

## Optique géométrique pour des problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires

Corentin KILQUE, IMT - Toulouse

On s'intéresse dans cet exposé aux solutions de problèmes aux limites hyperboliques quasi-linéaires dont le terme de forçage au bord oscille à une fréquence élevée. On cherche à construire une approximation, dans la limite des hautes fréquences, de la solution exacte de ce problème, sous la forme d'un développement BKW. Dans [7], [1], et [2], les auteurs étudient le même problème avec une seule phase au bord. On se place ici dans un cadre multiphasé, avec cette fois plusieurs phases planes au bord. La non-linéarité du problème engendre alors, pour la solution approchée, une infinité dénombrable de phases planes à l'intérieur du domaine. On s'intéressera donc au cadre fonctionnel adapté à l'étude de ce problème, à savoir un cadre de fonctions presque-périodiques pour la variable normale au bord. Ce cadre fonctionnel a été utilisé précédemment pour la construction de solutions approchées de problèmes semi-linéaires, dans le cadre des algèbres de Wiener, par [3] pour le problème de Cauchy et [6] pour le problème aux limites, ainsi que pour des problèmes quasi-linéaires, notamment par [4] pour le problème de Cauchy. On discutera dans cet exposé d'un résultat similaire à celui de [4] pour le problème aux limites quasi-linéaire, voir [5], c'est-à-dire l'existence et l'unicité du terme principal d'un développement d'optique géométrique. Ce profil principal est obtenu comme solution d'un problème quasi-linéaire qui tient compte de l'infinité potentielle de résonances entre les phases. Ce problème quasi-linéaire est résolu en montrant des estimations sans perte de dérivées.

- [1] J.-F. Coulombel, O. Gues, M. Williams. *Resonant leading order geometric optics expansions for quasilinear hyperbolic fixed and free boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **36(10)**, 2011.
- [2] M. Hernandez. *Resonant leading term geometric optics expansions with boundary layers for quasilinear hyperbolic boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **40(3)**, 2015.
- [3] J.-L. Joly, G. Métivier, J. Rauch. *Coherent nonlinear waves and the Wiener algebra*. Ann. Inst. Fourier (Grenoble), **44(1)**, 1994.
- [4] J.-L. Joly, G. Métivier, J. Rauch. *Coherent and focusing multidimensional nonlinear geometric optics*. Ann. Sci. École Norm. Sup. (4), **28(1)**, 1995.
- [5] C. Kilque. *Weakly nonlinear multiphase geometric optics for hyperbolic quasilinear boundary value problems : construction of a leading profile*, 2021.
- [6] M. Williams. *Nonlinear geometric optics for hyperbolic boundary problems*. Comm. Partial Differential Equations, **21(11-12)**, 1996.
- [7] M. Williams. *Singular pseudodifferential operators, symmetrizers, and oscillatory multidimensional shocks*. J. Funct. Anal., **191(1)**, 2002.