. Sci. Computing, **29**, 2007.
- [4] Z. Shen, W. Yan, G. Yuan. *A robust and contact resolving Riemann solver on unstructured mesh, Part I, Euler method*. Journal of Computational Physics, **268**, 2014.

Contact : agnes.chan@u-bordeaux.fr

Un schéma numérique "fully well-balanced" pour les équations de Saint-Venant avec force de Coriolis.

Vivien DESVEAUX, LAMFA, UMR 7352 CNRS UPJV - Amiens
Alice MASSET, LAMFA, UMR 7352 CNRS UPJV - Amiens

Les équations de Saint-Venant, qui modélisent des écoulements en eau peu profonde, ont été bien étudiées au cours des dernières décennies. De nombreux schémas numériques vérifiant la propriété essentielle de préservation des états stationnaires au repos ont été développés. Ce sont des schémas dit "well-balanced". Depuis, des travaux plus récents ont décrit des méthodes permettant de préserver tous les états stationnaires de ce système et pas seulement ceux au repos : on parle de schémas "fully well-balanced".

En ajoutant au système de Saint-Venant la force de Coriolis liée à la rotation de la Terre, on obtient un système qui modélise des phénomènes d'écoulement de fluide à grande échelle comme les ouragans ou les tsunamis. L'ajout de cette force induit de nouveaux états stationnaires qu'il faut également chercher à préserver. L'enjeu est de réussir à construire un schéma numérique "fully well-balanced" pour ce modèle.

Nous décrirons dans une première partie la construction d'un schéma de type Godunov qui satisfait cette propriété. Puis nous verrons dans une seconde partie comment augmenter l'ordre de précision du schéma sans perdre son caractère "fully well-balanced", malgré la complexité des états stationnaires en mouvement. Enfin, quelques résultats numériques viendront illustrer les bonnes propriétés du schéma.

Contact : alice.masset@u-picardie.fr

Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields

Nicolas CLOZEAU, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

In this talk, we study the large scale behavior of elliptic systems with stationary and ergodic random coefficients that have only slowly decaying correlations. To this aim we analyze the so-called corrector equation, a degenerate elliptic equation posed in the probability space. In this work (see [2]), we use a parabolic approach and optimally quantify the time decay of the semigroup. While previous work in this direction was so far restricted to stationary random coefficients a with a finite range of dependence (that is, $a|_{\mathcal{U}}$ and $a|_{\mathcal{V}}$ are independent as soon as $\text{dist}(\mathcal{U}, \mathcal{V}) \geq 1$), see [1, 3], we propose in this contribution an analysis where the coefficient have slowly decaying correlations. As an example, we can treat Gaussian type coefficients (that is, of the form $a = A(g)$ with g Gaussian and A smooth) for which the covariance function decays with an algebraic rate (possibly very slow). The key objects in the analysis are functional inequalities (which can be seen as Poincaré's inequalities in the probability space, in a multi-scale level) which quantify the ergodicity. I will split the discussion in three parts. First, I will present the parabolic problem solved by the semigroup and make clear the relationship with the corrector equation. Then, I will explain how functional inequalities allow us to optimally quantify the time decay of the semigroup and, for this, I will investigate the perturbative regime of small contrast (that is when a is a perturbation of the identity matrix). Finally, I will present some theoretical applications (optimal growth of the correctors, quantitative two-scale expansion) as well as numerical applications in stochastic homogenization.

- [1] S. Armstrong, T. Kuusi, J.-C. Mourrat. *Quantitative stochastic homogenization and large-scale regularity*, vol. 352. Springer, 2019.
- [2] N. Clozeau. *Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields*. arXiv preprint arXiv :2102.07452, 2021.
- [3] A. Gloria, F. Otto. *The corrector in stochastic homogenization : optimal rates, stochastic integrability, and fluctuations*. arXiv preprint arXiv :1510.08290, 2015.

Contact : clozeau@ljl11.math.upmc.fr

Un problème d'homogénéisation périodique en présence de défauts

Rémi GOUDEY, CERMICS, Ecole des Ponts et INRIA Paris - Champs sur Marne

Dans cette communication, je considérerai un problème d'homogénéisation pour l'équation de diffusion $-\operatorname{div}(a(\cdot/\varepsilon)\nabla u^\varepsilon) = f$ où le coefficient a décrit une géométrie périodique perturbée.

Dans un premier temps, les perturbations considérées seront caractérisées par des défauts non localisés mais devenant rares à l'infini. Plus précisément, l'ensemble des coefficients étudiés s'écriront comme la somme d'un coefficient périodique a_{per} et d'une perturbation \tilde{a} se comportant comme des fonctions de $L^2(\mathbb{R}^d)$ au voisinage de points séparés d'une distance exponentiellement croissante lorsqu'on s'éloigne de l'origine.

Dans un cadre fonctionnel adapté au problème, on peut montrer l'existence d'une solution w de l'équation du correcteur $-\operatorname{div}(a(\nabla w + p)) = 0$ posée sur tout l'espace \mathbb{R}^d , dont le gradient partage la même structure "périodique + perturbation rare à l'infini" que le coefficient a . Ce correcteur permet alors d'identifier la limite homogénéisée de la suite u^ε lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$ et d'établir des taux de convergence vers cette limite.

Dans un second temps, je considérerai un cadre de géométrie périodique à l'infini, caractérisé par des propriétés d'intégrabilité des dérivées discrètes du coefficient : $\delta a = (a(\cdot + e_i) - a)_{i \in \{1, \dots, d\}} \in L^r(\mathbb{R}^d)$, où e_i désigne la base canonique de \mathbb{R}^d et $r \in]1, +\infty[$. Sous l'hypothèse $r < d$, il est également possible de montrer l'existence d'un correcteur adapté à ce cadre et d'identifier la limite de la suite u^ε .

Ce travail s'inscrit directement dans la continuité de plusieurs travaux [1, 2, 3] dans lesquels les auteurs ont développé une théorie de l'homogénéisation similaire dans un cadre où la géométrie périodique est perturbée par un défaut localisé \tilde{a} appartenant à un espace $L^r(\mathbb{R}^d)$ pour $r \in]1, +\infty[$.

- [1] X. Blanc, M. Josien, C. Le Bris. *Precised approximations in elliptic homogenization beyond the periodic setting*. Asymptotic Analysis, **116(2)**, 93–137, 2020.
- [2] X. Blanc, C. Le Bris, P.-L. Lions. *A possible homogenization approach for the numerical simulation of periodic microstructures with defects*. Milan Journal of Mathematics, **80(2)**, 351–367, 2012.
- [3] X. Blanc, C. Le Bris, P.-L. Lions. *On correctors for linear elliptic homogenization in the presence of local defects*. Communications in Partial Differential Equations, **43(6)**, 965–997, 2018.
- [4] R. Goudey. *A periodic homogenization problem with defects rare at infinity*. preprint, thèse en préparation.

Contact : remi.goudey@enpc.fr

Une approche par point fixe pour les formules de Clausius-Mossotti

Jules PERTINAND, LJLL & MPI MiS - Paris & Leipzig

La théorie de l'homogénéisation permet de capturer le comportement effectif d'un matériau hétérogène grâce au coefficient homogénéisé qu'on peut lui associer. En pratique, son calcul précis reste coûteux. Dans le cas d'un matériau diphasique, les formules de Clausius-Mossotti fournissent alors une approximation plus simple de ce coefficient en régime dilué (c'est à dire quand la concentration θ d'une des phases appelée inclusions est très petite) sous la forme d'un développement de Taylor en θ .

Dans cet exposé, je me concentrerai sur une classe de matériaux diphasiques à un paramètre où les inclusions sont distribuées aléatoirement dans milieu homogène suivant un processus de point hard-core stationnaire ergodique dilaté par un facteur L . Sous une hypothèse très faible d'ergodicité quantitative, je montrerai que le coefficient homogénéisé admet un développement de Taylor en L^{-1} autour de 0 à tout ordre dans le régime dilué $L \gg 1$.

Je présenterai les idées principales de la preuve dont une nouvelle formulation par point fixe pour le correcteur faisant intervenir un « problème à une inclusion ».

Contact : pertinand@ljl1.math.upmc.fr

Homogenization of the Poisson equation and Stokes system in some non periodically perforated domains

Xavier **BLANC**, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris
Sylvain **WOLF**, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

We consider the homogenization of the Poisson equation and the Stokes system in non periodically perforated domains. In this setting, the size of the perforations is proportional to the distance between neighbouring cells and scales like $\varepsilon \ll 1$. The behaviour of the solutions of these PDEs is well known when the holes are periodically distributed in the macroscopic domain. We propose to generalize these results when the perforations are locally non periodic but tend to be periodic far from the origin. We study classical objects of the homogenization theory such as two-scale expansions, existence of correctors and we derive convergence rates of the exact solutions towards their homogenized approximations.

We will emphasize on the geometric properties that we impose on the non-periodic perforations and we will present the results obtained in [1, 2].

- [1] X. Blanc, S. Wolf. *Homogenization of the Poisson equation in a non periodically perforated domain*. Accepted for publication in *Asymptotic Analysis*, 2021.
- [2] S. Wolf. *Homogenization of the Stokes system in a non periodically perforated domain*. Submitted, 2021.

Contact : wolf@math.univ-paris-diderot.fr

A TREFFTZ METHOD WITH RECONSTRUCTION OF THE NORMAL DERIVATIVE APPLIED TO ELLIPTIC EQUATIONS

BRUNO DESPRES, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris, France.

MARIA EL GHAOUI, LJLL - LMA

TONI SAYAH, Laboratoire de Mathématiques et Applications - Beyrouth, Liban.

There are many classical numerical methods for solving boundary value problems on general domains. The Trefftz method is an approximation method for solving linear boundary value problems arising in applied mathematics and engineering sciences. This method consists to approximate the exact solution through a linear combination of trial functions satisfying exactly the governing differential equation. One of the advantages of this method is that the number of trial functions per cell is $O(m)$, asymptotically much less than the quadratic estimate $O(m^2)$ for finite element and discontinuous Galerkin approximations. For a Laplace model equation, we present a high order Trefftz method with quadrature formula for calculation of normal derivative at interfaces. We introduce a discrete variational formulation and study the existence and uniqueness of the discrete solution. A priori error estimate is then established and finally, several numerical experiments are shown.

Theorem 1. *Let $p \in W^{m+1,\infty}(\Omega)$ the exact solution of the Laplace Problem and p_h be the discrete solution of the Trefftz Problem. Assume the Gauss-Legendre quadrature formula has $m_1 \geq \frac{8}{3}m$ points, one has the error estimate*

$$\|p - p_h\|_{DG} \leq Ch^{2m/3},$$

where C is a positive constant.

See the proof in [2], and we used these two papers [1],[3].

- [1] C. Buet, B. Després, G. Morel. *Trefftz discontinuous galerkin method for friedrichs systems with linear relaxation : Application to the p1 model.* Computational Methods in Applied Mathematics, 2018.
- [2] B. Després, M. E. Ghaoui, T. Sayah. *A trefftz method with penalisation of the jump of traces, in preparation.*
- [3] R.Herbin. *Analyse numérique des équations aux dérivées partielles.* Engineering school. Marseille, 2011.

Contact : maria.ghaoui@net.usj.edu.lb

Adaptive parareal algorithms for molecular dynamics problems

Olga GORYNINA, Ecole des Ponts & Inria - Paris

Frederic LEGOLL, Ecole des Ponts & Inria - Paris

Tony LELIEVRE, Ecole des Ponts & Inria - Paris

A central objective in molecular dynamics (MD) is the computation of ensemble averages and dynamical quantities, which both involve averages over very long trajectories of stochastic dynamics. Reducing the computational time of these large time-scales simulations is thus of great interest. One possible way to speed up such computations is to develop accelerated MD approaches based on the parallelization of problems in the temporal domain.

A popular parallel in time method for integrating ordinary differential equations is the parareal algorithm that has been first introduced in [3]. The algorithm aims to compute iteratively an approximation of the exact solution of the time-dependent problem. At each iteration, the parareal algorithm utilizes a coarse solver to quickly step through the time domain by computing relatively cheap approximate solutions for all time intervals of interest, and then simultaneously refines all of these approximate solutions using an accurate fine solver over small time subdomains. Since the fine propagator corrections (which are expensive to compute) are applied in parallel over each subinterval, the associated wall-clock time remains limited. In contrast, the coarse propagator is applied in a sequential manner but its cost is often negligible.

In the MD context, it is convenient to consider parareal algorithms where the coarse and the fine propagators integrate dynamics based on different potential energies, using the same time-step (the difference in cost stemming from the different complexity for evaluating the potential). In this setting, an adaptive version of the parareal algorithm has recently been introduced [2], which leads to significant improved gains on some toy examples. Our aim here is to investigate the feasibility of this adaptive algorithm for realistic problems, in the high performance computing context. We shall present some preliminary numerical results [1] when applying this algorithm to the Langevin dynamics, using LAMMPS¹ - a popular molecular dynamics software with a focus on materials modeling. The simulations are performed with the machine-learning interatomic potentials SNAP (spectral neighbor analysis potentials) [4] for fine and coarse propagators.

- [1] O. Gorynina, F. Legoll, T. Lelievre. in preparation.
- [2] F. Legoll, T. Lelievre, U. Sharma. *An adaptive parareal algorithm : application to the simulation of molecular dynamics trajectories*. arXiv preprint.
- [3] J.-L. Lions, Y. Maday, G. Turinici. *Résolution d'edp par un schéma en temps pararéel*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series I-Mathematics, **332(7)**, 661–668, 2001.
- [4] A. P. Thompson, L. P. Swiler, C. R. Trott, S. M. Foiles, G. J. Tucker. *Spectral neighbor analysis method for automated generation of quantum-accurate interatomic potentials*. Journal of Computational Physics, **285**, 316–330, 2015.

Contact : olga.gorynina@enpc.fr

1. <https://lammmps.sandia.gov/>

Intermittency in Lagrangian stochastic models for turbulent flows: genuine characterization and design of a versatile numerical approach

Ludovic GOUDENÈGE, Fédération Maths. CentraleSupélec, CNRS - Gif-sur-Yvette

Roxane LETOURNEL, Fédération Maths. CentraleSupélec, CNRS - Gif-sur-Yvette

Marc MASSOT, CMAP, CNRS, Ecole Polytechnique, IP Paris - Palaiseau

Alexandre RICHARD, Fédération Maths. CentraleSupélec, CNRS - Gif-sur-Yvette

Aymeric VIE, EM2C, CentraleSupélec, CNRS - Gif-sur-Yvette

Remi ZAMANSKY, IMFT, CNRS - INPT - UPS - Toulouse

The characterization of intermittency in turbulence has its roots in the K62 theory, and if no proper definition is to be found in the literature, statistical properties of intermittency were studied and models were developed in attempt to reproduce it. The first contribution of this work is to propose a requirement list to be satisfied by models designed within the Lagrangian framework.

Multifractal stochastic processes [5, 4] are a natural choice to retrieve multifractal properties of the dissipation. Among them, following the proposition of [3], we investigate the Gaussian Multiplicative Chaos formalism, which requires the construction of a log-correlated stochastic process X_t . The fractional Gaussian noise of Hurst parameter $H = 0$ is of great interest because it leads to a log-correlation for the logarithm of the process. Inspired by the approximation of fractional Brownian motion by an infinite weighted sum of correlated Ornstein-Uhlenbeck processes, our second contribution is to propose a new stochastic model : $X_t = \int_0^\infty Y_t^x k(x) dx$, where Y_t^x is an Ornstein-Uhlenbeck process with speed of mean reversion x and k is a kernel. A regularization of $k(x)$ is required to ensure stationarity, finite variance and logarithmic auto-correlation. A variety of regularizations are conceivable, and we show that they lead to the aforementioned multifractal models.

To simulate the process, we eventually design a new approach relying on a limited number of modes for approximating the integral through a quadrature $X_t^N = \sum_{i=1}^N \omega_i Y_t^{x_i}$, using a conventional quadrature method. This method can retrieve the expected behavior with only one mode per decade, making this strategy versatile and computationally attractive for simulating such processes, while remaining within the proposed framework for a proper description of intermittency.

An article on this topic has been submitted and is under review [2], the preprint is available on HAL and Arxiv. A companion paper is also in preparation [1], where we propose a synthesis of the mathematical key results and their justification in terms of stochastic calculus.

- [1] L. Goudenège, R. Letournel, A. Richard. *Intermittency in a stochastic modelling of turbulence*. In preparation, 2021.
- [2] R. Letournel, L. Goudenège, R. Zamansky, A. Vié, M. Massot. *Revisiting the framework for intermittency in Lagrangian stochastic models for turbulent flows : a way to an original and versatile numerical approach*. Submitted in Physical Review E. arXiv :2103.15562, 2021.
- [3] B. B. Mandelbrot, J. W. Van Ness. *Fractional Brownian motions, fractional noises and applications*. SIAM review, **10(4)**, 422–437, 1968. doi :10.1137/1010093.
- [4] R. M. Pereira, L. Moriconi, L. Chevillard. *A multifractal model for the velocity gradient dynamics in turbulent flows*. Journal of Fluid Mechanics, **839**, 430–467, 2018. doi :10.1017/jfm.2018.12.
- [5] F. G. Schmitt. *A causal multifractal stochastic equation and its statistical properties*. European Physical Journal B, **34(1)**, 85–98, 2003. doi :10.1140/epjb/e2003-00199-x.

Contact : goudenege@math.cnrs.fr

Méthode de Nitsche pour le problème d'élasticité linéaire avec contact et frottement de Coulomb : cas statique et dynamique

Franz CHOULY, IMB - Dijon Patrick HILD, IMT - Toulouse
Vanessa LLERAS, IMAG - Montpellier Yves RENARD, INSA - Lyon

Dans cet exposé, des résultats mathématiques sur la méthode de Nitsche appliquée à certains problèmes de contact et de frottement en élasticité linéaire seront présentés pour les situations statique et dynamique.

Les conditions de contact et de frottement sont généralement formulées avec un ensemble d'inégalités et d'équations non linéaires sur la frontière du domaine, avec des inconnues correspondantes aux déplacements, vitesses et contraintes de surface. Les conditions de contact traduisent la non-pénétration sur toute la surface de contact. Une loi de frottement peut être prise en compte, la plus répandue étant celle de Coulomb.

Diverses méthodes numériques avec les éléments finis ont été développées pour appliquer les conditions de contact et de frottement au niveau discret : méthodes de pénalité, méthodes mixtes. La méthode de Nitsche initialement proposée dans [1] vise à traiter la frontière ou les conditions d'interface au sens faible, grâce à un terme de pénalité consistant. Il diffère dans cet aspect de techniques de pénalisation standard et de méthodes mixtes car aucun multiplicateur de Lagrange n'est nécessaire et aucune condition inf sup discrète ne doit être remplie. Peu de travaux [2] ont adapté la méthode de Nitsche au problème de contact et frottement.

Dans cette présentation, les principaux résultats d'analyse numérique pour les cas statiques et dynamiques [3] seront détaillés. Un théorème garantissant l'existence et l'unicité d'une solution semi-discrète en espace a été obtenu dans le cadre dynamique. Pour le cas statique un résultat d'existence de solution discrète a été démontré si le paramètre de Nitsche est suffisamment grand et quelles que soient les valeurs du coefficient de frottement et de la taille de maillage. Dans ce cadre statique, l'unicité des solutions est récupérée avec des conditions très restrictives sur le coefficient de frottement et les paramètres numériques. Ces résultats théoriques seront complétés par une étude numérique.

Références

- [1] Nitsche, J. Uber ein Variationsprinzip zur Lösung von Dirichlet Problemen bei Verwendung von TeilRaumen, die keinen Randbedingungen unterworfen sind, *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, 36, 9-15, 1971.
- [2] F. Chouly. An adaptation of Nitsche's method to the Tresca friction problem. *J. Math. Anal. Appl.*, 411 :329-339, 2014.
- [3] F. Chouly, P. Hild, V. Lleras et Y. Renard, Nitsche method for contact with Coulomb friction : existence results for the static and dynamic finite element formulations, soumis.

Contact : vanessa.lleras@umontpellier.fr

Efficient and accurate computation of singular and near-singular integrals in high-order boundary elements

Hadrien MONTANELLI, École Polytechnique & INRIA - Palaiseau

Matthieu AUSSAL, École Polytechnique & INRIA - Palaiseau

Housseem HADDAR, École Polytechnique & INRIA - Palaiseau

Time-harmonic solutions to the wave equation are solutions to the Helmholtz equation $\Delta u + k^2 u = 0$, which is of fundamental importance in science and engineering. Its solutions may be expressed in terms of so-called layer potentials; the differential equation is then replaced by a boundary integral equation, whose unknown is typically the jump in either the function or conormal derivative values across the boundary. Solutions at large wavenumbers k are highly oscillatory, and this causes a great increase in complexity of numerical algorithms aimed at solving the underlying integral equations. To obtain accurate solutions in this regime, it is necessary to use high-order numerical methods. In this talk, we present a novel method for computing singular and near-singular integrals arising in high-order boundary elements based on Taylor expansions, homogeneous functions and the continuation approach.

Contact : hadrien.montanelli@polytechnique.edu

Schémas volumes-finis d'ordre élevé positifs pour la diffusion sur maillage quelconque

Xavier BLANC, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Université Paris 7
Emmanuel LABOURASSE, CEA-DAM Ile-de-France - Paris
Julie PATELA, CEA-DAM Ile-de-France - Paris

Dans cet exposé, on s'intéresse à la résolution du problème

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans } \Omega, \\ u = g & \text{sur } \partial\Omega. \end{cases}$$

Il est connu que cette équation admet une solution positive sous les conditions $f \geq 0, g \geq 0$ [3]. Les méthodes numériques préservant cette propriété au niveau discret sont dites monotones ou positives.

Dans cet exposé, j'explique comment étendre la technologie des schémas monotones [1][2] à un ordre de précision quelconque en espace en 1D.

Je propose une famille de schémas volumes finis d'ordre arbitraire. La consistance des flux est assurée par une reconstruction polynomiale.

Je montre que ces schémas sont coercifs, conservatifs, convergents à un ordre correspondant au degré de la reconstruction, au prix de la linéarité du schéma.

Je montre également comment symétriser ces schémas, ce qui induit en outre le principe du maximum discret.

J'ai implanté cette souche de schémas dans la plateforme ouverte PUGS afin de pouvoir valider cette approche.

- [1] B. Després. *Non linear schemes for the heat equation in 1d*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, EDP Sciences, 2014.
- [2] J. Droniou, C. L. Potier. *Construction and convergence study of schemes preserving the elliptic local maximum principle*. SIAM Journal on Numerical Analysis, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011.
- [3] L. Evans. *Application of nonlinear semigroup theory to certain partial differential equations*. Non-linear Evolution Equations, pp. 163–188, 1978.

Contact : julie_patela@hotmail.fr

Modélisation multi-échelle de la diffraction par une couche mince de nanoparticules disposées aléatoirement

Amandine BOUCART, CEA/CESTA/Le Barp - POEMS, UMA, ENSTA Paris, IPP/Palaiseau
Sonia FLISS, POEMS, UMA, ENSTA Paris, IPP - Palaiseau
Laure GIOVANGIGLI, POEMS, UMA, ENSTA Paris, IPP - Palaiseau
Bruno STUPFEL, CEA/CESTA - Le Barp

Nous nous intéressons à la diffraction d'une onde plane électromagnétique par un objet inhomogène recouvert d'une couche très fine composée d'un grand nombre de nanoparticules, parfaitement conductrices, réparties aléatoirement. Nous cherchons à quantifier l'impact de cette couche sur la Surface Équivalente Radar i.e. la quantité d'énergie renvoyée dans une certaine direction. La taille des particules, leur distance et la taille de la couche sont du même ordre (quelques nanomètres) et toutes petites devant la longueur d'onde qui fait quelques centimètres. Deux difficultés se posent : (1) la présence de plusieurs échelles d'ordre différent rend très coûteux voire impossible la résolution numérique des équations de Maxwell (par une méthode de type éléments finis par exemple); (2) la distribution des particules n'est a priori pas connue. Pour remédier à ces difficultés, nous allons supposer que la distribution aléatoire des particules vérifie une certaine loi de probabilité puis nous construisons un modèle effectif où la couche de particules et la condition d'impédance modélisant l'objet inhomogène sont remplacées par une condition de bord équivalente. De nombreux travaux existent sur la diffraction par des couches minces homogènes ou périodiques [2, 3] et sur l'homogénéisation stochastique de volume mais très peu pour la diffraction par une couche mince aléatoire.

Dans un premier temps, nous supposons que la répartition des particules est périodique. Comme dans [2, 3], le modèle effectif est basé sur un développement asymptotique multi-échelle de la solution, où le petit paramètre est la taille d'une particule. Les coefficients qui apparaissent dans la condition au bord effective/équivalente sont déterminés à partir de solutions de problèmes dits « de cellule », plus précisément des problèmes de type Laplace posés dans une bande semi-infinie périodique. Nous justifions la validité de ce modèle par des estimations d'erreur entre la solution effective et la solution de référence, des simulations numériques illustrent ces résultats. Une étude sur l'influence de la densité de particules sur le coefficient de réflexion est également réalisée numériquement.

Dans un second temps, nous étendons la démarche à une répartition aléatoire. Si la répartition aléatoire vérifie des hypothèses d'ergodicité et stationnarité, la couche de particules peut encore être remplacée par une condition au bord équivalente où les coefficients déterministes sont calculés à partir de solutions de problèmes de cellule mais ici la cellule est un demi-espace contenant un tirage de particules (remises à l'échelle). Numériquement, ces problèmes non bornés sont approchés par des problèmes de cellule périodique de très grande taille et les coefficients sont obtenus à l'aide de l'approximation de Monte-Carlo [1]. La convergence des coefficients en fonction de la taille de la cellule est étudiée. Différentes stratégies de calcul des coefficients sont explorées.

- [1] X. Blanc, C. Le Bris, F. Legoll. *Some variance reduction methods for numerical stochastic homogenization*. Philos. Trans. R. Soc. A, **374(2066)**, 2016.
- [2] X. Claeys, B. Delourme. *High order asymptotics for wave propagation across thin periodic interfaces*. Asymptotic Analysis, **83(1-2)**, 35–82, 2013.
- [3] J.-J. Marigo, A. Maurel. *Two-scale homogenization to determine effective parameters of thin metallic-structured films*. Proc. Math. Phys. Eng. Sci., **472(2192)**, 20160068, 2016.

Contact : amandine.boucart@ensta-paris.fr

Méthodes à régularisation évanescence pour la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique

Mohamed BOUKRAA, LMNO - Normandie Univ, UNICAEN, CNRS, 14000 Caen, France
Saber AMDOUNI, LAMSIN - ENIT, Université Tunis-El Manar, Tunis, Tunisie
Franck DELVARE, LMNO - Normandie Univ, UNICAEN, CNRS, 14000 Caen, France

Nous étudions un problème inverse associé à l'équation biharmonique. Il s'agit du problème de Cauchy où uniquement des conditions aux limites surabondantes sont prescrites sur une partie de la frontière. Le caractère mal posé de ce problème réside dans le manque de conditions aux limites sur la partie complémentaire de la frontière du domaine qui ne permet pas d'assurer la stabilité de la solution par rapport aux conditions aux limites surabondantes. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser une technique de régularisation pour obtenir une solution stable. La méthode de régularisation évanescence, qui a déjà été proposée pour les problèmes de Cauchy associée à l'équation de Laplace [2], à l'équation biharmonique [4], à l'élasticité linéaire [3], ou à l'équation d'Helmholtz [1], est un outil performant pour contourner l'instabilité du problème. Elle consiste à trouver parmi toutes les solutions de l'équation d'équilibre, celles qui se rapprochent aux mieux des données. Cette méthode réduit la résolution du problème de Cauchy en une suite de problèmes d'optimisation bien posée.

À travers cette communication, nous proposons deux formulations différentes permettant la résolution numérique du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique. La première consiste à reformuler le problème en une cascade de deux problèmes respectivement associés à l'équation de Laplace et à l'équation de Poisson qui sont résolus successivement tandis que la seconde formulation consiste à résoudre le système couplé composé de deux problèmes.

Nous montrons ensuite comment l'implémentation numérique de la méthode de régularisation évanescence appliquée aux deux formulations peut être obtenue à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Nous présentons successivement une reconstruction numérique des conditions aux limites manquantes sur la partie inaccessible de la frontière à partir de données bruitées pour des situations bidimensionnelles lisses, une étude comparative des performances de chacune des formulations et une étude portant sur les critères d'arrêt. Des exemples numériques valident la convergence, la stabilité et l'efficacité des deux algorithmes numériques proposés, ainsi que leurs capacités à débruiter les données.

- [1] L. Caillé, F. Delvare, L. Marin, N. Michaux-Leblond. *Fading regularization mfs algorithm for the cauchy problem associated with the two-dimensional helmholtz equation*. International Journal of Solids and Structures, **125**, 122–133, 2017.
- [2] A. Cimetiere, F. Delvare, F. Pons. *Une méthode inverse à régularisation évanescence*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics, **328(9)**, 639–644, 2000.
- [3] F. Delvare, A. Cimetière, J.-L. Hanus, P. Bailly. *An iterative method for the cauchy problem in linear elasticity with fading regularization effect*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **199(49-52)**, 3336–3344, 2010.
- [4] A. P. E. M. Ebang. *Sur un problème inverse de type cauchy en théorie des plaques minces élastiques*. Ph.D. thesis, Université de Poitiers, 2011.

Contact : mohamed.boukraa@unicaen.fr

Solving inverse problems of Abel type by penalising derivatives

Camille **POUCHOL**, MAP5, CNRS UMR 8145, - Paris
Cécile **DELLA VALLE**, MAP5, CNRS UMR 8145, - Paris

Nous sommes intéressés par l'inversion d'opérateurs d'Abel de la forme, pour $a > 0$,

$$y(t) = \int_0^t k(t, s)(t - s)^{a-1}x(s)ds = Tx(t) .$$

Dans le cas où la fonction à reconstruire a une forte régularité, l'approche classique de Tikhonov est sous-optimale. Il est possible d'améliorer la convergence de l'erreur en prenant un a priori dans une échelle de Hilbert appropriée. Notre travail généralise les résultats de Rudolf Gorenflo [1] et se base sur un théorème de Frank Natterer [2]. Nous appliquons également numériquement ces résultats à plusieurs problèmes inverses d'intérêt.

- [1] R. Gorenflo, M. Yamamoto. *Operator theoretic treatment of linear abel integral equations of first kind*. Japan journal of industrial and applied mathematics, **16(1)**, 137–161, 1999.
- [2] F. Natterer. *Error bounds for tikhonov regularization in hilbert scales*. Applicable Analysis, **18(1-2)**, 29–37, 1984.

Contact : cecile.map5@gmail.com

Méthodes de frontières immergées pour la tomographie par impédance électrique.

Niami NASR, Institut de Mathématiques de Bordeaux/INRIA - Bordeaux

Jérémi DARDÉ, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

Lisl WEYNANS, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Bordeaux

La tomographie par impédance électrique (EIT), est une technique non-invasive de reconstruction de conductivités, à partir de mesures électriques à la surface du corps. Plus précisément un courant est injecté au travers d'électrodes et le potentiel électrique qui en résulte est mesuré sur ces mêmes électrodes. Mathématiquement le problème direct consiste à calculer le potentiel électrique u dans le domaine en fonction du courant injecté I_m dans chaque électrode E_m et de la conductivité σ dans le domaine :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = 0 \text{ on } \Omega, \\ u = U_m, \text{ on } E_m, \quad m = 1, \dots, M, \\ \sigma \nabla u \cdot n = 0, \text{ on } \partial\Omega - \left\{ \bigcup_{m=1}^M E_m \right\}, \\ \int_{E_m} \sigma \nabla u \cdot n = I_m, \end{array} \right. \quad (1)$$

n représente le vecteur normal extérieure sur Ω . Le problème inverse consiste à estimer la conductivité σ à partir des mesures électriques (\vec{I}, \vec{U}) à la surface du corps. Nous proposons une méthode de frontière immergées pour résoudre numériquement (1). Le problème est discrétisé sur une grille cartésienne et la géométrie est prise en compte par level-set. Nous démontrons la convergence de la solution du problème discrétisé vers la solution de (1). Nous présenterons des résultats numériques démontrant l'efficacité de notre méthode à la fois pour le problème direct (1), et le problème inverse de reconstruction de la conductivité du milieu.

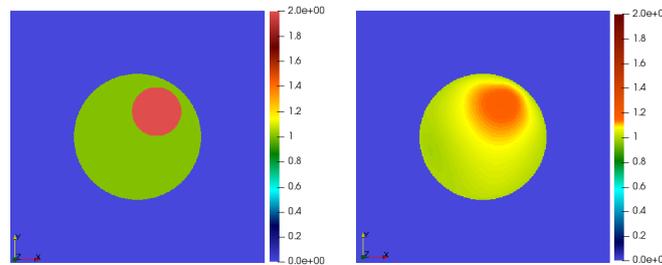


FIGURE 1 – Exemple de reconstruction préliminaire de conductivité. À gauche conductivité de référence. À droite conductivité obtenue par la reconstruction .

- [1] M. Cisternino, L. Weynans. *A parallel second order cartesian method for elliptic interface problems*. Commun. Comput. Phys, **12**, 2012.
- [2] J. Dardé, N. Hyvönen, A. Seppänen, S. Staboulis. *Simultaneous reconstruction of outer boundary shape and admittivity distribution in electrical impedance tomography*. SIAM J. Imaging Sci, **6**, 2013.

Contact : niami.nasr@u-bordeaux.fr

Un nouvel opérateur de transmission non-local pour des méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement appliquées à la propagation d'ondes harmoniques

Xavier CLAEYS, LJLL (Sorbonne Université-Université de Paris-CNRS), INRIA - France
Francis COLLINO, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris), IP Paris - France
Patrick JOLY, POEMS (CNRS-INRIA-ENSTA Paris), IP Paris - France
Emile PAROLIN, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Pavia - Italia

Les premiers travaux de B. Després [5] ont montré qu'il est nécessaire, du moins dans le contexte des équations d'ondes en régime harmonique, d'utiliser des conditions de transmission de type impédante pour le couplage des sous-domaines afin d'obtenir la convergence des méthodes de décomposition de domaine sans-recouvrement. L'approche standard considérée dans la littérature utilise un opérateur d'impédance local permettant une convergence algébrique dans les meilleurs cas des algorithmes itératifs de point fixe. Des travaux ultérieurs [3, 4] ont permis de montrer que l'utilisation d'opérateurs d'impédance non-locaux, comme par exemple des opérateurs intégraux avec des noyaux singuliers adaptés, peut permettre une convergence géométrique des méthodes de décomposition de domaine.

Récemment, l'analyse numérique de la méthode a été conduite pour des discrétisations par éléments finis standards, démontrant la stabilité du taux de convergence par rapport au paramètre de discrétisation [1]. Par ailleurs, le formalisme multi-trace a permis d'étendre le résultat de convergence géométrique au cas difficile des partitions comportant des points de croisement, toujours avec garantie de stabilité par rapport au maillage [2].

Dans cet exposé, nous décrirons une nouvelle stratégie pour construire des opérateurs impédants non-locaux satisfaisant aux exigences des résultats théoriques de convergence [4, 2]. Il s'agit d'une alternative aux opérateurs intégraux habituellement proposés [4], fondée sur la résolution de problèmes auxiliaires elliptiques posés aux voisinages des interfaces de transmission [6]. La définition de ces opérateurs est générique permettant de traiter aussi bien le cas de l'acoustique ou de l'électromagnétisme, même en milieu hétérogène. L'intérêt de l'approche sera illustré par des résultats numériques.

- [1] X. Claeys, F. Collino, P. Joly, E. Parolin. *A discrete domain decomposition method for acoustics with uniform exponential rate of convergence using non-local impedance operators*. In *Domain Decomposition Methods in Science and Engineering XXV*. Springer International Publishing, 2020.
- [2] X. Claeys, E. Parolin. *Robust treatment of cross points in Optimized Schwarz Methods*, 2021. Accepted in *Numerische Mathematik*.
- [3] F. Collino, S. Ghanemi, P. Joly. *Domain decomposition method for harmonic wave propagation : a general presentation*. *CMAME*, **184(24)**, 171–211, 2000.
- [4] F. Collino, P. Joly, M. Lecouvez. *Exponentially convergent non overlapping domain decomposition methods for the Helmholtz equation*. *ESAIM : M2AN*, **54(3)**, 775–810, 2020.
- [5] B. Després. *Méthodes de décomposition de domaine pour la propagation d'ondes en régime harmonique*. Ph.D. thesis, Université Paris IX Dauphine, 1991.
- [6] E. Parolin. *Non-overlapping domain decomposition methods with non-local transmission operators for harmonic wave propagation problems*. Ph.D. thesis, Institut Polytechnique de Paris, 2020.

Contact : emile.parolin@unipv.it

Quadratic behaviors of 1D linear Schrödinger equation, with bilinear control

Mégane BOURNISSOU, IRMAR - Rennes

Given a system, whose evolution is given by an ODE or a PDE, upon which we can act through a control, one can take an interest in the question of controllability : can we choose the control such that, the solution, starting from a chosen initial data, reached, at a given time, a given target ? For example, the behaviour of a quantum particle stuck inside an infinite square potential, and subjected to an uniform electric field whose amplitude can be given by $u(t)$, can be described by the Schrödinger equation :

$$\begin{cases} i\partial_t\psi(t, x) = -\partial_x^2\psi(t, x) - u(t)\mu(x)\psi(t, x), & (t, x) \in (0, T) \times (0, 1), \\ \psi(t, 0) = \psi(t, 1) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

This equation is a bilinear control system where,

- the state is the wave function ψ ,
- $u : (0, T) \rightarrow \mathbb{R}$ denotes a scalar control,
- and $\mu : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ depicts the dipolar moment of the quantum particle.

One can take an interest in the notion of small time controllability around the ground state : for any time $T > 0$, any initial data ψ_0 and any target ψ_f close enough to the ground state (in a sense to specify), can we find a control u such that the solution ψ of the Schrödinger equation (1) with initial condition ψ_0 reaches the target ψ_f at time T , that is $\psi(T) = \psi_f$?

Often, to prove such result, one can start by looking at the controllability of the linearized equation. If the linearized system is indeed controllable, using an inverse mapping theorem, one can hope to prove small time controllability of the nonlinear system. This already has been done for the Schrödinger equation (1) by Beauchard and Laurent in [1] under the assumption on the dipolar moment $\mu \in H^3(0, 1)$ that there exists a constant $c > 0$ such that

$$\left| \int_0^1 \mu(x) \sin(\pi x) \sin(j\pi x) dx \right| \geq \frac{c}{j^3}, \quad \forall j \in \mathbb{N}^*. \quad (2)$$

But here, we are looking at situations where we loose the controllability of the linearized system, meaning assumption (2) doesn't hold anymore. In [4], Beauchard and Morancey proved, under the assumption on μ that $\int_0^1 \mu(x) \sin(\pi x) \sin(K\pi x) dx = 0$ for some $K \in \mathbb{N}^*$, doing an power serie expansion of the solution at order two, that the quadratic term induces a drift in the solution, quantified by the norm H^{-1} -norm of the control, denying controllability. In light of the results of Beauchard and Marbach, in finite dimension in [2] and on a parabolic equation in [3], we generalized such result and formulate, for any integer k , assumptions on the dipolar moment under which one may observe a quadratic drift of the solution, quantified by the norm H^{-k} -norm of the control, denying controllability.

Références

- [1] Karine Beauchard and Camille Laurent. Local controllability of 1D linear and nonlinear Schrödinger equations with bilinear control. *J. Math. Pures Appl. (9)*, 94(5), 2010.
- [2] Karine Beauchard and Frédéric Marbach. Quadratic obstructions to small-time local controllability for scalar-input systems. *J. Differential Equations*, 264(5), 2018.
- [3] Karine Beauchard and Frédéric Marbach. Unexpected quadratic behaviors for the small-time local null controllability of scalar-input parabolic equations. *J. Math. Pures Appl. (9)*, 136, 2020.
- [4] Karine Beauchard and Morgan Morancey. Local controllability of 1D Schrödinger equations with bilinear control and minimal time. *Math. Control Relat. Fields*, 4(2), 2014.

Contact : megane.bournissou@ens-rennes.fr

Contrôlabilité de sortie

Baparou DANHANE, CRAN - Nancy Jérôme LOHÉAC, CRAN - Nancy

Marc JUNGERS, CRAN - Nancy

La modélisation de systèmes physiques fait souvent intervenir plusieurs variables liées entre elles à travers un système d'équations différentielles. Pour atteindre une cible, il peut être nécessaire d'agir sur le système à l'aide d'un moyen d'action généralement appelé contrôle, commande ou entrée. La cible fixée n'est pas nécessairement une contrainte sur toutes les variables du système, mais sur une combinaison de l'état et du contrôle. Par exemple, pour décrire la dynamique d'une voiture, il faudra entre autres l'orientation des roues, mais en réalité, seulement la position et l'angle de la voiture sont d'intérêt pour l'envoyer d'un point à un autre. Dans cet exemple, la sortie peut être considérée comme étant une collection des variables d'état du système sur lesquelles il est nécessaire d'agir pour atteindre la cible. Ainsi, contrairement à la contrôlabilité d'état (CE) qui permet de contrôler toutes les variables du système, la contrôlabilité de la sortie (CS) nous permettra de contrôler une fonction liant les variables (état et contrôle) du système.

Cet exposé portera sur la CS des systèmes linéaires temps invariant en dimension finie c'est-à-dire

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \tag{1}$$

où A , B , C et D sont des matrices avec les dimensions appropriées pour que (1) ait un sens.

Le problème de CS du système (1) a été introduit dans les années 60 par J.E. Bertrand et P.E. Sarachick. Ils étendent dans [1] le critère de Gramian de CE établi par Kalman dans [4] à la sortie du système (1) dans le cas $D = 0$. Dans [5], E. Kreindler et P.E. Sarachick étendent la condition de rang de Kalman et relient la CS du système (1) à la positivité d'une matrice cette fois-ci avec $D \neq 0$. Cependant, il n'existe pas, à notre connaissance, des résultats de type Hautus (voir [3] pour la CE) même dans le cas $D = 0$. Lorsque $D \neq 0$, l'existence d'un résultat permettant de construire un contrôle continu et donc une trajectoire de sortie continue n'existe pas, à notre connaissance.

Nous présenterons des critères assurants la CS du système (1) avec D non nécessairement nulle, en particulier l'extension du test de Hautus. Lorsque le système est CS, nous proposons une méthode de construction d'un contrôle continu permettant d'atteindre une valeur désirée de la sortie à partir de n'importe quelle donnée initiale sur l'état, ceci dans le cas général. Les résultats présentés ici sont issus de [2].

Références

- [1] J. Bertram and P. Sarachik. On optimal computer control. *IFAC Proceedings Volumes*, 1(1) :429–432, 1960.
- [2] B. Danhane, J. Lohéac, and M. Jungers. Characterizations of output controllability for LTI systems. Preprint hal-03083128, 2020.
- [3] M. L. J. Hautus. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 72, Indag. Math.*, 31 :443–448, 1969.
- [4] R. E. Kalman. Contributions to the theory of optimal control. *Bol. Soc. Mat. Mexicana (2)*, 5 :102–119, 1960.
- [5] E. Kreindler and P. E. Sarachik. On the concepts of controllability and observability of linear systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-9 :129–136, 1964.

Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France

Contact: baparou.danhane@univ-lorraine.fr

Commande basée-événement pour l'équation des ondes

Florent KOUDOHODE, LAAS-CNRS - Toulouse
Lucie BAUDOIN, LAAS-CNRS - Toulouse
Sophie TARBOURICH, LAAS-CNRS - Toulouse

Une équation des ondes posée en domaine borné et contenant un terme d'amortissement visqueux classique (proportionnel à la vitesse de l'onde) comme source est connue pour être exponentiellement stable [2].

Ce travail s'intéresse à la stabilisation de l'équation des ondes par le biais d'un tel amortissement qui serait, pour des raisons pratiques, échantillonné en temps. L'enjeu est de démontrer sous quelles conditions et selon quelle loi de mise à jour temporelle la stabilité exponentielle du système est conservée. Dans un domaine ouvert $\Omega \subset \mathbf{R}^N$, régulier de classe C^2 , avec un coefficient d'amortissement constant $\alpha > 0$, le système considéré est défini par

$$\begin{cases} \partial_t^2 z(x, t) - \Delta z(t, x) = -\alpha \partial_t z(x, t_k), & \forall (x, t) \in \Omega \times [t_k, t_{k+1}), \\ z(x, t) = 0, & \forall (x, t) \in \partial\Omega \times (0, +\infty), \\ z(x, 0) = z_0(x), & \forall x \in \Omega, \\ \partial_t z(x, 0) = z_1(x) & \forall x \in \Omega \end{cases} \quad (1)$$

où la loi d'échantillonnage s'écrit :

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ t_{k+1} = \inf \left\{ t \geq t_k \text{ such that } \|\partial_t z(x, t) - \partial_t z(x, t_k)\|_{L^2(\Omega)}^2 \geq \gamma E(t) \right\}. \end{cases} \quad (2)$$

où $E(t) = \frac{1}{2} \left(\|\partial_t z(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \|\nabla z(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \right)$. La loi proposée permet de mettre à jour l'amortissement de manière ajustée au besoin réel, en monitorant l'évolution de l'énergie du système. La stabilité est alors assurée de manière plus optimale. Une démonstration utilisant une fonctionnelle de Lyapunov et une formulation matricielle permet d'affirmer le théorème suivant

Théorème 1. *Sous des conditions initiales $(z_0, z_1) \in H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \times H_0^1(\Omega)$, le système (1) soumis à la loi (2) admet une unique solution $z \in C^0((0, +\infty); H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)) \cap C^1((0, +\infty); H_0^1(\Omega))$ et le phénomène de Zéno (où la mise à jour se répète de manière infinie en un temps fini) est évité.*

En supposant que l'on peut choisir des paramètres de conception ε et γ et des scalaires positifs λ_1 et λ_2 de sorte que l'inégalité matricielle suivante soit faisable,

$$\Phi := \begin{pmatrix} -\lambda_1 + \alpha\varepsilon\delta & \delta\varepsilon & 0 & \frac{\alpha\varepsilon}{2} \\ \star & \varepsilon - \alpha + \delta + \lambda_2\frac{\gamma}{2} & 0 & \frac{\alpha}{2} \\ \star & \star & \delta - \varepsilon + \lambda_1 C_\Omega^2 + \lambda_2\frac{\gamma}{2} & 0 \\ \star & \star & \star & -\lambda_2 \end{pmatrix} \prec 0, \text{ le système (1) soumis à la loi}$$

de mise à jour (2) est exponentiellement stable : il existe $K > 0$ et $\delta > 0$ tel que $E(t) \leq KE(0)e^{-2\delta t}$

Ce résultat est une amélioration de ce qui est décrit dans [1].

Références

- [1] Lucie Baudouin, Swann Marx, and Sophie Tarbouriech. Event-triggered damping of a linear wave equation. *IFAC-PapersOnLine*, 52(2) :58–63, 2019.
- [2] Goong Chen. Control and stabilization for the wave equation in a bounded domain. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 17(1) :66–81, 1979.

Contact : fkoudohode@laas.fr

Controllability of a rotating asymmetric molecule

Eugenio POZZOLI, Inria, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

In this talk we present the symmetries and an approximate controllability result for the quantum rotational dynamics of an asymmetric top molecule, driven by three orthogonal control fields. More in detail, we show the approximate controllability (and stronger properties) of the associated Schrödinger partial differential equation for almost every value of the Wang asymmetry parameter b , with the exception of some critical configurations of the electric dipole. The proof is based on a degenerate analytic perturbation (in the asymmetry parameter b) from an associated approximately controllable symmetric top. Moreover, we also show that the critical configurations of the electric dipole, that correspond to non-controllable cases of the associated symmetric top, are non-controllable neither for the asymmetric top. This study is a continuation of a previous paper on the controllability of a rotating symmetric molecule [1].

- [1] U. Boscain, E. Pozzoli, M. Sigalotti. *Classical and quantum controllability of a rotating symmetric molecule*. SIAM J. Control Optim., **59(1)**, 156–184, 2021.

Contact : eugenio.pozzoli@inria.fr

Boundary controllability of a system modelling a partially immersed obstacle

Gastón VERGARA-HERMOSILLA, Université de Bordeaux - Talence, France

In this talk, we address the problem of boundary controllability for the one-dimensional nonlinear shallow water system, describing the free surface flow of water as well as the flow under a fixed gate structure (see Figure 1). The system of differential equations considered can be interpreted as a simplified model of a particular type of wave energy device converter called oscillating water column [1].

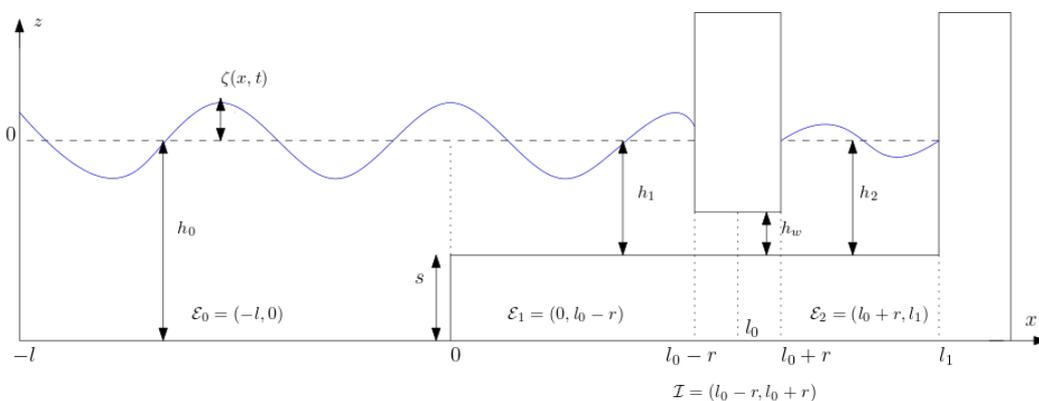


FIGURE 1 – Configuration.

The physical requirements naturally lead to the problem of exact controllability in a prescribed region [2]. In particular, we use the concept of nodal profile controllability in which at a given point (the node) time-dependent profiles for the states are required to be reachable by boundary controls. By rewriting the system into a hyperbolic system with nonlocal boundary conditions, we at first establish the semi-global classical solutions of the system, then get the local controllability and nodal profile using a constructive method. In addition, based on this constructive process, we provide an algorithmic concept to calculate the required boundary control function for generating a solution for solving these control problem.

Références

- [1] E. BOCCHI, J. HE, AND G. VERGARA-HERMOSILLA, *Modelling and simulation of a wave energy converter*, to appear in ESAIM :Proceedings and Surveys.
- [2] G. VERGARA-HERMOSILLA, G. LEUGERING, AND Y. WANG, *Boundary controllability of a system modelling a partially immersed obstacle*, submitted.

Un critère d'adaptation de maillage lié à la détection MOOD d'un schéma volumes finis d'ordre élevé

Alexandre BOURRIAUD, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB) - Talence

Raphaël LOUBÈRE, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB) - Talence

Rodolphe TURPAULT, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB) - Talence

Dans ce travail nous présenterons un nouveau critère d'adaptation de maillage lié à la boucle MOOD utilisée dans un schéma volumes finis d'ordre élevé. La boucle MOOD permet de limiter un schéma d'ordre élevé en détectant a posteriori les mailles ne respectant pas des critères physiques ou numériques et en décrementant le degré de leur reconstruction. Nous montrerons qu'il est possible d'utiliser la liste des mailles détectées par la boucle MOOD en tant que critère d'adaptation du maillage. En effet, l'intérêt de l'adaptation de maillage est de raffiner celui-ci dans les zones où le calcul est le plus difficile et le moins précis. Le raffinement des mailles détectées par la boucle MOOD permet donc de gagner en précision dans les zones où le schéma oscille, ie proche des zones à fort gradient. Une méthode de reconstruction polynomiale indépendante de l'architecture du maillage sera aussi présentée. L'objectif étant d'éviter le recalcul d'une matrice de reconstruction dans chaque cellule lors d'un calcul AMR par l'application d'une méthode générale de reconstruction polynomiale.

Contact : alexandre.bourriaud@u-bordeaux.fr

A k-exact ENO-like least-square reconstruction for compressible flows applied to sharp immersed boundaries

Thibault BRIDEL-BERTOMEU, CEA Cesta - Le Barp
Florent NAULEAU, CEA Cesta - Le Barp
Héloïse BEAUGENDRE, Université de Bordeaux - Bordeaux
Fabien VIVODTZEV, CEA Cesta - Le Barp

Numerical simulations of hypersonic flows have been used in lieu of, or as a supplement to wind-tunnel testing for many years. Such simulations require a high degree of skill in different domains, and this discussion will bear specifically on mesh-related numerical strategy.

In the context of computer-aided vehicle development a large number of computations have to be made, iterating on successive designs, and the days taken to make the mesh for every iteration can amount to a major part of the allotted project time. The study presented here falls within this context and we suggest to use a sharp immersed boundary method (IBM) to cut the mesh generation time so as to allocate more time for the refining of the design - this discussion being the first of a series to gather all the ingredients to proceed to automatic design of hypersonic vehicles using computational fluid dynamics.

Sharp interface methods are usually preferred when there is a need to track precisely the interface and enforce the boundary condition at its exact location - flows with thin boundary layers like hypersonic flows are an example where the accuracy of a sharp interface method is favored. Among the sharp interface methods, cut-cell methods usually require numerous modifications when added to a pre-existing code, whereas the ghost-cell technique does not, and for that reason we shall focus in the present study on a ghost-cell immersed boundary method (GC-IBM).

A GC-IBM requires an as-accurate-as-possible computation of the values to assign to the ghost cells to correctly enforce the boundary condition at the immersed object's wall. Recent studies on the subject favor arbitrarily high-order weighted least-square (WLSQ) interpolations with a lessened impact on the whole computation spatial order of convergence. That is also the direction that we shall take for the new technique presented in this study. One of the most common assumption made in the development of an IBM based on WLSQ is however that the flow is smooth and devoid of any discontinuities inside the reconstruction stencil. This assumption does not hold anymore in the case of an hypersonic flow, wherein the shocks can get very close to the obstacle. In that regime, all the interpolation techniques involved in the IBM and based on a large enough stencil will eventually encounter a discontinuous field and fail to produce a physically relevant value for the ghost cell. The present study tackles this issue.

Our proposed k-exact weighted least-square interpolation is based on the work of Ollivier-Gooch *et al.* [2]. Its major feature is that the weights are automatically adapted to the presence of a discontinuity. In so doing, the reconstruction becomes ENO-like and mathematically consistent even in the presence of strong discontinuities [1]. The objective of this discussion is to demonstrate that it then becomes possible to use an IBM for the simulation of hypersonic flows and that it is robust, even for flows around complex geometries exhibiting discontinuities in contact with the body of interest.

- [1] T. Bridel-Bertomeu. *Immersed boundary conditions for hypersonic flows using eno-like least-square reconstruction*. *Computers & Fluids*, **215**, 104794, 2021.
- [2] C. F. Ollivier-Gooch. *Quasi-ENO schemes for unstructured meshes based on unlimited data-dependent least-squares reconstruction*. *Journal of Computational Physics*, **133(1)**, 6–17, 1997.

Contact : thibault.bridel-bertomeu@cea.fr

Estimations d'erreur *a posteriori* pour le couplage des équations de Navier-Stokes avec l'équation de convection–diffusion–réaction.

Joanna FADDOUL, LAGA et USJ - Villetaneuse et Beyrouth

Pascal OMNES, LAGA et CEA STMF - Villetaneuse et Saclay

Toni SAYAH, Laboratoire de mathématiques et applications, USJ - Beyrouth

Le couplage des équations de Navier-Stokes instationnaires avec l'équation de convection-diffusion-réaction décrit le comportement d'un fluide avec des variations soit de la température du milieu considéré soit de la concentration d'un élément chimique dans le fluide.

Soient Ω un ouvert borné de \mathbb{R}^d , $d = 2, 3$ et $[0, T]$ un intervalle de \mathbb{R} . Le problème à résoudre se modélise alors comme suit,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}(x, t) - \operatorname{div}(\nu(C(x, t))\nabla \mathbf{u}(x, t)) \\ \quad + (\mathbf{u}(x, t) \cdot \nabla) \mathbf{u}(x, t) + \nabla p(x, t) = \mathbf{f}(x, C(x, t)) & \text{dans } \Omega \times]0, T[, \\ \frac{\partial C}{\partial t}(x, t) + (\mathbf{u}(x, t) \cdot \nabla) C(x, t) \\ \quad - \alpha \Delta C(x, t) + r_0 C(x, t) = g(x, t) & \text{dans } \Omega \times]0, T[, \\ \operatorname{div} \mathbf{u}(x, t) = 0 & \text{dans } \Omega \times]0, T[, \end{array} \right.$$

où (\mathbf{u}, p, C) sont les inconnues de vitesse, pression, température ou concentration et ν la viscosité du fluide, \mathbf{f} et g des termes sources, α la constante de diffusion, r_0 une constante positive.

Nous avons commencé par proposer une formulation variationnelle que nous avons discrétisée en utilisant la méthode d'Euler semi-implicite d'ordre 1 en temps et en utilisant la méthode des éléments finis « P1 bulle/P1/P1 » en espace. Puis, nous avons établi une estimation d'erreur *a posteriori* entre la solution exacte et la solution numérique, dans le but d'appliquer des techniques d'adaptation du maillage et du pas de temps. Notre résultat principal est le suivant :

Théorème 1. *Supposons $h_n \leq c_s \tau_n, \forall n$. Pour tout $m \in \{1, \dots, N\}$, la solution continue (\mathbf{u}, p, C) et la solution discrète (\mathbf{u}_h, p_h, C_h) vérifient l'estimation d'erreur *a posteriori* suivante :*

$$\begin{aligned} & [\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_h\|^2(t_m) + \left\| \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_h) + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \pi_{l,\tau} \mathbf{u}_h \cdot \nabla \pi_\tau \mathbf{u}_h - \frac{1}{2} \operatorname{div}(\pi_{l,\tau} \mathbf{u}_h) \pi_\tau \mathbf{u}_h + \nabla(p - p_h) \right\|_{L^2(0,t_m;X')} \\ & \quad + \left\| \frac{\partial}{\partial t}(C - C_h) + \mathbf{u} \cdot \nabla C - \pi_\tau \mathbf{u}_h \cdot \nabla \pi_\tau C_h - \frac{1}{2} \operatorname{div}(\pi_\tau \mathbf{u}_h) \pi_\tau C_h \right\|_{L^2(0,t_m;X')} \\ & \leq c \left(\|g - \pi_\tau g\|_{L^2(0,t_m;X')}^2 + \|C_0 - C_h^0\|_{L^2(\Omega)}^2 + \|\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_h^0\|_X^2 + \|\mathbf{f}_0 - \pi_\tau \mathbf{f}_0\|_{L^2(0,t_m;L^2(\Omega)^2)}^2 \right. \\ & \quad \left. + \sum_{n=1}^m \sum_{\kappa_n \in \tau_{nh}} ((\eta_{c,n,\kappa_n}^\tau)^2 + (\eta_{u,n,\kappa_n}^\tau)^2 + \tau_n (\eta_{c,n,\kappa_n}^h)^2 + \tau_n (\eta_{u,n,\kappa_n}^h)^2) \right). \end{aligned}$$

La norme $[[\cdot]]$ est somme de la norme $L^2(\Omega)$ et de la norme $L^2(0, T; H_0^1)$; les interpolations π_τ et $\pi_{l,\tau}$ sont constantes par intervalles de temps. Les indicateurs d'erreurs sont définis par :

$$\begin{aligned} (\eta_{u,n,\kappa_n}^\tau)^2 &= \tau_n \|\mathbf{u}_h^n - \mathbf{u}_h^{n-1}\|_{H^1(\kappa_n)}^2, & (\eta_{c,n,\kappa_n}^\tau)^2 &= \tau_n \|C_h^n - C_h^{n-1}\|_{H^1(\kappa_n)}^2, \\ (\eta_{u,n,\kappa_n}^h)^2 &= h_{\kappa_n}^2 \left\| \mathbf{f}^n(C_h^{n-1}) - \frac{1}{\tau_n}(\mathbf{u}_h^n - \mathbf{u}_h^{n-1}) + \operatorname{div}(\nu(C_h^{n-1})\nabla \mathbf{u}_h^n) - \mathbf{u}_h^{n-1} \nabla \mathbf{u}_h^n \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} \operatorname{div} \mathbf{u}_h^{n-1} \mathbf{u}_h^n - \nabla p_h^n(x) \right\|_{0,\kappa_n}^2 + \frac{1}{2} \sum_{e_n \in \mathcal{E}_{\kappa_n}} h_{e_n} \left\| (\nu(C_h^{n-1})\nabla \mathbf{u}_h^n - p_h^n \mathbf{I})(\sigma) \cdot n \right\|_{0,e_n}^2 + \|\operatorname{div} \mathbf{u}_h^n\|_{0,\kappa_n}^2, \\ (\eta_{c,n,\kappa_n}^h)^2 &= h_{\kappa_n}^2 \left\| g_h^n - \frac{1}{\tau_n}(C_h^n - C_h^{n-1}) + \alpha \Delta C_h^n - \mathbf{u}_h^n \nabla C_h^n - \frac{1}{2} \operatorname{div}(\mathbf{u}_h^n) C_h^n - r_0 C_h^n \right\|_{0,\kappa_n}^2 \\ & \quad + \frac{1}{2} \sum_{e_n \in \mathcal{E}_{\kappa_n}} h_{e_n} \left\| \alpha \nabla C_h^n(\sigma) \cdot n \right\|_{0,e_n}^2. \end{aligned}$$

Contact : joanna.k.faddoul@gmail.com

The Adaptive Biasing Force algorithm with non-conservative forces

Tony LELIÈVRE, CERMICS, ENPC - Champs-sur-Marne

Lise MAURIN, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Pierre MONMARCHÉ, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

The aim of molecular dynamics is to study the time-evolution of a microscopic system of N particles in order to deduce various of its macroscopic properties. To do so, one needs to be able to sample the *Boltzmann-Gibbs measure* $\mu_V \propto \exp(-\beta V)$ where V is the system's potential energy and β is the thermodynamic beta. A classical process used in this scope is the overdamped Langevin dynamics :

$$dX_t = -\nabla V(X_t)dt + \sqrt{2\beta^{-1}}dW_t,$$

where $(W_t)_{t \geq 0}$ is a classical d -dimensional Brownian motion, and $\mathcal{F} = -\nabla V$ is the interaction force. A force which is the gradient of a potential energy V is said to be *conservative*. Note that from a PDE point of view, the law of the process $(X_t)_{t \geq 0}$ satisfies a nonlinear Fokker-Planck equation.

Such a process has good theoretical properties, but one practical issue arises, that of *metastability* : the system may remain trapped in potential wells for long periods of time, and the system's law's relaxation towards the equilibrium can be far too slow. In order to avoid metastability, one can rely on a *reaction coordinate*, namely a function ξ of the position which gives a low-dimensional representation of the system. Given this coordinate, one can then consider the *Adaptive Biasing Force* (ABF) method [3, 4], which consists in biasing the force \mathcal{F} in the direction of ξ , with an adaptive bias B_t , and prove the longtime convergence –in a sense to be precised– of the algorithm [5]. One can also consider the *Projected Adaptive Biasing Force* (PABF) method, whose convergence has been proven in [1]. A good property of both methods is the *flat histogram property* : the energy landscape is flattened in the direction of ξ . In this talk, we will present a study of the ABF method's robustness under generic –possibly non-conservative– forces. We first ensure the flat histogram property is satisfied in all cases. We then introduce a fixed point problem yielding the existence of a stationary state for both the ABF and PABF algorithms, relying on generic bounds on the invariant probability measures of homogeneous diffusions [2]. Using classical entropy techniques [6], we prove the exponential convergence of both biasing force and law of the process as time goes to infinity, for the two considered algorithms. We will eventually quickly present the work in progress regarding the implementation of the ABF method within the Tinker-HP software.

- [1] H. Alrachid, T. Lelièvre. *Long-time convergence of an adaptive biasing force method : variance reduction by Helmholtz projection*. Journal of computational mathematics, **1**, 55–82, 2015. doi : 10.5802/smai-jcm.4.
- [2] V. I. Bogachev, N. V. Krylov, M. Röckner, S. V. Shaposhnikov. *Fokker-Planck-Kolmogorov equations*. American Mathematical Society, 2015.
- [3] E. Darve, A. Pohorille. *Calculating free energies using average force*. The Journal of Chemical Physics, **115(20)**, 9169–9183, 2001. doi :10.1063/1.1410978.
- [4] J. Hénin, C. Chipot. *Overcoming free energy barriers using unconstrained molecular dynamics simulations*. The Journal of Chemical Physics, **121(7)**, 2904–2914, 2004. doi :10.1063/1.1773132.
- [5] T. Lelièvre, M. Rousset, G. Stoltz. *Long-time convergence of an Adaptive Biasing Force method*. Nonlinearity, **21**, 2008.
- [6] T. Lelièvre, M. Rousset, G. Stoltz. *Free Energy Computations*. Imperial College Press, 2010.

Contact : lise.maurin@sorbonne-universite.fr

Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles en dimension 1

Alexiane PLESSIER, CEA, DAM, DIF - F-91297 Arpajon

Bruno DESPRÉS, LJLL - Paris

Stéphane DEL PINO, CEA, DAM, DIF - F-91297 Arpajon

Le but de ce projet est de travailler sur les interactions fluide-structure, en considérant une structure fine en formalisme Lagrangien.

Actuellement, ce type de problèmes peut être résolu explicitement, en utilisant [3] ou [6] pour la partie fluide, et [4] ou [5] pour la partie élastique. Comme l'épaisseur de la structure peut être très fine, et la vitesse du son très grande, cela force à prendre un pas de temps très petit. Par conséquent, il est difficile d'obtenir de bons résultats numériques à faibles coûts.

Pour surmonter ce problème, l'idée est d'utiliser des schémas implicites. Lors de cette présentation, nous allons nous pencher sur la partie hydrodynamique décrite par les équations d'Euler compressibles en dimension 1 en formalisme semi-Lagrangien.

La présentation s'articulera autour de trois points principaux. D'abord, nous présenterons trois schémas implicites : une méthode de relaxation pour le terme de pression adaptée du travail de Chalons, Coquel et Marmignon [1], une méthode de linéarisation des inconnues inspirée d'une idée de Després [2], et une méthode non linéaire plus proche des équations de départ. Ensuite, nous démontrerons dans le détail un nouveau théorème d'existence et d'unicité pour une classe de schémas implicites non linéaires, dont on verra une application pour les équations d'Euler, et le trafic routier. Enfin, nous donnerons des résultats numériques obtenus grâce à divers tests attestant de la précision et de la robustesse de ces schémas implicites par rapport au solveur acoustique explicite.

- [1] C. Chalons, F. Coquel, C. Marmignon. *Time-implicit approximation of the multipressure gas dynamics equations in several space dimensions*. SIAM, **48**, 2010.
- [2] B. Després. *Numerical Methods for Eulerian and Lagrangian Conservation Laws*, 2017.
- [3] B. Després, C. Mazeran. *Lagrangian gas dynamics in 2d and lagrangian systems*. Anch. Rat. Mech. Anal., **178**, 2005.
- [4] G. Kluth, B. Després. *Discretization of hyperelasticity on unstructured mesh with a cell-centered lagrangian scheme*. Journal of Computational Physics, **229(24)**, 2010.
- [5] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, R. Loubère, B. Rebourecet. *A nominally second-order cell-centered lagrangian scheme for simulating elastic-plastic flows on two-dimensional unstructured grids*. Journal Of Computational Physics, **235**, 2013.
- [6] P.-H. Maire, R. Abgrall, J. Breil, J. Ovadia. *A cell-centered lagrangian scheme for compressible flow problems*. Siam, J. Sci. Comp., **29**, 2007.

Contact : plessier@ljl1.math.upmc.fr

A posteriori local subcell correction of DG schemes through Finite Volume reformulation on unstructured grids

François VILAR, IMAG - Université de Montpellier

Rémi ABGRALL, Institut für Mathematik - Universität Zürich

This talk aims at presenting the 2D version of the *a posteriori* local subcell correction for discontinuous Galerkin (DG) schemes recently introduced in [1]. This is very well-known that DG method needs some sort of nonlinear limiting to avoid spurious oscillations due to the Gibbs phenomenon. Furthermore, numerical approximations may generate non-admissible solution (negative density or pressure in the case of gas dynamics for instance), which may lead to nonlinear instability or crash of the code. These fundamental issues has been extensively tackled in the past, and there is thus a vast literature on limiters. However, it is worth mentioning that the typical minimal length on which those techniques take action is exclusively, up to our knowledge, the cell size. And this is even the case for the different other so-called *subcell* techniques, as if a cell is considered as troubled, then all the subcells within it will be impacted.

The main idea motivating the present work was then to preserve as much as possible the high accuracy and the very precise subcell resolution of DG scheme. Consequently, an *a posteriori* correction will only be applied locally at the subcell scale where it is needed. Do to so, similarly to what we have done in 1D in [1], we first prove that it is possible to rewrite DG scheme as a subcell Finite Volume scheme provided with some specific numerical fluxes referred to as DG reconstructed flux. Then, at each time step, we compute a DG candidate solution and check if this solution is admissible (for instance positive, non-oscillating, ...). If it is the case, we go further in time. Otherwise, we return to the previous time step and correct locally, at the subcell scale, this solution. Practically, if the solution on a subcell has been detected as bad, we substitute the DG reconstructed flux on its boundary by a robust first-order numerical flux. And for subcell detected as admissible, we keep the high-order reconstructed flux to retain the accurate resolution of DG scheme. Numerical results on various type problems will be presented to assess the very good performance of the design correction, see **Figure 1**.

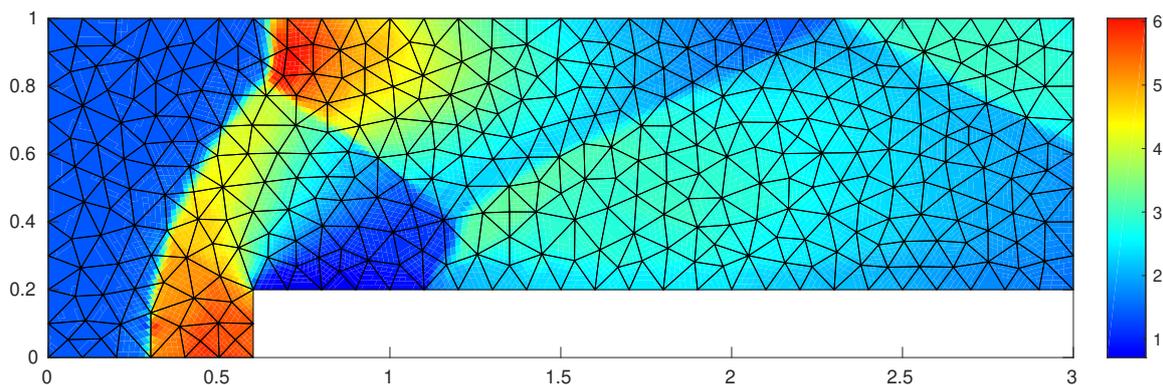


FIGURE 1 – Corrected 6th order DG scheme for the Mach 3 wind tunnel problem on 680 cells : density subcell mean values.

- [1] F. Vilar. *A posteriori correction of high-order discontinuous galerkin scheme through subcell finite volume formulation and flux reconstruction*. JCP, **387**, 245–279, 2019.

Contact : francois.vilar@umontpellier.fr

Uniform global asymptotic synchronization of a network of Kuramoto oscillators via hybrid coupling

Simone MARIANO, Université de Lorraine, CNRS, CRAN - Nancy, France

Riccardo BERTOLLO, DII, University of Trento - Trento, Italy

Elena PANTELEY, CNRS, L2S - Gif-sur-Yvette, France

Romain POSTOYAN, Université de Lorraine, CNRS, CRAN - Nancy, France

Luca ZACCARIAN, CNRS, LAAS, Université de Toulouse - Toulouse, France,
& DII, University of Trento - Trento, Italy

Kuramoto oscillators are used in various fields to model and analyze dynamics of a broad family of systems with oscillatory behavior see, e.g. [3, 4]. Among the phenomena characterizing oscillating systems, collective synchronization plays a key role. When the network comprises oscillators with the same natural frequency, it is now well-known that the system admits multiple synchronization sets some of which are unstable see, e.g. [2]. The downside of this result is that the closer a solution is initialized to an unstable set, the longer it will take for phase synchronization to arise: we talk of non-uniform convergence, which can be problematic in engineering applications.

In this context, we propose a new Kuramoto-like model, which exploits the periodicity of phases and which relies on hybrid techniques, in the sense that the obtained system exhibits both continuous-time and discrete-time dynamics [1]. Hence, we propose a novel hybrid model for an n -agent network of identical oscillators interconnected over an undirected graph $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ where \mathcal{V} is the set of all the nodes and \mathcal{E} the set of all the edges, with $n = |\mathcal{V}|$ nodes and $m = |\mathcal{E}|$ edges. The continuous dynamics of each oscillator, represented by a node in \mathcal{G} , is defined as

$$\dot{\theta}_i = \omega + \gamma \sum_{j \in \mathcal{V}_i} \sigma(\theta_j - \theta_i + 2k_{ij}\pi), \quad x \in \mathcal{C} \quad (1)$$

where $\theta_i \in [-\pi - \delta, \pi + \delta]$, is the phase of oscillator i , $\omega \in \mathbb{R}$ is the natural frequency, which is the same for all oscillators, with $\delta \in (0, \pi)$ and $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$. Variable k_{ij} , $(i, j) \in \mathcal{E}$, is a logic state, taking values in $\{-1, 0, 1\}$. Its role is to unwind the difference between the two phases θ_j and θ_i through jumps while remaining constant along flows. The flow set \mathcal{C} is selected as the closed complement of the jump set \mathcal{D} where the values of k_{ij} and/or the phase exhibit a jump, which is not described in this abstract. Function σ , whose domain is the interval $[-\pi - \delta, \pi + \delta]$, is a symmetric, continuous function and it is selected such that $\sigma(s) = 0$ if and only if $s = 0$. We prove that the synchronization set, defined as

$$\mathcal{A} := \{x \in \mathcal{C} \cup \mathcal{D} : \theta_i = \theta_j + 2k_{ij}\pi, \forall (i, j) \in \mathcal{E}\}, \quad (2)$$

is uniformly globally asymptotically stable thereby ensuring uniform convergence as desired when the interconnection graph is a tree. We also show that the model preserves the original behavior of Kuramoto oscillators near the phase synchronization set.

Simulation results are provided to illustrate the theoretical guarantees and demonstrate the potential strength of hybrid theoretical tools to overcome fundamental limitations of continuous-time networked systems.

- [1] R. Goebel, R. Sanfelice, A. Teel. *Hybrid dynamical systems: modeling, stability, and robustness*. Princeton University Press.
- [2] R. Sepulchre, D. A. Paley, N. E. Leonard. *Stabilization of planar collective motion: All-to-all communication*. IEEE Transactions on Automatic Control, **52(5)**, 811–824, 2007.
- [3] S. H. Strogatz. *From Kuramoto to Crawford: Exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators*. Physica D, **143(1)**, 1–20, 2000.
- [4] P. A. Tass. *A model of desynchronizing deep brain stimulation with a demand-controlled coordinated reset of neural subpopulations*. Biological Cybernetics, **89(2)**, 81–88, 2003.

Contact : simone.mariano@univ-lorraine.fr

Connections du type *Lemme du col* pour des systèmes Allen-Cahn elliptiques

Ramon OLIVER-BONAFoux, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

On se donne une fonction positive et régulière $V : \mathbb{R}^k \mapsto \mathbb{R}$ ($k \geq 2$), que l'on appelle potentiel. On suppose que ce potentiel possède un nombre fini de zéros plus grand que 2. On dit qu'une courbe $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^k$ est une *connexion* si elle résout le système d'équations différentielles ordinaires

$$q''(t) = \nabla_u V(q(t)), \quad t \in \mathbb{R} \quad (1)$$

et converge vers un zéro du potentiel lorsque $t \rightarrow \pm\infty$. À notre connaissance, la recherche précédente sur ce problème s'est principalement consacrée aux connexions qui sont des minimiseurs globales de la fonctionnelle d'énergie associée dans un espace de fonctions adéquat, voir par exemple [2]. Dans [3], on a obtenu par des méthodes variationnelles plusieurs résultats d'existence de connexions *non minimisantes* sous des différents ensembles d'hypothèses sur le potentiel. Dans la preuve de ces résultats, on s'est notamment servi de plusieurs versions raffinées du Lemme du Col classique. La difficulté principal du problème réside dans la perte de la compacité due au fait que le domaine des connexions est \mathbb{R} et à la multiplicité des zéros du potentiel.

L'équation (1) est la version 1-dimensionnelle d'un système Allen-Cahn, i. e. le système d'équations en dérivées partielles elliptique

$$\Delta u = \nabla_u V(u), \quad \text{dans } \Omega \quad (2)$$

où Ω est un domaine de \mathbb{R}^N . Le rôle joué par le système 1-dimensionnel dans le système d'EDP est détaillé dans la bibliographie donnée et les références qu'y sont contenues. Voir notamment l'article [1].

Références

- [1] S. Alama, L. Bronsard, C. Gui, *Stationary layered solutions in \mathbb{R}^2 for an Allen-Cahn system with multiple well potential*. Calc. Var. Partial Differ. Equ. 5(4), 359–390 (1997).
- [2] A. Monteil, F. Santambrogio, *Metric methods for heteroclinic connections in infinite dimensional spaces*, Indiana Univ. Math. J. (2018).
- [3] R. Oliver-Bonafoux, *Mountain pass connections for elliptic Allen-Cahn systems*. Preprint arXiv :2103.03318, (2021).

Contact : ramon.oliver_bonafoux@upmc.fr

Un problème isopérimétrique avec compétition entre le périmètre classique et un périmètre non-local

Benoît MERLET, Équipe INRIA RAPSODI - Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Marc PEGON, Équipe INRIA RAPSODI - Laboratoire Paul Painlevé - Lille

Dans cet exposé, nous nous intéressons à un problème isopérimétrique dans lequel le périmètre $P(E)$ est remplacé par $P(E) - \gamma P_\varepsilon(E)$, où $\gamma \in (0, 1)$ et P_ε est une énergie non-locale convergeant vers le périmètre lorsque ε tend vers 0. Pour ε petit, ce problème est relié au comportement pour des grandes masses $m > 0$ du modèle de goutte liquide de Gamow pour le noyau atomique, qui consiste à minimiser la fonctionnelle

$$P(E) + \iint_{E \times E} G(x - y) dx dy$$

parmi les ensembles $E \subseteq \mathbb{R}^n$ de volume m , où G est un noyau positif, radial, intégrable et de premier moment fini (c'est-à-dire $|x|G(x) \in L^1(\mathbb{R}^n)$).

En dimension arbitraire $n \geq 2$, nous montrons que pour ε assez petit, le problème admet des minimiseurs, et que ces minimiseurs convergent vers la boule, et leur bord vers la sphère, lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$ [2]. Pour le modèle de Gamow, cela signifie que si le premier moment de G est en-dessous d'un seuil critique explicite, le problème admet des minimiseurs de masse arbitrairement grande, ce qui contraste avec le cas des noyaux de Riesz, où il n'y a existence que pour des petites masses.

En dimension $n = 2$, nous montrons par un argument de *slicing* que les minimiseurs sont nécessairement convexes pour ε petit. En conséquence, les minimiseurs ont un bord presque circulaire, au sens où le bord est une petite perturbation Lipschitz d'un cercle. D'autre part, par un argument à la Fuglede, nous prouvons qu'en dimension arbitraire $n \geq 2$, la boule est l'unique minimiseur du problème, à translations près, parmi les ensembles à bord quasi-sphérique. En combinant ces deux arguments, nous obtenons qu'en dimension $n = 2$, le disque unité est l'unique minimiseur [1].

[1] B. Merlet, M. Pegon. *The isoperimetric problem for the perimeter minus a fraction of a nonlocal approximate perimeter in 2D*. hal-03181775, 2021.

[2] M. Pegon. *Large mass minimizers for isoperimetric problems with integrable nonlocal potentials*. arXiv:2003.01165, 2020.

Variational convergence of liquid crystal energies to line and surface energies

François ALOUGES, CMAP, UMR CNRS 7641, École Polytechnique, IPP - Palaiseau
Antonin CHAMBOLLE, CEREMADE, UMR 7534, CNRS & Université Paris-Dauphine - Paris
Dominik STANTEJSKY, CMAP, UMR CNRS 7641, École Polytechnique, IPP - Palaiseau

In the first part of this talk we present the main results based on [1]. We consider the Landau-de Gennes model for liquid crystals with an external magnetic field to model the occurrence of the Saturn ring effect around a spherical particle under the assumption of rotational equivariance. After a rescaling of the energy, a variational limit is derived. Our analysis relies on precise estimates around the singularities and the study of a radial auxiliary problem in regions, where a continuous director field exists. Studying the limit problem, we explain the transition between the dipole and Saturn ring configuration and the occurrence of a hysteresis phenomenon, giving a rigorous explanation of what was derived and simulated previously by [2].

In the second part we want to show some ideas of an ongoing work on how to remove the assumption of rotational equivariance leading to a fully three-dimensional problem. Furthermore we consider the natural generalization of our energy for particles of non-spherical (in particular non-convex) shape.

- [1] F. Alouges, A. Chambolle, D. Stantejsky. *The saturn ring effect in nematic liquid crystals with external field : effective energy and hysteresis*, 2020. [Http://arxiv.org/pdf/2005.06238v1](http://arxiv.org/pdf/2005.06238v1).
- [2] H. Stark. *Director field configurations around a spherical particle in a nematic liquid crystal*. *Eur. Phys. J. B*, **10(2)**, 311–321, 1999. doi :10.1007/s100510050860.

Contact : dominik.stantejsky@polytechnique.edu

Session posters 1 : Posters	222
---------------------------------------	-----

Mesoscopic fast-reaction approach of triangular cross-diffusion systems and application to population dynamics

Elisabetta BROCCHERI, LaMME - Université d'Evry-Paris Saclay

We consider the following class of triangular cross-diffusion system, on a bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^N$,

$$\begin{cases} \partial_t u = \Delta[(d_u + \varphi(u, v))u] + f(u, v), & (0, \infty) \times \Omega, \\ \partial_t v = d_v \Delta v + g(u, v), & (0, \infty) \times \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

endowed with homogeneous Neumann boundary conditions and positive initial data. The unknowns u and v are the densities of two species U and V in competition and the reaction terms f and g are chosen accordingly (for instance as Lotka-Volterra competition type reaction functions).

Systems (1) are rich mathematical objects of great complexity with relevant applications in population dynamics. This poster aims to show an approximation procedure of (1) through a system with linear diffusion and additional fast reaction terms. The approximating model describes the evolution of sub-populations of the species U or V , at the mesoscopic scale. Classical results for linear parabolic systems allow us to obtain the global existence of classical solutions of the mesoscopic system. Moreover, we use entropy methods to obtain (1) as the fast reaction limit, together with the existence of weak solutions [2, 3, 4].

As an application, we consider the case where one species (say U) has a more diverse diet than the other. The approximating linear system is then

$$\begin{cases} \partial_t u_a^\varepsilon = d_a \Delta u_a^\varepsilon + f_a(u_a^\varepsilon, u_b^\varepsilon, v^\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} Q(u_a^\varepsilon, u_b^\varepsilon, v^\varepsilon), & (0, +\infty) \times \Omega, \\ \partial_t u_b^\varepsilon = d_b \Delta u_b^\varepsilon + f_b(u_a^\varepsilon, u_b^\varepsilon, v^\varepsilon) - \frac{1}{\varepsilon} Q(u_a^\varepsilon, u_b^\varepsilon, v^\varepsilon), & (0, +\infty) \times \Omega, \\ \partial_t v^\varepsilon = d_v \Delta v^\varepsilon + f_v(u_a^\varepsilon, u_b^\varepsilon, v^\varepsilon), & (0, +\infty) \times \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

where $Q(u_a, u_b, v) = \phi\left(\frac{u_b + v}{b}\right)u_b - \psi\left(\frac{u_a}{a}\right)u_a$. Under suitable assumptions on ϕ , ψ and the initial data, we are able to prove that, as $\varepsilon \rightarrow 0$, the classical solution of (2) converges towards a weak solution of a cross diffusion system of type (1), with $u = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (u_a^\varepsilon + u_b^\varepsilon)$ and $v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} v^\varepsilon$, [1].

The linear stability of homogeneous equilibria of those systems will be also pointed out and numerical simulations will be included to illustrate the theoretical results.

These results are joint works with Lucilla Corrias (LaMME, Université d'Evry-Paris Saclay), Laurent Desvillettes (IMJ-PRG, Paris, France), Helge Dietert (IMJ-PRG, Paris, France) and Yong-Jung Kim (KAIST, Daejeon, Korea).

References

- [1] Brocchieri, E., Corrias, L., Dietert, H. and Kim, Y-J. *Evolution of dietary diversity and a starvation driven cross-diffusion system as its singular limit*, Submitted, Preprint, arXiv:2011.10304.
- [2] Desvillettes, L. and Trescases, A. *New results for triangular reaction cross diffusion system*, J. Math. Anal. Appl. **430** (2015), 32–59,
- [3] Iida, M., Mimura, M. and Ninomiya, H. *Diffusion, Cross-diffusion and Competitive Interaction*, J. Math. Biol. **53** (2006), 617–641,
- [4] Brocchieri, E., Corrias, L. and Desvillettes, L. *Entropy methods for a class of starvation driven cross-diffusion system*, In preparation.

Contact : elisabetta.brocchieri@univ-evry.fr

Boundary stabilization of a one-dimensional cross-diffusion system in a moving domain using backstepping

Jean CAUVIN-VILA, CERMICS, Ecole des Ponts ; Inria MATERIALS - Paris

We are interested in a particular one-dimensional cross-diffusion system that was proposed and studied in [1] to model the Physical Vapor Deposition (PVD) process used e.g for the fabrication of thin film crystalline solar cells. The procedure works as follows : a wafer is introduced in a hot chamber where several chemical elements are injected under a gaseous form. As the latter deposit on the substrate, a heterogeneous solid layer grows upon it. In the model, the solid layer is composed of $n + 1$ different chemical species and occupies a domain of the form $(0, e(t)) \subset \mathbb{R}_+$, where $e(t) > 0$ denotes the thickness of the film and is determined by the fluxes ϕ_i of atoms that are absorbed at the surface of the layer :

$$e(t) = e_0 + \int_0^t \sum_{i=0}^n \phi_i(s) ds,$$

The cross-diffusion equation in the bulk, together with the flux boundary conditions, form the system :

$$\begin{cases} \partial_t u - \partial_x(A(u)\partial_x u) = 0, & \text{for } t \in \mathbb{R}_+, x \in (0, e(t)), \\ (A(u)\partial_x u)(t, 0) = 0, & \text{for } t \in \mathbb{R}_+, \\ (A(u)\partial_x u)(t, e(t)) + e'(t)u(t, e(t)) = \phi(t), & \text{for } t \in \mathbb{R}_+. \end{cases} \quad (1)$$

In [1], global existence of weak solutions was proved, adapting the *boundedness-by-entropy method* ([4]). The authors also proved long-time asymptotics in the case of constant external fluxes : the solution converges (in a *rescaled* L^1 sense) to constant stationary states with rate at least $\mathcal{O}(\frac{1}{\sqrt{t}})$.

In this poster, we are interested in achieving better rates of convergence (e.g exponential or finite time) to stationary states by controlling the external gas fluxes ϕ_i . We will present the results obtained for the linearized system, following the *backstepping* approach of [3]. This is a joint work with Virginie Ehrlacher and Amaury Hayat at Ecole des Ponts.

Ongoing work is concerned with the treatment of the nonlinear terms in (1). In the future, we would like to propose and study a higher dimensional model for PVD that would include *surfacing diffusion effects* ([2]).

- [1] A. Bakhta, V. Ehrlacher. *Cross-diffusion systems with non-zero flux and moving boundary conditions*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **52(4)**, 1385–1415, 2018.
- [2] J. Cauvin-Vila. *Cross-diffusion systems in moving domains*. Ph.D thesis, Ecole des Ponts et Chaussees, Inria, In preparation.
- [3] J.-M. Coron, H.-M. Nguyen. *Null controllability and finite time stabilization for the heat equations with variable coefficients in space in one dimension via backstepping approach*. Archive for Rational Mechanics and Analysis, **225(3)**, 993–1023, 2017.
- [4] A. Jüngel. *The boundedness-by-entropy method for cross-diffusion systems*. Nonlinearity, **28(6)**, 1963, 2015.

Contact : jean.cauvin-vila@enpc.fr

Sampling from the Wasserstein Barycenter

Chiheb DAALOUL, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille
Thibaut LE GOUIC, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille
Jacques LIANDRAT, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille
Magali TOURNUS, Institut de Mathématiques de Marseille - Marseille

We propose an algorithm to sample points distributed according to the Wasserstein barycenter of absolutely continuous probability measures μ_1, \dots, μ_n . To the best of our knowledge, this is the first sampling algorithm for this distribution, prior work focusing on estimating the density of the barycenter. The algorithm carries out gradient descent on the Wasserstein space to optimize a penalized version of the multimarginal formulation of the barycenter problem. This procedure thus transports randomly initialized points along trajectories distributing them according to an approximate barycenter. Our analysis focuses on a continuous time formulation and assumes Poincaré and variance inequalities for log-concave μ_1, \dots, μ_n . We prove that our method converges exponentially fast to the approximate barycenter and we control the Wasserstein distance to the true barycenter with the penalization.

Contact : chiheb.daaloul@ec-m.fr

Influence of the age structure on the stability in a tumor- immune model for chronic myeloid leukemia (CML)

Kyriaki DARIVA, INRIA and ICJ - Lyon

Thomas LEPOUTRE, INRIA and ICJ - Lyon

The Chronic Myeloid leukemia (CML) is a blood and bone marrow cancer. It is characterized by mutations in the white blood cells which tend to proliferate rapidly and to have better survival capacities than healthy cells. The immune system plays an important role in the long term response. We propose and analyze in [3] a system of partial differential equations (PDEs) for chronic myeloid leukemia (CML), generalizing the ordinary differential equations' system (ODE) proposed in [1, 2].

This model describes the proliferation and differentiation of leukemic cells in the bone marrow and the interactions of leukemic and immune cells. We consider that the differentiation of cells can be described by a continuous variable which we use to structure our system. The model is based on a non-monotonic immune response. At low levels, immune response increases with the tumor load whereas for high levels, tumor is suppressing the effect of immune system (immunosuppression). In particular, under certain hypothesis, immune response grows fast at intermediate levels (in the 'immune window').

With this model we find an unstable disease free-equilibrium point and alternated stability of high equilibria (high tumor load), the highest one being stable. Stability of the steady state describing remission induced by a control due to the immune system depends on the shape of the distribution of maturity of differentiated cells.

Finally we investigate the consequence of changing the distribution of maturity on the potential destabilization of steady states obtained in [1] using realistic parameters.

- [1] A. Besse, G. D. Clapp, S. Bernard, F. E. Nicolini, D. Levy, T. Lepoutre. *Stability Analysis of a Model of Interaction Between the Immune System and Cancer Cells in Chronic Myelogenous Leukemia*. Bulletin of Mathematical Biology, pp. 1–27, 2017. doi :10.1007/s11538-017-0272-7.
- [2] G. D. Clapp, T. Lepoutre, R. El Cheikh, S. Bernard, J. Ruby, H. Labussière-Wallet, F. E. Nicolini, D. Levy. *Implication of the autologous immune system in bcr-abl transcript variations in chronic myelogenous leukemia patients treated with imatinib*. Cancer Research, **75(19)**, 4053–4062, 2015. doi :10.1158/0008-5472.CAN-15-0611.
- [3] K. Dariva, T. Lepoutre. *Influence of the age structure on the stability in a tumor-immune model for chronic myeloid leukemia*, 2021. Working paper or preprint.

Contact : kyriaki.dariva@inria.fr

Échantillonnage optimal et moindres carrés à poids

Albert COHEN, LJLL - Paris

Matthieu DOLBEAULT, LJLL - Paris

On s'intéresse à l'approximation d'une fonction $u \in V := L^2(D, \mu)$, où D est un domaine compact de \mathbb{R}^d et μ une mesure de probabilité sur D , par un élément \tilde{u} de V_n , un sous-espace vectoriel de V de dimension finie n . Pour construire \tilde{u} , on s'autorise à évaluer u en m points $x^1, \dots, x^m \in D$ tirés selon une distribution aléatoire choisie.

Dans cet exposé, on discutera du résultat suivant :

Théorème 1. *Il existe des constantes universelles $C, C' \geq 1$, un échantillonnage aléatoire x^1, \dots, x^m avec $m \leq Cn$ et une application $\tilde{u} : D^m \times \mathbb{R}^m \mapsto V_n$ tels que*

$$\mathbb{E}_{\{x^1, \dots, x^m\}} \left(\|u - \tilde{u}(x^1, \dots, x^m, u(x^1), \dots, u(x^m))\|_{L^2(D, \mu)}^2 \right) \leq C' \min_{v \in V_n} \|u - v\|_{L^2(D, \mu)}^2.$$

La reconstruction \tilde{u} est obtenue par une méthode de moindres carrés à poids, déjà utilisée dans [1] avec un échantillonnage constitué de points i.i.d selon une loi bien choisie. Cependant, un tel tirage ne permet pas exactement d'atteindre un budget optimal $m \sim n$, il faut en fait tirer de l'ordre de $n \ln n$ points pour obtenir une estimation d'erreur semblable au Théorème 1. On utilise alors une sparsification de l'échantillon précédent, qui fonctionne grâce aux résultats d'algèbre linéaire développés dans [2].

- [1] A. Cohen, G. Migliorati. *Optimal weighted least-squares methods*. The SMAI journal of computational mathematics, **3**, 181–203, 2017.
- [2] A. W. Marcus, D. A. Spielman, N. Srivastava. *Interlacing families ii : Mixed characteristic polynomials and the kadison—singer problem*. Annals of Mathematics, pp. 327–350, 2015.

Contact : matthieu.dolbeault@sorbonne-universite.fr

Analysis of a Multi-layer Shallow Water Model

Chourouk EL HASSANIEH, Inria - Paris

The Shallow-Water system is a well known and efficient approximation of the Navier-Stokes System with low computational cost, but its range of application is limited and does not allow access to the vertical profile of the horizontal velocity. In the classical Multi-Layer Shallow Water models, the main idea is to recover information on the variations of the horizontal velocity profile along the vertical axis by a Galerkin-type approximation

$$u(t, x, z) \mapsto \sum_{i=1}^N u_{\alpha}(t, x) \mathbf{1}_{z \in [z_{\alpha-1/2}, z_{\alpha+1/2}]},$$

in the fluid layers without breaking free from the physical restrictions of the Shallow Water problem. Following this approach, the first multi-layer (single fluid) model was introduced [1]. It is known that the multi-layer system in [1] (without mass exchange) loses the property of hyperbolicity. For this reason, E. Audusse, M.O. Bristeau, B. Perthame and J. Sainte-Marie introduced in [2] another multi-layer model based on the same vertical discretization, but taking into consideration a mass exchange term between the fluid layers.

The objective of our work, is to study the well-posedness of the Multi-layer Shallow Water system given in [2]. First, we furnish a full characterization of the hyperbolicity zone for the three layer model by the help of some tools in Algebraic Geometry [4],[3]. Second, we extend our analysis into an arbitrary number of layers. Furthermore, we consider a transformation of the Hydrostatic Euler system as in [5]. We aim to study the eigenvalues of the new system with operator matrix.

- [1] E. Audusse. *A multilayer saint-venant model : derivation and numerical validation*. Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B, **5(2)**, 189–214, 2005.
- [2] E. Audusse, M.-O. Bristeau, B. Perthame, J. Sainte-Marie. *A multilayer Saint-Venant system with mass exchanges for shallow water flows. Derivation and numerical validation*. Math. Model. Numer. Anal., **45(1)**, 169–200, 2011.
- [3] L. González-Vega, T. Recio, H. Lombardi, M.-F. Roy. *Sturm-Habicht sequences, determinants and real roots of univariate polynomials*. In *Quantifier elimination and cylindrical algebraic decomposition (Linz, 1993)*, Texts Monogr. Symbol. Comput., pp. 300–316. Springer, Vienna, 1998.
- [4] M. Jirstrand. *Cylindrical Algebraic Decomposition : An Introduction*. LiTH-ISY-R. Linköpings university, 1995.
- [5] V. M. Teshukov. *On the hyperbolicity of long wave equations*. Dokl. Akad. Nauk SSSR, **284(3)**, 555–559, 1985.

Contact : chourouk.el-hassanieh@inria.fr

ODE models for cell-fate differentiation

Jules GUILBERTEAU, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Cell-fate transition can be modelled by ordinary differential equations (ODEs) which describe the behavior of several molecules in interaction, and for which each stable equilibrium corresponds to a possible phenotype (or 'biological trait'). Such models are widely used in biology in order to describe cell-fate phenomena such as epithelial-mesenchymal transition, hematopoietic stem cells or embryonic stem cells. Nevertheless, these systems have been little studied from a mathematical point of view. In this poster, we focus on simple ODE systems modelling two molecules which each negatively (or positively) regulate the other. It is well-known that such models may lead to monostability or multistability, depending on the selected parameters. However, extensive numerical simulations have led systems biologists to conjecture that in the vast majority of cases, there cannot be more than two stable points.

In this poster, we prove this conjecture, by developing an elegant mathematical framework. More specifically, we provide a criterion ensuring at most bistability, which is indeed satisfied by most commonly used functions. This includes Hill functions, but also a wide family of convex and sigmoid functions. We also characterize the spaces of parameters which lead to either monostability or bistability.

Our main result can be stated as follows :

Théorème 1. *If f and g are two strictly monotonic functions such that $\frac{1}{\sqrt{|f'|}}$ and $\frac{1}{\sqrt{|g'|}}$ are strictly convex, then, for any $\alpha, \beta > 0$, the ODE system*

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha f(y) - x \\ \dot{y} = \beta g(x) - y \end{cases} \quad (1)$$

has at most three equilibria, among which at most two stable equilibria.

Contact : guilberteau@ljl1.math.upmc.fr

Théorie spectrale de l'opérateur de Pauli

Enguerrand LAVIGNE, I2M - Marseille

Nicolas RAYMOND, LAREMA - Angers Loïc LE TREUST, I2M - Marseille

Thématiques : théorie spectrale, EDP, opérateurs de Cauchy-Riemann magnétiques, théorie de Hodge de Rham.

Nous considérerons l'opérateur de Pauli avec champ magnétique sur un anneau pris avec des conditions de Dirichlet. Cet opérateur correspond à l'hamiltonien de l'équation de Pauli; une équation non relativiste de la mécanique quantique qui correspond à celle de Schrödinger pour les particules de spin 1/2 soumises à un champ magnétique.

Formellement, l'opérateur de Pauli agit sur un couple de fonctions de la façon suivante :

$$\mathcal{P}_h = [\sigma \cdot (-ih\nabla - A)]^2,$$

avec $h > 0$ un paramètre semi-classique, σ un vecteur de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})^2$ dont les composantes sont les matrices de Pauli σ_1 et σ_2 . On associe au champ magnétique, noté B , le potentiel $A = (A_1, A_2)$ vérifiant $B = \partial_x A_2 - \partial_y A_1$.

Nous poursuivons l'étude, lors de la limite semi-classique, du bas du spectre lorsque le champ magnétique est supposé strictement positif et radial. En combinant la nouvelle stratégie de preuve introduite par Jean-Marie Barbaroux, Loïc Le Treust, Nicolas Raymond et Edgardo Stockmeyer dans [1] et en réinterprétant les idées développées par Bernard Helffer et Mikael Persson Sundqvist dans [2], on obtient le comportement asymptotique suivant

$$\lambda_k(h) = \alpha_k(h) \sqrt{h} e^{\frac{2\phi_{min}}{h}} (1 + o_{h \rightarrow 0}(1)),$$

où

$$\alpha_k(h) = \min_{\substack{V \subset \mathbb{Z} \\ \#V = k}} \max_{m \in V} f\left(m - \frac{c_0}{h}\right),$$

avec $c_0 \in \mathbb{R}$, ϕ_{min} une constante strictement négative et $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction coercive connue explicitement en fonction des données du problème.

[1] J.-M. Barbaroux, L. Le Treust, N. Raymond, E. Stockmeyer. *On the semiclassical spectrum of the Dirichlet-Pauli operator*. Journal of the European Mathematical Society, 2020.

[2] B. Helffer, M. P. Sundqvist. *On the semi-classical analysis of the groundstate energy of the dirichlet pauli operator in non-simply connected domains*. arXiv preprint arXiv :1702.02404, 2017.

Contact : enguerrand.lavigne-bon@univ-amu.fr

Stabilité des schémas d'ordres élevés en domaine borné d'espace

Benjamin BOUTIN, IRMAR - Université de Rennes 1
Pierre LE BARBENCHON, IRMAR - Université de Rennes 1
Nicolas SEGUIN, IRMAR - Université de Rennes 1

Mots-clés : Stabilité, Méthode de Lax-Wendroff Inverse, Théorie GKS, Valeurs propres généralisées, Matrices Quasi-Toeplitz, Pseudo-spectre

Le but de cet exposé est d'étudier les schémas numériques d'ordres élevés en domaine borné d'espace et notamment les aspects de stabilité. L'étude est illustrée par des schémas numériques approchant les solutions de l'équation de transport en dimension 1.

La méthode de Lax-Wendroff Inverse décrite dans l'article [3] permet de fixer la consistance en entrée à un certain ordre. En effet, l'utilisation de l'EDP permet de transformer les dérivées spatiales en dérivée temporelle et donc de définir des points fantômes au bord du schéma ne dépendant que de la donnée de bord du problème. La consistance est préservée mais il faut s'assurer de la stabilité du schéma.

La théorie GKS introduite dans l'article [2] est un outil puissant pour étudier la stabilité des problèmes en domaine spatial borné. En effet, cet article donne une condition nécessaire et suffisante pour que le problème en domaine semi-borné (borné d'un seul côté) soit stable, notamment à travers l'étude de ce qu'on appellera des *valeurs propres généralisées*. Cette théorie détermine une condition suffisante pour que le problème en domaine entièrement borné (borné des deux côtés) puisse être traité en connaissant la stabilité avec chacun des bords. On donne plusieurs exemples qui illustrent les difficultés en présence de valeurs propres généralisées.

En considérant les matrices liées au schéma en domaine borné, on trouve des matrices Quasi-Toeplitz [1]. Leurs spectres ainsi que la limite des spectres quand on fait tendre la dimension de la matrice vers l'infini est un indicateur pour parler de stabilité, cependant il n'est pas suffisant pour conclure. On introduit donc la notion de ε -pseudo-spectre qui permet de mieux appréhender ce qu'il se passe quand la dimension augmente. La résolvente est alors un outil permettant de faire un potentiel lien entre le pseudo-spectre et la théorie GKS.

- [1] R. M. Beam, R. F. Warming. *The asymptotic spectra of banded Toeplitz and quasi-toeplitz matrices*. SIAM Journal on Scientific Computing, **14**(4), 971–1006, 1993.
- [2] B. Gustafsson, H.-O. Kreiss, A. Sundström. *Stability theory of difference approximations for mixed initial boundary value problems. II*. Mathematics of Computation, **26**(119), 649–649, 1972.
- [3] F. Vilar, C.-W. Shu. *Development and stability analysis of the Inverse Lax Wendroff boundary treatment for central compact schemes*. ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, **49**(1), 39–67, 2015.

Contact : pierre.le-barbenchon@ens-rennes.fr

Double-scale diffusive wave model dedicated to spatial river observation and associated covariance kernels for variational data assimilation

Thibault MALOU, IMT/INSA - CLS - Toulouse
Jérôme MONNIER, IMT/INSA - Toulouse

The spatial altimetry provides an important amount of water surface height data from multi-missions satellites (especially Jason-3, Sentinel-3A/B and the forthcoming NASA-CNES SWOT mission). To exploit at best the potential of spatial altimetry, the present study proposes the derivation of a model adapted to spatial observations scale : a diffusive-wave type model that takes into account both the scale of the continuum mechanics and of the altimetric observations scale (see [4]).

Moreover, Green-like kernels can be employed to derived covariance operators. Therefore, they may provide an approximation of the covariance kernel of the background error in Variational Data Assimilation (VDA) processes. In data assimilation, the estimation of the background error covariance is a classical and still open topic (see e.g. [1]). In this context, the VDA approach is developed to infer the bathymetry in the river flow models, here the Saint-Venant equations. Following the derivation of the aforementioned original two-scale flow model, we present the derivation of a Green-like kernel and of the consequent covariance kernels. These covariance kernels are used to model the covariance kernel of the background error for the bathymetry (see [3]). These physically-based covariances take into account more dynamics than the empirical covariance kernels classically-used. Moreover, it provides physically-consistent parameters.

The two parts of this study are applied on a real-like dataset derived from the Rio Negro River (Amazon basin). The diffusive wave equation adapted to the observations scale provides more accurate results than the classical version. It is especially true for the estimation of the discharge because the slope estimation computed from the observations scale water surface elevation takes into account variations inner to the observations scale. The presented method to estimate the background error covariance is investigated by comparing the physically-derived and classical kernels, such as the decreasing exponential or the Gaussian, with physically-consistent parameters with classical kernels, such as the decreasing exponential with arbitrary parameters (see e.g. [2]). The physically-derived and physically-consistent exponential kernels provide better accuracy and faster convergence than the classical kernels, especially in the first iterations of the VDA optimization process.

- [1] R. N. Bannister. *A review of forecast error covariance statistics in atmospheric variational data assimilation. i : Characteristics and measurements of forecast error covariances*. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, **134(637)**, 1951–1970, 2008. doi :10.1002/qj.339.
- [2] K. Larnier, J. Monnier, P.-A. Garambois, J. Verley. *River discharge and bathymetry estimations from SWOT altimetry measurements*. Inverse Problems Sc. Eng., 2020.
- [3] T. Malou, J. Monnier. *Covariance kernels investigation from diffusive wave equations for data assimilation in hydrology*. in prep., 2021.
- [4] T. Malou, J. Monnier. *Double scale diffusive wave equation dedicated to spatial rivers observations*. in prep., 2021.

Contact : malou@insa-toulouse.fr

A model for cell division dynamics leading to senescence

Anaïs RAT, I2M - Institut de Mathématiques de Marseille

Telomeres, regions of highly repetitive –and therefore a priori non-coding– DNA sequences capping the end of eukaryote chromosomes, are essential in maintaining genomic integrity by protecting chromosome extremities. Unavoidable consequence of the end-replication problem, chromosomes indeed shorten with every round of replication which would result, in absence of non-coding telomeric sequences, in the loss of coding DNA sequences essential to cellular function.

A dedicated enzyme called *telomerase* is however able to counterbalance telomere systematic shortening by elongating them. When telomerase is not expressed though, as in human somatic cells or in experimentally mutated cells, telomeres shorten until reaching a minimum length (the Hayflick limit) recognized as DNA damage which triggers *replicative senescence* –a generally irreversible arrest in the cell-cycle– and eventually leads to death of the cell.

If replicative senescence protects organisms from unrestricted cell proliferation, it is characterized by a high level of heterogeneity –still not well-understood– which promotes genome instability and senescence escape. In particular, some cells manage to escape senescence or even maintain their telomeres in absence of telomerase –the ALT-mutants implicated in 10%–15% of cancers.

In this poster, we first present a model for cell dynamics in absence of telomerase and ALT-mutant, taking into account telomere shortening with a mechanistically-based description formulated in [1]. It also accounts for the experimentally observed variability in the senescence onset through a more phenomenological description based on [2]. The model is supported by experimental data as well as numerical simulations of both cell lineages (one daughter tracked at each cell division) and cell populations, all presented in a second part. Simulations also allow prediction on the evolution of non-experimentally accessible data. In a third part we discuss how to include ALT-mutants in the model.

- [1] S. Eugène, T. Bourgeron, Z. Xu. *Effects of initial telomere length distribution on senescence onset and heterogeneity*. *Journal of Theoretical Biology*, **413**, 58–65, 2017. doi :10.1016/j.jtbi.2016.11.010.
- [2] H. Martin. *Étude de données et analyse de modèles intégro-différentiels en biologie cellulaire*. Ph.D. thesis, 2019.

Contact : anaïs.rat@centrale-marseille.fr

Model order reduction methods for Lindblad type equations

Lev-Arcady SELLEM, Mines ParisTech, Inria - Paris

We study the *cat qubit* proposal for the physical implementation of a quantum computer, where each qubit is encoded into the state of a quantum harmonic oscillator [2]. Assessing its suitability – e.g. the provided protection of the encoded logical information from external perturbations, the experimental parameter range to achieve this protection, etc. – relies on our ability to simulate this infinite-dimensional system in practically relevant settings. The simplest model of a cat-qubit is given by the following Lindblad type equation on $\mathcal{H} = L^2(\mathbf{R}, \mathbf{C})$ [2] :

$$\frac{d}{dt}\rho = D[\mathbf{a}^2 - \alpha^2](\rho) \quad (1)$$

where ρ is the *density operator* describing the system, *i.e.* a hermitian, positive semi-definite operator with unit trace on \mathcal{H} , $\alpha \in \mathbf{C}$ is a constant parameter, $\mathbf{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + \partial_x)$ is the *annihilation* operator of the harmonic oscillator and $D[L](\rho) := L\rho L^\dagger - \frac{1}{2}(L^\dagger L\rho + \rho L^\dagger L)$ for any (unbounded) operator L . We will focus on the numerical simulation of (1), enriched with additional terms accounting for external perturbations, the effect of which we want to quantify. The main challenges are the infinite dimension of \mathcal{H} and the preservation of the geometric properties of density operators : $\rho = \rho^\dagger \geq 0$, $Tr(\rho) = 1$.

The usual strategy for the simulation of a Lindblad type equation is a Galerkin projection onto the space spanned by a finite truncation of the *Fock basis*, an orthonormal basis of L^2 formed by the eigenstates of the harmonic oscillator hamiltonian $H = \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a} + \frac{1}{2}I$. The number N of Fock states necessary to accurately represent the solution of (1) is, however, typically much larger than $|\alpha|^2$. This scaling prevents the method from extending to more complex situations like multi-qubits dynamics, which involve density operators on the tensor product $\mathcal{H}^{\otimes m}$, where $m \geq 1$ denotes the number of qubits considered. Indeed, in the range $|\alpha|^2 \in [2, 10]$ used in experiments [2], the density operator associated with m cat-qubits with a typical Fock truncation of $N = 100 \gg 10$ is represented by a matrix of size $N^m = 10^{2m}$ that quickly leads to untractable computations.

The recent work [1] introduced a so-called *shifted Fock basis* tailored to the simulation of (1), relying on the fact that we know the steady states of the unperturbed equation (1) and that the additional perturbation terms they consider are polynomials in \mathbf{a} and \mathbf{a}^\dagger . We alternately propose to extract an efficient simulation basis from a few reference simulations by a systematic model order reduction strategy adapted to Lindblad type equations on density operators. We present numerical evidence that this strategy yields numerical results with an accuracy and a marginal cost in the online stage similar to that of simulations using the shifted Fock basis. This paves the way to an efficient numerical approach for more complex settings that are being addressed in ongoing works [3].

This is joint work with Claude LE BRIS (Ponts ParisTech, Inria) and Pierre ROUCHON (Mines ParisTech, Inria).

- [1] C. Chamberland, et al. *Building a fault-tolerant quantum computer using concatenated cat codes*. arXiv :2012.04108 [quant-ph], 2020.
- [2] M. Mirrahimi, et al. *Dynamically protected cat-qubits : a new paradigm for universal quantum computation*. New Journal of Physics, 2014.
- [3] L.-A. Sellem. *Mathematical methods for simulation, estimation and control of open quantum systems*. Ph.D. thesis, Mines ParisTech, Inria, In preparation.

Contact : lev-arcady.sellem@inria.fr

Edge adaptive schemes and machine learning for high-accuracy finite volume schemes

Albert COHEN, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris
Olga MULA HERNANDEZ, Dauphine-CEREMADE - Paris
Agustin SOMACAL, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Paris

Edge-adapted methods have been introduced in the context of image processing [1] to reconstruct high resolution images from coarser cell averages. In this work we add this techniques as a building block of a finite volume solver to gain in accuracy and avoid numerical dissipation, when the transported solution is a piece-wise smooth function that is in principle not well captured by the averaged values over a coarse grid. We compare this algebraic approach to that introduced in [3] as well as to learning-based methods [2] in which an artificial neural network (NN) (or in principle any other non linear sufficiently rich function family) is used to attain the same goal.

- [1] F. Arandiga, A. Cohen, R. Donat, N. Dyn, B. Matei. *Approximation of piecewise smooth functions and images by edge-adapted (ENO-EA) nonlinear multiresolution techniques*. Applied and Computational Harmonic Analysis, **24(2)**, 225–250, 2008. doi :10.1016/j.acha.2007.06.009.
- [2] B. Després, H. Jourden. *Machine Learning design of Volume of Fluid schemes for compressible flows*. Journal of Computational Physics, **408**, 2020. doi :10.1016/j.jcp.2020.109275.
- [3] J. E. Pilliod, E. G. Puckett. *Second-order accurate volume-of-fluid algorithms for tracking material interfaces*. Journal of Computational Physics, **199(2)**, 465–502, 2004. doi : 10.1016/j.jcp.2003.12.023.

Contact : somacal@ljl11.math.upmc.fr

Schéma à l'ordre 2 limitant la diffusion pour l'ablation liquide

Simon PELUCHON, CEA Cesta - Le Barp

Lucas TALLOIS, CEA Cesta

& Institut de Mathématiques de Toulouse (INSA) - Le Barp

Philippe VILLEDIEU, ONERA

& Institut de Mathématiques de Toulouse (INSA) - Toulouse

Lors de sa rentrée dans l'atmosphère d'une planète, un engin spatial tel qu'une sonde par exemple, subit un freinage important dû aux frottements des gaz atmosphériques. Afin de garantir l'intégrité de la structure, la face de la capsule qui subit le freinage est recouverte d'un bouclier thermique. Dans la phase de rentrée atmosphérique, la surface de ce bouclier thermique va subir une dégradation physico-chimique globalement appelée ablation. Dans le cas où la protection thermique est constituée d'un matériau composite, nous devons traiter la problématique de l'ablation liquide. La liquéfaction de la partie métallique ainsi que la sublimation de la structure en carbone donnent lieu à des écoulements diphasiques complexes (grands ratios de pressions, de densités, ...).

Ces écoulements diphasiques sont traités par une méthode d'interface diffuse. Elle permet de résoudre les mêmes équations sur tout le domaine, de créer de nouvelles interfaces ainsi que de gérer les changements topologiques. Cependant, cette méthode va produire une diffusion numérique de l'interface entre deux fluides non miscibles. Afin de réduire cette diffusion et mieux représenter l'interface liquide-gaz, des schémas numériques précis et robustes doivent être utilisés.

Dans le cadre d'une approche volumes finis, une reconstruction linéaire des grandeurs d'intérêt au sein des cellules, limitée par une fonction bien choisie, appelée limiteur, permet d'obtenir un schéma d'ordre 2 en espace sans produire d'oscillations (méthode MUSCL). Un limiteur compressif, appliqué uniquement à la variable correspondant à la fraction volumique de liquide, est employé afin de limiter la diffusion numérique à l'interface entre les deux fluides considérés et de capturer précisément la discontinuité de contact. Ce limiteur est applicable sur des maillages structurés mais déformés par l'ablation.

Un splitting d'opérateur avec un traitement implicite de la partie acoustique et explicite de la partie de transport permet de lever la contrainte sur le pas de temps lié aux ondes acoustiques, notamment en cas de présence d'une phase liquide. L'extension à l'ordre 2 en temps du schéma splitté sera aussi présentée.

Contact : lucas.tallos@cea.fr

Theoretical and numerical analysis of a simple turbulent compressible model.

Sergey GAVRILYUK, IUSTI UMR CNRS 7343, - Marseille, France.

Jean-Marc HÉRARD, EDF R&D, 78400 Chatou - I2M UMR CNRS 7373, Marseille, France

Olivier HURISSE, EDF R&D, - 78400 Chatou, France.

Ali TOUFAILI, EDF R&D, 78400 Chatou - I2M UMR CNRS 7373, Marseille, France

Abstract

Turbulent compressible flows are encountered in many industrial applications, for instance when dealing with combustion or aerodynamics. This paper is dedicated to the study of a simple turbulent model for compressible flows. It is based on the Euler system with an energy equation and turbulence is accounted for with the help of an algebraic closure that impacts the thermodynamical behavior. Thereby, no additional PDE is introduced in the Euler system. First, a detailed study of the model is proposed : hyperbolicity, structure of the waves, nature of the fields, existence and uniqueness of the Riemann problems. Then, numerical simulations are proposed on the basis of existing finite-volumes schemes. These simulations allow to perform verification test cases and more realistic explosion-like test cases with regards to the turbulence level.

We refer the reader to [1, 2] for details.

- [1] S. L. Gavriljuk, J.-M. Hérard, O. Hurisse, A. Toufaili. *Theoretical and numerical analysis of a simple turbulent compressible model*, 2020. Working paper or preprint.
- [2] J.-M. Hérard, H. Lochon. *A simple turbulent two-fluid model*. *Comptes Rendus Mécanique*, **344(11-12)**, 776–783, 2016.

Contact : ali.toufaili@edf.fr

Reduction of a stochastic model of gene expression: Lagrangian dynamics gives access to basins of attraction as cell types and metastability

Elias VENTRE, Inria Dracula - Lyon
Thibault ESPINASSE, Inria Dracula - Lyon
Charles-Edouard BREHIER, UCBL - Lyon
Vincent CALVEZ, Inria Dracula - Lyon
Thomas LEPOUTRE, Inria Dracula - Lyon
Olivier GANDRILLON, LBMC - Lyon

Differentiation is the process whereby a cell acquires a specific phenotype, by differential gene expression as a function of time. This is thought to result from the dynamical functioning of an underlying Gene Regulatory Network (GRN). The precise path from the stochastic GRN behavior to the resulting cell state is still an open question. In this work we propose to reduce a stochastic model of gene expression, where a cell is represented by a vector in a continuous space of gene expression, to a discrete coarse-grained model on a limited number of cell types. We develop analytical results and numerical tools to perform this reduction for a specific model characterizing the evolution of a cell by a system of piecewise deterministic Markov processes (PDMP). Solving a spectral problem, we find the explicit variational form of the rate function associated to a Large deviations principle, for any number of genes. The resulting Lagrangian dynamics allows us to define a deterministic limit of which the basins of attraction can be identified to cellular types. In this context the quasipotential, describing the transitions between these basins in the weak noise limit, can be defined as the unique solution of an Hamilton-Jacobi equation under a particular constraint. We develop a numerical method for approximating the coarse-grained model parameters, and show its accuracy for a symmetric toggle-switch network. We deduce from the reduced model an approximation of the stationary distribution of the PDMP system, which appears as a Beta mixture. Altogether those results establish a rigorous frame for connecting GRN behavior to the resulting cellular behavior, including the calculation of the probability of jumps between cell types.

This work is the object of a paper which is under revision in J. Math. Biol [1].

- [1] E. Ventre, T. Espinasse, C.-E. Bréhier, V. Calvez, T. Lepoutre, O. Gandrillon. *Reduction of a stochastic model of gene expression : Lagrangian dynamics gives acces to basins of attraction as cell types and metastability*. bioRxiv, 2020.

Contact :

Existence and regularity of a magnetohydrodynamic with Navier boundary condition in 2-D

Elsy WEHBE, LMAP - Université de Pau et des Pays de l'Adour, Université de Djibouti

Chérif AMROUCHE, LMAP, Université de Pau et des Pays de l'Adour - PAU

Magnetohydrodynamic (MHD) is the discipline studying the behaviour of conductive fluids of electricity when their movement is coupled to the electromagnetic field. Here we study in Ω , a multi-connected two dimensional domain, the existence of solutions for a MHD coupling an equation of polymer aqueous solution with Maxwell equation of electromagnetic. These equations are presented, in the stationary case, as the following :

$$\begin{aligned} -\nu\Delta\mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)(\mathbf{u} - \alpha\Delta\mathbf{u}) + \nabla\pi - (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \frac{1}{2}\nabla(|\mathbf{B}|^2) &= \mathbf{f} && \text{in } \Omega, \\ -\Delta\mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \nabla\theta &= 0 && \text{in } \Omega, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 && \text{in } \Omega, \end{aligned}$$

where \mathbf{u} and \mathbf{B} are the velocity field and the magnetic field, π is the pressure of the fluid, θ is an unknown function related to the motion of heavy ions and \mathbf{f} is the external force acting on the fluid. We study the existence of solutions $(\mathbf{u}, \mathbf{B}, \pi, \theta)$ in $\mathbf{H}^2(\Omega) \times \mathbf{H}^2(\Omega) \times L^2(\Omega) \times \mathbf{H}^1(\Omega)$ with the Navier-type boundary conditions :

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} &= 0, & \operatorname{curl} \mathbf{u} &= 0, & \text{on } \partial\Omega \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} &= 0, & \operatorname{curl} \mathbf{B} &= 0, & \text{on } \partial\Omega. \end{aligned}$$

To solve our problem we need some estimations related to the Stokes associated problem. One of the difficulties is the geometry of the domain, supposed here non simply connected. On the other hand, it is shown an additional regularity in $\mathbf{W}^{2,p}(\Omega)$ for the magnetic field.

Références

- [1] Amrouche, C., Seloula, N.H. L^p theory for vector potentials and Sobolev's inequality for vector fields : Application to the Stokes equations with pressure boundary conditions. Mathematical Models and Methods in Applied sciences, Vol. 23, N. 1 (2013) 37-92

Contact : elsy.wehbe@univ-pau.fr

Présentation des activités de AMIES

Magalie FREDOC, AMIES - CNRS / UGA

Véronique MAUME-DESCHAMPS, Institut Camille Jordan - Université Lyon 1
Michel MEHRENBARGER, Institut de Mathématiques de Marseille - Aix-Marseille université
Edoardo PROVENZI, Institut de Mathématiques de Bordeaux - Université de Bordeaux

AMIES, l'Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société est un LABo-ratoire d'EXcellence créé en 2011 dans le cadre du Plan Investissement d'Avenir, en partenariat avec le CNRS, Inria et l'université Grenoble Alpes.

AMIES vise à développer et rendre plus visibles les interactions en mathématiques entre le monde académique et le monde industriel, afin de lever des verrous technologiques et de booster l'innovation au sein des entreprises. Les cibles principales d'AMIES sont les petites et moyennes entreprises, pour lesquelles l'accès à une expertise mathématique de haut niveau est plus difficile.

AMIES est un des partenaires financiers de la biennale.

Contact : magalie.fredoc@agence-maths-entreprises.fr

Publications de la SMAI et programme *Subscribe to Open*

Amandine VÉBER, Vice-présidente en charge des publications de la SMAI - Paris
EDP SCIENCES, Maison d'édition scientifique (STM) - Les Ulis

Nous présenterons le bouquet de revues de la SMAI et le nouveau programme que la SMAI et son partenaire EDP Sciences ont lancé début 2021 afin d'ouvrir leurs revues communes à tou.te.s sans recourir aux frais de publication pour les auteurs : le *Subscribe to Open*. Sous ce modèle de publication collaboratif, les bibliothèques s'abonnent aux revues afin que leur contenu puisse être en accès totalement ouvert.

Par ce programme, la SMAI et EDP Sciences souhaitent développer un nouveau modèle de publication vertueux dans lequel les mathématicien.ne.s et les bibliothèques de mathématiques retrouvent un rôle central dans le pilotage de l'édition scientifique. Ce projet a reçu un soutien du Fonds National pour la Science Ouverte lors de leur premier appel à projets¹.

Contact : amandine.veber@parisdescartes.fr

1. Communiqué de presse : <https://www.edpsciences.org/fr/actualites/2209-smai-awarded-funding-from-fonds-national-pour-la-science-ouverte-fnso-for-subscribe-to-open-maths-journals-published-in-partnership-with-edp-sciences>

Session spéciale 1 : Table ronde "Enseignement"	244
Session spéciale 2 : Soirée thématique MODCOV19	245
Session spéciale 3 : Soirée "Vie de la communauté"	246

Session Enseignement - La nouvelle place des mathématiques au lycée dans la réforme du baccalauréat général : premier bilan et premières conséquences pour l'enseignement supérieur

Yann DEMICHEL, MODAL'X - Nanterre
Violaine ROUSSIER-MICHON, IMT - Toulouse

La réforme du baccalauréat a été mise en oeuvre à la rentrée 2019 pour la classe de Première et à la rentrée 2020 pour la classe de Terminale. Tronc commun, spécialités, options et grand oral sont autant de nouveautés qui sont venues chambouler l'enseignement au lycée. Parmi toutes les disciplines enseignées dans le secondaire, les mathématiques ont été particulièrement impactées en ne figurant pas sur la liste des matières obligatoires suivies par tous les lycéens qui peuvent donc choisir de ne plus les apprendre à l'issue de la seconde.

Alors même que notre communauté est toujours davantage sollicitée pour promouvoir les mathématiques, notamment auprès des filles ou des élèves issus de milieux défavorisés ; que les mathématiques concernent la majorité des formations post-bac - et pas seulement celles du domaine scientifique - ; que le nombre de candidats aux concours d'enseignement des mathématiques reste fragile ; le traitement qui leur est fait par cette réforme semble bien contradictoire et nous faire craindre le pire. Qu'en est-il vraiment ? Les lycéennes et les lycéens ont-ils réellement délaissé les mathématiques au profit de matières plus "accessibles" dans l'objectif à court terme d'une meilleure réussite au baccalauréat ou, au contraire, leur ont-ils réservé une place de choix dans leurs triplettes et leurs doublettes, quitte à reformer les séries d'avant, pour ne pas risquer de se fermer l'accès aux formations post-bac qu'ils ambitionnent d'intégrer ? Quels sont les nouveaux profils de lycéennes et de lycéens et qu'est-ce qui a guidé leurs choix ? Comment les établissements du supérieur se préparent-ils à accueillir à la rentrée prochaine cette première promotion de nouveaux bacheliers ? Ont-ils d'ores et déjà modifié leurs attendus pour l'admission via Parcoursup ? Les enseignants vont-ils (devoir) adapter leurs contenus de cours ?

Ce sont autant de questions auxquelles nous tenterons d'apporter quelques éléments de réponse grâce à nos deux invités :

- Sophie Astié, enseignante en lycée, membre du groupe de recherche IREM liaison lycée-université (Montpellier).
- Simon Modeste, maître de conférence en didactique des mathématiques à l'IMAG, Université de Montpellier, responsable L1 "Mathématiques et applications" et président de sa commission Parcoursup (<https://imag.umontpellier.fr/~modeste/>).

Contact : roussier@insa-toulouse.fr

Session Spéciale MODCOV19

Jean-Stéphane DHERSIN, INSMI & LAGA - CNRS & Université Sorbonne Paris Nord

Amandine VÉBER, MAP5 - CNRS **Elisabeta VERGU**, MaiAGE - INRAE

Invités :

- Pierre-Yves Boëlle (iPLESP, Sorbonne Université)
- Amaury Lambert (LPSM & Smile, Sorbonne Université & Collège de France)
- Mircea Sofonea (MIVEGEC, Université de Montpellier)
- Nicolas Thorr (IECL, Inria & Université de Lorraine)

Cette table ronde sera l'occasion, dans un premier temps, de revenir sur la mise en place de la plateforme MODCOV19 (<https://modcov19.math.cnrs.fr/>), son rôle dans la coordination des actions de modélisation, issues notamment de la communauté des mathématiques appliquées, autour des multiples facettes de la crise due à la Covid-19. La construction de liens de la plateforme avec la communauté historique de modélisateurs en épidémiologie sera également abordée. Un deuxième but est d'échanger autour du rôle de la modélisation au sens large dans la gestion de cette crise et au-delà et des formes plus pérennes d'organisation d'une communauté avec des compétences mobilisables rapidement en cas d'une éventuelle nouvelle crise. Les invités à la table ronde, provenant des différentes communautés impliquées dans la modélisation autour de la Covid-19, pourront éclairer le débat, forts de leur expertise, et répondre aux éventuelles questions issues de la salle.

Programme :

- Jean-Stéphane Dhersin : MODCOV19 - présentation de la plateforme, succès, difficultés, autres actions de mobilisation et discussion
- Nicolas Thorr : Étude de séroprévalence à l'échelle d'une métropole (le Grand Nancy) et discussion
- Echanges avec la salle sur les points mentionnés dans le résumé et échanges libres

La soirée sera modérée par Manon Costa (IMT, Université Paul Sabatier).

Contact : responsable_modcov19@math.cnrs.fr

Vie de la communauté

Matthieu AUSSAL, CMAP - Ecole polytechnique, VP SMAI Actions Grand Public
Raphaël LOUBERE, Institut de Mathématiques de Bordeaux - CNRS
Véronique MAUME-DESCHAMPS, Institut Camille Jordan - Université Lyon 1
Flore NABET, CMAP - Ecole polytechnique

Cette soirée spéciale a pour but de transmettre un certain nombre d'informations importantes sur diverses actions menées à l'intérieur de la communauté des mathématiques françaises, et en particulier des mathématiques appliquées. Ces informations seront notamment utiles aux plus jeunes collègues.

- Matthieu Aussal : Présentation de la SMAI et de ses activités.
- Raphaël Loubère : Présentation de la fédération de Recherche MARGAUX.
- Véronique Maume-Deschamps : Présentation des activités de l'Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société (AMIES).
- Flore Nabet : Après la thèse - Présentation de l'Opération Postes.

Contact : matthieu.aussal@polytechnique.edu

Index alphabétique des orateurs

Ait Ameer Katia	
Méthodes numériques d'ordre élevé pour les modèles aux moments	
Minisymposium 14 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Salle Mourèze	98
Akian Marianne	
Probabilistic, mean-field and transport PDE models of Covid-19 epidemics, with variable contact rates and user mobility	
Minisymposium 19 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Salle Les 3 Fontaines	124
Allegrini Paola	
Un schéma numérique préservant l'asymptotique bas Mach pour les équations d'Euler	
Minisymposium 9 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Salle Les 3 Fontaines	73
Allouch Samar	
Mathematical analysis of an adhesive point submitted to an external force of bounded variation	
Session parallèle 6 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Salle Les 3 Fontaines	154
Alvarez Laguna Alejandro	
A Grad closure for low-temperature plasmas : derivation of the equations, numerical methods and validation with experiments	
Minisymposium 14 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Salle Mourèze	99
Amenoagbadji Pierre	
Ondes en milieux quasi-périodiques, le cas unidimensionnel dissipatif : Etude et résolution numérique	
Session parallèle 7 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Salle Mistral	158
Angot Philippe	
Sur la solvabilité globale en temps du problème couplé de Navier-Stokes/Darcy	
Session parallèle 9 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Salle Pic Saint Loup	166
Antoine Xavier	
A fast second-order discretization scheme for the linearized Green-Naghdi system with absorbing boundary conditions	
Minisymposium 2 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Salle Mistral	38
Antonsanti Pierre-Louis	
Partial Matching in the Space of Varifolds	
Minisymposium 6 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Salle Pic Saint Loup	59
Aubin-Frankowski Pierre-Cyril	
Noyau reproduisant LQ et espaces de trajectoires contrôlées en contrôle optimal Linéaire-Quadratique (à contraintes d'état)	
Session parallèle 3 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Salle Camargue	138
Aussal Matthieu	
Castor, un environnement C++ pour le calcul matriciel	
Session parallèle 2 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Salle Mistral	132
Aussel Didier	
Bilevel optimisation in energy transition : the example of Demand-Side Management and Industrial eco-park	
Session parallèle 13 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Salle Camargue	183
Bach Francis	
Finding Global Minima via Kernel Approximations	
Conférence plénière 1 - Mardi, 08h30, Salle Les 3 Fontaines	22
Baradat Aymeric	
Minimisation entropique par rapport au mouvement Brownien branchant	
Minisymposium 4 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Salle Camargue	49
Barrué Grégoire	
The Stochastic Zakharov system in dimension 1	
Session parallèle 4 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Salle Pic Saint Loup	144
Bellotti Thomas	

Fully adaptive lattice Boltzmann methods with error control based on multiresolution analysis	
Session parallèle 2 - Exposé 2 - Lundi, 17h20, Salle Mistral	133
Benoit Antoine	
Stability of hyperbolic boundary value problem approximations in an interval	
Minisymposium 2 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Salle Mistral	39
Bernard Pauline	
Extension d'immersions injectives pour la synthèse d'observateurs	
Minisymposium 3 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Salle Camargue	43
Bestard Mickael	
Simulation numérique avec Julia	
Minisymposium 12 - Exposé 2 - Mercredi, 11h30, Salle Pic Saint Loup	90
Biezemans Rutger	
Multi-scale finite element methods for advection-diffusion problems	
Session parallèle 2 - Exposé 3 - Lundi, 17h40, Salle Mistral	134
Blél Mohamed Raed	
Influence of sampling on the convergence rates of greedy algorithms for parameter-dependent random variables	
Session parallèle 12 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Salle Mistral	178
Bloch Helene	
A multigrid solver for the M1 model for radiative transfer	
Session parallèle 2 - Exposé 4 - Lundi, 18h00, Salle Mistral	135
Boissier Mathilde	
Optimisation de trajectoire laser en fabrication additive	
Minisymposium 1 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Salle Les 3 Fontaines	33
Bonnet Guillaume	
Un schéma aux différences finies linéaire pour approcher la distance de Randers sur une grille cartésienne	
Session parallèle 2 - Exposé 5 - Lundi, 18h20, Salle Mistral	136
Bonnet-Ben Dhia Anne-Sophie	
Equations de Maxwell en présence d'une pointe conique de matériau négatif	
Minisymposium 17 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Salle Mistral	113
Bottois Arthur	
Approximation de contrôles exacts pour une équation des ondes semi-linéaire	
Session parallèle 3 - Exposé 2 - Lundi, 17h20, Salle Camargue	139
Boucart Amandine	
Modélisation multi-échelle de la diffraction par une couche mince de nanoparticules disposées aléatoirement	
Session parallèle 17 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Mistral	201
Boukassa Saliha	
Weak and Strong Solution for a Magnetohydrodynamic Problem	
Session parallèle 10 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Salle Mourèze	170
Boukraa Mohamed	
Méthodes à régularisation évanescence pour la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique	
Session parallèle 17 - Exposé 2 - Jeudi, 17h20, Salle Mistral	202
Boulos Al Makary Nelly	
Analyse d'un modèle de type Saint Venant à deux vitesses	
Session parallèle 14 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Salle Pic Saint Loup	187
Bournissou Mégane	
Quadratic behaviors of 1D linear Schrödinger equation, with bilinear control	
Session parallèle 18 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Camargue	206
Bourriaud Alexandre	
Un critère d'adaptation de maillage lié à la détection MOOD d'un schéma volumes finis d'ordre élevé	
Session parallèle 19 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Pic Saint Loup	211
Brécheteau Claire	
Approximation de données par une union d'ellipsoïdes et partitionnement.	
Minisymposium 5 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Salle Mourèze	54
Brault Vincent	
Utilisation du pooling pour les tests RT-qPCR	
Minisymposium 19 - Exposé 2 - Mercredi, 11h30, Salle Les 3 Fontaines	125
Bridel-Bertomeu Thibault	
A k-exact ENO-like least-square reconstruction for compressible flows applied to sharp immersed boundaries	
Session parallèle 19 - Exposé 2 - Jeudi, 17h20, Salle Pic Saint Loup	212

Brivadis Lucas	
Observateurs de Luenberger en dimension infinie : application à un processus de cristallisation	
Minisymposium 3 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Salle Camargue	44
Brocchieri Elisabetta	
Mesoscopic fast-reaction approach of triangular cross-diffusion systems and application to population dynamics	
Session posters 1 - Poster 1 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	222
Bulanyi Bohdan	
Regularity for optimal compliance problems with length penalization	
Session parallèle 8 - Exposé 1 - Mardi, 11h00, Salle Camargue	162
Bussac Jean	
Simulation of an Homogeneous Relaxation Model for a three-phase mixture	
Session parallèle 14 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Salle Pic Saint Loup	188
Calvez Vincent	
Propagation d'ondes à différentes échelles (en biologie)	
Conférence plénière 2 - Mercredi, 09h30, Salle Les 3 Fontaines	23
Cauvin-Vila Jean	
Boundary stabilization of a one-dimensional cross-diffusion system in a moving domain using backstepping	
Session posters 1 - Poster 2 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	223
Chan Agnes	
Innovative numerical schemes for 2D supersonic aerodynamics on hybrid mesh	
Session parallèle 14 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Salle Pic Saint Loup	189
Charlier Benjamin	
KeOps : Fast geometric methods with symbolic matrices	
Minisymposium 6 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Salle Pic Saint Loup	60
Chauleur Quentin	
Equation de Schrödinger-Langevin logarithmique et mécanique des fluides quantique	
Session parallèle 4 - Exposé 2 - Lundi, 17h20, Salle Pic Saint Loup	145
Ciavolella Giorgia	
Reaction-diffusion problems with membrane conditions	
Session parallèle 6 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Salle Les 3 Fontaines	155
Clerc Gauthier	
Convergence en temps long des interpolations entropiques.	
Minisymposium 4 - Exposé 2 - Mercredi, 11h30, Salle Camargue	50
Cloez Bertrand	
Convergence vers la distribution quasi-stationnaire	
Minisymposium 11 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Salle Camargue	84
Clozeau Nicolas	
Optimal decay of the parabolic semigroup in stochastic homogenization for correlated coefficient fields	
Session parallèle 15 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Salle Mourèze	191
Conforti Giovanni	
Équation de Hamilton Jacobi pour le problème de Schroedinger	
Minisymposium 4 - Exposé 3 - Mercredi, 12h00, Salle Camargue	51
Cranny Ronan	
Conception d'un Schéma Différences Finies Spectrales (d'ordre spatial élevé) pour résoudre les Équations de Maxwell dans le Domaine Temporel pour des Applications CEM	
Minisymposium 17 - Exposé 2 - Vendredi, 08h50, Salle Mistral	114
Daaloul Chiheb	
Sampling from the Wasserstein Barycenter	
Session posters 1 - Poster 3 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	224
Danhane Baprou	
Contrôlabilité de sortie	
Session parallèle 18 - Exposé 2 - Jeudi, 17h20, Salle Camargue	207
Dariva Kyriaki	
Influence of the age structure on the stability in a tumor- immune model for chronic myeloid leukemia (CML)	
Session posters 1 - Poster 4 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	225
David Noemi	
On the incompressible limit for a tumour growth model incorporating convective effects	
Session parallèle 6 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Salle Les 3 Fontaines	156
Debyaoui Mohamed Ali	

Contribution à la modélisation mathématique et numérique pour des modèles d'écoulement non-linéaires dispersifs en eaux peu profondes Session parallèle 9 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Salle Pic Saint Loup	167
Del Grosso Alessia On second-order well-balanced Lagrange-projection schemes for shallow water Exner equations Session parallèle 5 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Salle Mourèze	149
Della Valle Cecile Solving inverse problems of Abel type by penalising derivatives Session parallèle 17 - Exposé 3 - Jeudi, 17h40, Salle Mistral	203
Demircigil Mete Ondes aérotactiques dans Dictyostelium discoideum : Quand les gradients auto-générés fréquentent l'expansion par division cellulaire. Session parallèle 6 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle Les 3 Fontaines	157
Despres Bruno Nouvelles conditions de coins pour les algorithmes de décomposition de domaine en régime harmonique Minisymposium 17 - Exposé 3 - Vendredi, 09h10, Salle Mistral	115
Desquilbet François Fast marching method for the 3D eikonal equation in elastic media with general anisotropy Session parallèle 2 - Exposé 6 - Lundi, 18h40, Salle Mistral	137
Dolbeault Jean Large time asymptotics for evolution equations with mean field couplings Minisymposium 13 - Exposé 2 - Mercredi, 11h40, Salle Mistral	95
Dolbeault Matthieu Échantillonnage optimal et moindres carrés à poids Session posters 1 - Poster 5 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	226
Dronnier Dylan Stratégies d'immunisation ciblée Session parallèle 11 - Exposé 1 - Jeudi, 11h00, Salle Les 3 Fontaines	174
Dus Mathias The discretized backstepping : the example of a system of two linear balance laws Session parallèle 3 - Exposé 3 - Lundi, 17h40, Salle Camargue	140
Eichinger Katharina Régularisation entropique des barycentres dans l'espace de Wasserstein Minisymposium 4 - Exposé 4 - Mercredi, 12h30, Salle Camargue	52
El Ghaoui Maria A Trefftz method with reconstruction of the normal derivative applied to elliptic equations Session parallèle 16 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Les 3 Fontaines	195
El Gheche Mireille Joint Graph-based Depth Refinement and Normal Estimation Minisymposium 15 - Exposé 1 - Vendredi, 08h30, Salle Pic Saint Loup	103
El Hassanieh Chourouk Analysis of a Multi-layer Shallow Water Model Session posters 1 - Poster 6 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	227
Estrada Jorge La technique des insectes stériles utilisée comme barrière contre réinfestation Session parallèle 11 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Salle Les 3 Fontaines	175
Faddoul Joanna Estimations d'erreur a posteriori pour le couplage des équations de Navier-Stokes avec l'équation de convection-diffusion-réaction Session parallèle 19 - Exposé 3 - Jeudi, 17h40, Salle Pic Saint Loup	213
Fredoc Magalie Stand AMIES Session posters 1 - Stand 1 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	239
Freulon Paul Algorithme stochastique pour le transport optimal et application à des données médicales Minisymposium 5 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Salle Mourèze	55
Gaburro Elena A simple diffuse interface approach for compressible flows around moving solids of arbitrary shape Minisymposium 10 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Salle Mistral	78
Galié Thomas Extension of a Roe type scheme with low Mach correction to the HRM two-phase flow model	

Minisymposium 10 - Exposé 2 - Jeudi, 14h50, Salle Mistral	79
Gallagher Isabelle	
Sur la dérivation de l'équation de Boltzmann à partir d'un système de particules	
Conférence plénière 3 - Lundi, 14h30, Salle Les 3 Fontaines	24
Garet Olivier	
Julia pour les mathématiques : une introduction	
Minisymposium 12 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Salle Pic Saint Loup	89
Gaucher Samuel	
Analyse FDTD large bande de structures périodiques	
Session parallèle 7 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Salle Mistral	159
Giovangigli Laure	
Propagation d'ondes dans un milieu périodique unidimensionnel aléatoirement perturbé	
Session parallèle 7 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Salle Mistral	160
Giraldi Laetitia	
Sur le contrôle de micro-nageurs à flagelles	
Minisymposium 3 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Salle Camargue	45
Gorynina Olga	
Adaptive parareal algorithms for molecular dynamics problems	
Session parallèle 16 - Exposé 2 - Jeudi, 17h20, Salle Les 3 Fontaines	196
Goudenege Ludovic	
Intermittency in Lagrangian stochastic models for turbulent flows : genuine characterization and design of a versatile numerical approach	
Session parallèle 16 - Exposé 3 - Jeudi, 17h40, Salle Les 3 Fontaines	197
Goudey Rémi	
Un problème d'homogénéisation périodique en présence de défauts	
Session parallèle 15 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Salle Mourèze	192
Grenier Nicolas	
Schéma faible Mach à interface raide pour les écoulements diphasiques dilatables	
Minisymposium 10 - Exposé 3 - Jeudi, 15h10, Salle Mistral	80
Guilberteau Jules	
ODE models for cell-fate differentiation	
Session posters 1 - Poster 7 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	228
Guillet Clément	
Sparse grid approach to accelerate the Particle-In-Cell method	
Session parallèle 10 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Salle Mourèze	171
Guillin Arnaud	
Quand Lyapunov rencontre Poincaré et (log-)Sobolev	
Conférence plénière 4 - Vendredi, 11h00, Salle Les 3 Fontaines	25
Haidar Ali	
A posteriori Finite-Volume subcell local correction of high-order discontinuous Galerkin formulations for the nonlinear shallow-water equations	
Session parallèle 5 - Exposé 2 - Lundi, 17h20, Salle Mourèze	150
Handa Marouan	
An SDP relaxation of an optimal power flow problem for distribution network	
Session parallèle 8 - Exposé 2 - Mardi, 11h20, Salle Camargue	163
Heleine Jeremy	
Design d'un convertisseur modal en utilisant des ligaments fins résonants	
Session parallèle 7 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle Mistral	161
Helluy Philippe	
Kinetic schemes for compressible flows with phase transition	
Minisymposium 9 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Salle Les 3 Fontaines	74
Horsin Thierry	
Publications de la SMAI et programme Subscribe to Open	
Session posters 1 - Stand 2 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	240
Huang Chih-Kang	
Approximation du flot de courbure moyenne avec auto-évitement	
Session parallèle 12 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Salle Mistral	180
Hubert Emma	
Epidemic control through incentives, lockdown, and testing : the government's point of view	
Minisymposium 18 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Salle Les 3 Fontaines	120
Journel Lucas	

Convergence uniforme d'un système de particules en interaction pour l'approximation de la mesure quasi-stationnaire d'une diffusion dans un cas compact avec mort douce	
Minisymposium 11 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Salle Camargue	85
Kachanovska Maryna	
Transparent boundary conditions for wave propagation in fractal trees	
Minisymposium 2 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Salle Mistral	40
Kilque Corentin	
Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires	
Session parallèle 4 - Exposé 3 - Lundi, 17h40, Salle Pic Saint Loup	146
Kolb Sebastien	
Analyse non-linéaire de la dynamique du vol d'avions à réaction civils	
Session parallèle 4 - Exposé 4 - Lundi, 18h00, Salle Pic Saint Loup	147
Koudohode Florent	
Commande basée-événement pour l'équation des ondes	
Session parallèle 18 - Exposé 3 - Jeudi, 17h40, Salle Camargue	208
Labat Justine	
Décomposition de domaine sur des formulations intégrales surfaciques en électromagnétisme	
Minisymposium 17 - Exposé 4 - Vendredi, 09h30, Salle Mistral	116
Labourie Camille	
Un problème à discontinuité libre issu de l'isolation thermique	
Minisymposium 1 - Exposé 2 - Jeudi, 15h00, Salle Les 3 Fontaines	34
Lacroix Leander	
IMODAL : une bibliothèque de modèle de déformation diffeomorphique modulaire	
Minisymposium 6 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Salle Pic Saint Loup	61
Lai Nguyen Thanh Cong	
Multi-Leader-Follower game approach for a two period game	
Session parallèle 13 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Salle Camargue	184
Lambert Amaury	
Large population limit for a wide class of individual-based epidemic models	
Minisymposium 18 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Salle Les 3 Fontaines	121
Laumont Rémi	
Approche bayésienne pour la restauration d'images utilisant des a-prioris Plug & Play : quand Langevin rencontre Tweedie	
Session parallèle 12 - Exposé 2 - Jeudi, 11h20, Salle Mistral	179
Laurent-Negre Frédérique	
Hyperbolic Quadrature Method of Moments for the one-dimensional kinetic equation	
Minisymposium 14 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Salle Mourèze	100
Laverny Oskar	
Julia, l'unique solution d'un problème d'optimisation	
Minisymposium 12 - Exposé 3 - Mercredi, 12h00, Salle Pic Saint Loup	91
Lavigne Enguerrand	
Théorie spectrale de l'opérateur de Pauli	
Session posters 1 - Poster 8 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	229
Lavigne Pierre	
Discrete and Potential mean field games	
Session parallèle 13 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Salle Camargue	185
Le Barbenchon Pierre	
Stabilité des schémas d'ordres élevés en domaine borné d'espace	
Session posters 1 - Poster 9 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	230
Le Brigant Alice	
Classifying histograms of medical data using information geometry of beta distributions	
Minisymposium 6 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle Pic Saint Loup	62
Le Bris Pierre	
Contraction rates for the Vlasov-Fokker-Planck equation and uniform in time propagation of chaos through coupling	
Minisymposium 16 - Exposé 2 - Jeudi, 15h10, Salle Camargue	109
Le Calvez Yoann	
Thermodynamiques Non-Idéales et Fluides avec Interfaces Diffuses	
Session parallèle 9 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Salle Pic Saint Loup	168
Leclaire Arthur	
Complétion d'images de textures	

Minisymposium 15 - Exposé 2 - Vendredi, 09h00, Salle Pic Saint Loup	104
Leculier Alexis	
Analysis of two Rolling carpet strategies to eradicate an invasive species	
Session parallèle 11 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Salle Les 3 Fontaines	176
Lefebvre-Lepot Aline	
Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.	
Conférence plénière 5 - Jeudi, 09h30, Salle Les 3 Fontaines	26
Leschiera Emma	
Mathematical modelling of the CD8+ T cell immune response to heterogeneous tumours	
Minisymposium 8 - Exposé 1 - Mardi, 14h30, Salle Pic Saint Loup	68
Lissy Pierre	
Un résultat de contrôlabilité interne pour une classe de systèmes d'ondes couplées	
Minisymposium 3 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Salle Camargue	46
Lleras Vanessa	
Méthode de Nitsche pour le problème de contact avec frottement de Coulomb en élasticité linéaire : cas statique et dynamique	
Session parallèle 16 - Exposé 4 - Jeudi, 18h00, Salle Les 3 Fontaines	198
Loison Arthur	
Two-phase separated and disperse flow : towards a two-scale diffuse interface models with geometrical variables	
Session parallèle 5 - Exposé 3 - Lundi, 17h40, Salle Mourèze	151
Malou Thibault	
Double-scale diffusive wave model dedicated to spatial river observation and associated covariance kernels for variational data assimilation	
Session posters 1 - Poster 10 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	231
Mariano Simone	
Uniform global asymptotic synchronization of a network of Kuramoto oscillators via hybrid coupling	
Session parallèle 20 - Exposé 1 - Jeudi, 17h00, Salle Mourèze	217
Marteau-Ferey Ulysse	
Sum of squares with Reproducing Kernel Hilbert Spaces, a path to global optimisation of regular functions	
Minisymposium 7 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Salle Mourèze	64
Martin Hugo	
Glioblastoma cell variability and circadian rhythms control temozolomide efficacy : from cellular pharmacokinetics-pharmacodynamics to heterogeneous cancer cell population models	
Minisymposium 8 - Exposé 2 - Mardi, 15h00, Salle Pic Saint Loup	69
Martinelli Julien	
Identification de régulateurs systémiques de l'horloge périphérique circadienne par apprentissage de modèles	
Session parallèle 1 - Exposé 1 - Lundi, 17h00, Salle Les 3 Fontaines	128
Masnou Simon	
Approximation de flots géométriques d'interfaces : des méthodes de champ de phase aux réseaux de neurones	
Conférence plénière 6 - Jeudi, 08h30, Salle Les 3 Fontaines	27
Masset Alice	
Un schéma numérique fully well-balanced pour les équations de Saint-Venant avec force de Coriolis.	
Session parallèle 14 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle Pic Saint Loup	190
Maurin Lise	
The Adaptive Biasing Force algorithm with non-conservative forces	
Session parallèle 19 - Exposé 4 - Jeudi, 18h00, Salle Pic Saint Loup	214
Mehrenberger Michel	
Méthode semi-Lagrangienne pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov : le cas de l'interpolation d'Hermite	
Minisymposium 13 - Exposé 3 - Mercredi, 12h20, Salle Mistral	96
Menegaki Angeliki	
Quantitative Rates of Convergence to Non-Equilibrium Steady States for the Chain of Oscillators.	
Minisymposium 16 - Exposé 3 - Jeudi, 15h35, Salle Camargue	110
Mestdagh Guillaume	
Appariement de surfaces par contrôle optimal en chirurgie augmentée	
Session parallèle 3 - Exposé 4 - Lundi, 18h00, Salle Camargue	141
Mezache Mathieu	
Pancreatic cancer growth model coupled with neuronal axons.	
Minisymposium 8 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Salle Pic Saint Loup	70

Mirebeau Jean-Marie	
Discrétisation d'EDPs anisotropes sur grille cartésienne	
Conférence plénière 7 - Lundi, 15h30, Salle Les 3 Fontaines	28
Moitier Zoïs	
Plasmonic Resonances and their Effect on Scattering	
Minisymposium 17 - Exposé 5 - Vendredi, 09h50, Salle Mistral	117
Mollo Pierre	
Simulation d'écoulement de liquide cérébrospinal avec la méthode des bases réduites	
Session parallèle 1 - Exposé 2 - Lundi, 17h20, Salle Les 3 Fontaines	129
Monmarché Pierre	
Métastabilité pour un système de neurones en interaction	
Minisymposium 16 - Exposé 1 - Jeudi, 14h30, Salle Camargue	108
Montanelli Hadrien	
Efficient and accurate computation of singular and near-singular integrals in high-order boundary elements	
Session parallèle 16 - Exposé 5 - Jeudi, 18h20, Salle Les 3 Fontaines	199
Monteil Antonin	
Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène	
Minisymposium 1 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Salle Les 3 Fontaines	35
Moustrou Philippe	
Symmetry reduction in AM/GM-based optimization	
Minisymposium 7 - Exposé 2 - Mercredi, 11h30, Salle Mourèze	65
Msheik Khawla	
4-Equations Model for Thin Liquid Films	
Minisymposium 2 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Salle Mistral	41
Munch Arnaud	
Modeling and optimizing a road de-icing device by a nonlinear heating	
Session parallèle 3 - Exposé 5 - Lundi, 18h20, Salle Camargue	142
Nasr Niami	
Méthodes de frontières immergées pour la tomographie par impédance électrique.	
Session parallèle 17 - Exposé 4 - Jeudi, 18h00, Salle Mistral	204
Navaro Pierre	
Equations différentielles avec Julia	
Minisymposium 12 - Exposé 4 - Mercredi, 12h30, Salle Pic Saint Loup	92
Ndjinga Michael	
A class of conservative L2-stable schemes for the compressible Euler equations on staggered grids	
Minisymposium 10 - Exposé 4 - Jeudi, 15h30, Salle Mistral	81
Nectoux Boris	
Quasi-stationary distributions for strongly Feller processes and application to hypoelliptic Hamiltonian systems	
Minisymposium 11 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Salle Camargue	86
Nguyen Tien-Tai	
Spectrum of the incompressible viscous Rayleigh-Taylor system	
Session parallèle 9 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle Pic Saint Loup	169
Oliver-Bonafoux Ramon	
Connections du type Lemme du col pour des systèmes Allen-Cahn elliptiques	
Session parallèle 20 - Exposé 2 - Jeudi, 17h20, Salle Mourèze	218
Omrane Abdennebi	
Contrôle optimal pour un problème d'advection-diffusion à données manquantes	
Session parallèle 3 - Exposé 6 - Lundi, 18h40, Salle Camargue	143
Parolin Emile	
Un nouvel opérateur de transmission non-local pour des méthodes de décomposition de domaine sans recouvrement appliquées à la propagation d'ondes harmoniques	
Session parallèle 17 - Exposé 5 - Jeudi, 18h20, Salle Mistral	205
Patela Julie	
Schémas volumes-finis d'ordre élevé positifs pour la diffusion sur maillage quelconque	
Session parallèle 16 - Exposé 6 - Jeudi, 18h40, Salle Les 3 Fontaines	200
Pegon Marc	
Un problème isopérimétrique avec compétition entre le périmètre classique et un périmètre non-local	
Session parallèle 20 - Exposé 3 - Jeudi, 17h40, Salle Mourèze	219
Pelanti Marica	
A two-phase numerical model for liquid-vapor flows with arbitrary heat and mass transfer relaxation times	

Minisymposium 9 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Salle Les 3 Fontaines	75
Perrier Vincent	
Une méthode de filtrage pour les écoulements à faible nombre de Mach	
Minisymposium 10 - Exposé 5 - Jeudi, 15h50, Salle Mistral	82
Pertinand Jules	
Une approche par point fixe pour les formules de Clausius-Mossotti	
Session parallèle 15 - Exposé 3 - Jeudi, 11h40, Salle Mourèze	193
Philippe Anne	
Quelques résultats sur les processus à longue mémoire	
Conférence plénière 8 - Mardi, 09h30, Salle Les 3 Fontaines	29
Piguet Antoine	
Optimisation à court-terme de la production hydroélectrique du Rhône en univers probabiliste	
Session parallèle 13 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle Camargue	186
Plessier Alexiane	
Schémas implicites semi-Lagrangiens pour la dynamique des gaz compressibles en dimension 1	
Session parallèle 19 - Exposé 5 - Jeudi, 18h20, Salle Pic Saint Loup	215
Poette Gael	
Construction de modèles réduits pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes de lois de conservation hyperboliques par méthodes aux moments	
Minisymposium 14 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Salle Mourèze	101
Poulain Alexandre	
Relaxation of the Cahn-Hilliard model for the modelling of solid tumors and its numerical simulation	
Minisymposium 8 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Salle Pic Saint Loup	71
Pozzoli Eugenio	
Controllability of a rotating asymmetric molecule	
Session parallèle 18 - Exposé 4 - Jeudi, 18h00, Salle Camargue	209
Prandi Dario	
Taux de décroissance exponentielle pour flots gradients dégénérés soumis à une condition d'excitation persistente	
Minisymposium 3 - Exposé 5 - Vendredi, 10h30, Salle Camargue	47
Raad Cisa Lara	
Image colorization by semantic-based adversarial models	
Minisymposium 15 - Exposé 3 - Vendredi, 09h30, Salle Pic Saint Loup	105
Rakotondrainibe Lalaina	
Optimisation topologique couplée d'une structure mécanique et de ses liaisons vissées	
Session parallèle 8 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Salle Camargue	164
Rat Anaïs	
A model for cell division dynamics leading to senescence	
Session posters 1 - Poster 11 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	232
Reboul Louis	
Simulations multi-fluides d'instabilités et de gaines au sein de plasmas froids magnétisés : méthodes numériques avancées et comparaisons avec les méthodes PIC	
Session parallèle 10 - Exposé 3 - Mardi, 11h40, Salle Mourèze	172
Rege Alexandre	
Propagation of moments for the magnetized Vlasov-Poisson system	
Session parallèle 10 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle Mourèze	173
Renaudeau Arthur	
Correction des défauts dans les films par inpainting vidéo : reconstructions alternées des structures et textures	
Minisymposium 15 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Salle Pic Saint Loup	106
Reygner Julien	
Distribution quasi-stationnaire pour les processus de Langevin	
Minisymposium 11 - Exposé 4 - Mardi, 16h00, Salle Camargue	87
Robin Rémi	
Quelques problèmes d'optimisation sur les bobines de stellarators	
Session parallèle 8 - Exposé 4 - Mardi, 12h00, Salle Camargue	165
Saleh Khaled	
Approximation à la Suliciu pour un modèle multiphasique hyperbolique	
Minisymposium 9 - Exposé 4 - Vendredi, 10h00, Salle Les 3 Fontaines	76
Salmon Stéphanie	
Un modèle homogénéisé pour la tomographie optique chez le nouveau-né	
Session parallèle 1 - Exposé 3 - Lundi, 17h40, Salle Les 3 Fontaines	130

Salvalaio-Marouby Véronique	
Maison d'édition DUNOD	
Session posters 1 - Stand 3 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	241
Sarazin Yanick	
Physical challenges and numerical issues in controlled fusion plasmas	
Minisymposium 13 - Exposé 1 - Mercredi, 11h00, Salle Mistral	94
Sarrazin Clément	
Lagrangian critical points in optimal quantization problems.	
Minisymposium 1 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle Les 3 Fontaines	36
Schlosser Corbinian	
Sparse moment-sum-of-squares relaxations for nonlinear dynamical systems with guaranteed convergence	
Minisymposium 7 - Exposé 3 - Mercredi, 12h00, Salle Mourèze	66
Sejourne Thibault	
Extensions du transport optimal : divergence de Sinkhorn et Gromov-Wasserstein unbalanced	
Minisymposium 5 - Exposé 3 - Jeudi, 15h30, Salle Mourèze	56
Sellem Lev-Arcady	
Model order reduction methods for Lindblad type equations	
Session posters 1 - Poster 12 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	233
Sengers Arnaud	
Méthodes de champ de phase pour le mouvement par diffusion de surface avec application au mouillage	
Session parallèle 12 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle Mistral	181
Sirdey Margot	
Méthode de type Trefftz pour la simulation 3D d'ondes électromagnétiques	
Minisymposium 17 - Exposé 6 - Vendredi, 10h10, Salle Mistral	118
Sofonea Mircea T.	
Suivi épidémiologique et contrôle en début d'épidémie : applications d'une modélisation en temps discret de la dynamique hospitalière de COVID-19 en France	
Minisymposium 18 - Exposé 3 - Mardi, 15h30, Salle Les 3 Fontaines	122
Somacal Agustin	
Edge adaptive schemes and machine learning for high-accuracy finite volume schemes	
Session posters 1 - Poster 13 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	234
Stantejsky Dominik	
Variational convergence of liquid crystal energies to line and surface energies	
Session parallèle 20 - Exposé 4 - Jeudi, 18h00, Salle Mourèze	220
Sulis Benjamin	
Un modèle instationnaire pour l'électroencéphalographie en vue de la compréhension du couplage neuro-vasculaire	
Session parallèle 1 - Exposé 4 - Lundi, 18h00, Salle Les 3 Fontaines	131
Tallos Lucas	
Schéma à l'ordre 2 limitant la diffusion pour l'ablation liquide	
Session posters 1 - Poster 14 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	235
Terii Garry	
Mouvement par courbure moyenne et apprentissage profond	
Session parallèle 12 - Exposé 5 - Jeudi, 12h20, Salle Mistral	182
Thorel Alexandre	
Sur un problème d'évolution généralisé	
Session parallèle 4 - Exposé 5 - Lundi, 18h20, Salle Pic Saint Loup	148
Tomasevic Milica	
Quantitative particle approximation of nonlinear Fokker-Planck equations with singular kernel	
Minisymposium 16 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle Camargue	111
Torres Nicolas	
An elapsed time model for strongly coupled inhibitory and excitatory neural networks	
Session parallèle 11 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle Les 3 Fontaines	177
Toufaili Ali	
Theoretical and numerical analysis of a simple turbulent compressible model.	
Session posters 1 - Poster 15 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	236
Véber Amandine	
Evolution génétique d'une population ayant une structure spatiale	
Conférence plénière 9 - Mercredi, 08h30, Salle Les 3 Fontaines	30
Vacher Jonathan	
Interpolation de Textures pour l'Étude de la Vision	

Minisymposium 5 - Exposé 4 - Jeudi, 16h00, Salle Mourèze	57
Ventre Elias	
Reduction of a stochastic model of gene expression : Lagrangian dynamics gives access to basins of attraction as cell types and metastability	
Session posters 1 - Poster 16 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	237
Vergara-Hermosilla Gaston	
Boundary controllability of a system modelling a partially immersed obstacle	
Session parallèle 18 - Exposé 5 - Jeudi, 18h20, Salle Camargue	210
Vilar François	
A posteriori local subcell correction of DG schemes through Finite Volume reformulation on unstructured grids	
Session parallèle 19 - Exposé 6 - Jeudi, 18h40, Salle Pic Saint Loup	216
Vo Thi Phuong Thuy	
Exploration d'un graphe aléatoire par des méthodes Respondent-Driven Sampling	
Minisymposium 19 - Exposé 3 - Mercredi, 12h00, Salle Les 3 Fontaines	126
Wehbe Elsy	
Existence et régularité d'un problème magnétohydrodynamique en 2-D	
Session posters 1 - Poster 17 - Mardi, 17h00, Salle Mistral	238
Wolf Sylvain	
Homogenization of the Poisson equation and Stokes system in some non periodically perforated domains	
Session parallèle 15 - Exposé 4 - Jeudi, 12h00, Salle Mourèze	194
Ziggaf Moussa	
The extension of the FVC scheme for two dimensional shallow water flows on an unstructured triangular meshes	
Session parallèle 5 - Exposé 4 - Lundi, 18h00, Salle Mourèze	152
Zivcovich Franco	
BAMPHI : matrix and transpose-free algorithm for computing the action of combinations of φ -functions in exponential integrators	
Session parallèle 5 - Exposé 5 - Lundi, 18h20, Salle Mourèze	153