

Méthode des moments pour la résolution numérique d'EDP : modélisation et contraintes

Teddy PICHARD, CMAP École polytechnique - Palaiseau

La méthode des moments est classiquement utilisée en théorie cinétique pour réduire une équation cinétique vers un système d'équations fluides. Classiquement, appliquer cette technique à l'équation de Boltzmann mène aux équations d'Euler. Mais elle peut en fait s'appliquer à une variété de modèles et d'applications, notamment pour les gaz raréfiés, en transfert radiatif, pour les plasmas, les sprays, en quantification d'incertitude, etc.

$$\partial_t f + v \partial_x f = Q(f) \quad \Rightarrow \quad \partial_t U + \partial_x F = Q,$$

avec $U(t, x) = \int_v b(v) f(t, x, v) dv, \quad F(t, x) = \int_v v b(v) f(t, x, v) dv, \quad Q(t, x) = \int_v b(v) Q(f)(t, x, v) dv.$

Formellement, elle consiste à travailler avec les équations satisfaites par les moments d'une fonction (l'inconnue d'une EDP) plutôt qu'avec la fonction elle-même. Ces moments sont des intégrales pondérées de la fonction par rapport à l'une des variables et dépendent ainsi, après intégration, de moins de variables. Aussi le coût de résolution numérique des EDP aux moments qu'ils satisfont est donc moindre en comparaison. Or ces équations aux moments sont généralement sous-déterminées et une fermeture reliant les différentes inconnues est nécessaire pour pouvoir les résoudre.

En pratique, le choix de fermeture a un fort impact sur l'approximation qui en résulte et il doit être adapté à la physique modélisée (différents régimes considérés). Il faut donc relier la fermeture à l'équation cinétique sous-jacente. Ces contraintes se caractérisent non seulement dans la construction de la fermeture, mais également dans les méthodes numériques pour résoudre ces EDP.

Ce mini-symposium met en jeu plusieurs applications de la méthodes des moments et ainsi que des méthodes numériques pour résoudre les équations aux moments.

Les oratrices et orateurs pressentis sont :

- Frédérique Laurent-Nègre (CNRS-EM2C-CentraleSupélec) : Une fermeture pour les moments en vitesse
- Alejandro Alvarez-Laguna (CNRS-LPP-École polytechnique) : Application en physique des plasmas
- Katia Ait-Ameur (CMAP-École polytechnique) : Méthode numérique d'ordre élevé pour les équations aux moments
- Gaël Poette (CEA-CESTA) : Application en quantification d'incertitude
- Teddy Pichard (CMAP-École polytechnique) : Une fermeture projective (application au transfert radiatif)