Design d'un convertisseur modal en utilisant des ligaments fins résonants

Lucas CHESNEL, INRIA/CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Jérémy HELEINE, INRIA/CMAP, École Polytechnique - Palaiseau

Sergei A. NAZAROV, St. Petersburg State University - St. Petersburg

Dans ce travail, on s'intéresse à la propagation d'ondes acoustiques en 2D dans un guide Ω infini dans la direction (Ox), que l'on suppose régie par le problème :

$$\begin{cases} \Delta u + \omega^2 u &= 0, \qquad \text{dans } \Omega, \\ \partial_n u &= 0, \qquad \text{sur } \partial\Omega, \end{cases} \tag{1}$$

où n est la normale unitaire sortante de Ω. On fixe la fréquence ω de telle sorte que seuls deux modes propagatifs $w_1^{\pm}$ et $w_2^{\pm}$ existent. L'étude de la diffraction des ondes w_1^+ et w_2^+ conduit à considérer les matrices $R = (r_{jk})_{1\le j,k\le 2}$ et $T = (t_{jk})_{1\le j,k\le 2}$, où r_{jk} (respectivement t_{jk}) est le coefficient de réflexion (respectivement de transmission) du mode k pour l'onde w_j^+. Notre but est de réaliser un convertisseur modal, c'est-à-dire de trouver une géométrie telle que le mode 1 soit converti en le mode 2 et réciproquement, avec toute l'énergie transmise. En général, il s'agit d'un problème difficile car la dépendance des coefficients de diffraction vis-à-vis de la géométrie est non linéaire et non explicite.
Dans notre étude, nous avons choisi de travailler avec des domaines Ω constitués de deux demi-guides reliés par des ligaments fins de largeur $\varepsilon \ll 1$ (voir Figure 1). Cela peut sembler paradoxal car, en général, en raison des caractéristiques géométriques, l'énergie est quasiment entièrement réfléchie et l'on a, lorsque ε tend vers zéro :

$$R^\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + o(1) \quad \text{et} \quad T^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + o(1).$$

Cependant, en réglant bien la position des ligaments et leurs longueurs autour des longueurs de résonance, nous avons pu montrer qu'on pouvait obtenir, lorsque ε tend vers zéro :

$$R^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + o(1) \quad \text{et} \quad T^\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + o(1),$$

c'est-à-dire l'effet de convertisseur modal désiré. La méthode repose sur une analyse asymptotique par rapport à la largeur des ligaments qui permet d'expliciter un peu la dépendance de R^ε et T^ε par rapport aux paramètres géométriques. En particulier, le fait de travailler autour des longueurs de résonance permet d'obtenir un effet d'ordre 1 avec un ligament d'épaisseur ε. Nous utilisons également de manière cruciale la symétrie par rapport à l'axe (Oy). La Figure 1 montre l'une des géométries obtenues par cette méthode. Ces résultats font l'objet d'un article soumis récemment [1].

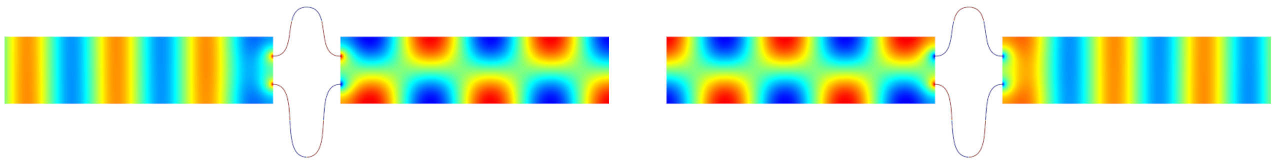

Figure 1 – Conversion modale par des ligaments fins. La géométrie permet de convertir le premier mode en le second (image de gauche), et le second mode en le premier (image de droite).

[1] L. Chesnel, J. Heleine, S. Nazarov. *Design of a mode converter using thin resonant ligaments*, 2021. Soumis.

Contact : `jeremy.heleine@inria.fr`