

Méthodes à régularisation évanescence pour la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique

Mohamed BOUKRAA, LMNO - Normandie Univ, UNICAEN, CNRS, 14000 Caen, France

Saber AMDOUNI, LAMSIN - ENIT, Université Tunis-El Manar, Tunis, Tunisie

Franck DELVARE, LMNO - Normandie Univ, UNICAEN, CNRS, 14000 Caen, France

Nous étudions un problème inverse associé à l'équation biharmonique. Il s'agit du problème de Cauchy où uniquement des conditions aux limites surabondantes sont prescrites sur une partie de la frontière. Le caractère mal posé de ce problème réside dans le manque de conditions aux limites sur la partie complémentaire de la frontière du domaine qui ne permet pas d'assurer la stabilité de la solution par rapport aux conditions aux limites surabondantes. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser une technique de régularisation pour obtenir une solution stable. La méthode de régularisation évanescence, qui a déjà été proposée pour les problèmes de Cauchy associée à l'équation de Laplace [2], à l'équation biharmonique [4], à l'élasticité linéaire [3], ou à l'équation d'Helmholtz [1], est un outil performant pour contourner l'instabilité du problème. Elle consiste à trouver parmi toutes les solutions de l'équation d'équilibre, celles qui se rapprochent aux mieux des données. Cette méthode réduit la résolution du problème de Cauchy en une suite de problèmes d'optimisation bien posée.

À travers cette communication, nous proposons deux formulations différentes permettant la résolution numérique du problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique. La première consiste à reformuler le problème en une cascade de deux problèmes respectivement associés à l'équation de Laplace et à l'équation de Poisson qui sont résolus successivement tandis que la seconde formulation consiste à résoudre le système couplé composé de deux problèmes.

Nous montrons ensuite comment l'implémentation numérique de la méthode de régularisation évanescence appliquée aux deux formulations peut être obtenue à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Nous présentons successivement une reconstruction numérique des conditions aux limites manquantes sur la partie inaccessible de la frontière à partir de données bruitées pour des situations bidimensionnelles lisses, une étude comparative des performances de chacune des formulations et une étude portant sur les critères d'arrêt. Des exemples numériques valident la convergence, la stabilité et l'efficacité des deux algorithmes numériques proposés, ainsi que leurs capacités à débruiter les données.

- [1] L. Caillé, F. Delvare, L. Marin, N. Michaux-Leblond. *Fading regularization mfs algorithm for the cauchy problem associated with the two-dimensional helmholtz equation*. International Journal of Solids and Structures, **125**, 122–133, 2017.
- [2] A. Cimetiere, F. Delvare, F. Pons. *Une méthode inverse à régularisation évanescence*. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics, **328(9)**, 639–644, 2000.
- [3] F. Delvare, A. Cimetière, J.-L. Hanus, P. Bailly. *An iterative method for the cauchy problem in linear elasticity with fading regularization effect*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, **199(49-52)**, 3336–3344, 2010.
- [4] A. P. E. M. Ebang. *Sur un problème inverse de type cauchy en théorie des plaques minces élastiques*. Ph.D. thesis, Université de Poitiers, 2011.