Contrôlabilité de sortie

Baparou DANHANE, CRAN - Nancy **Jérôme LOHÉAC**, CRAN - Nancy
Marc JUNGERS, CRAN - Nancy

La modélisation de systèmes physiques fait souvent intervenir plusieurs variables liées entre elles à travers un système d'équations différentielles. Pour atteindre une cible, il peut être nécessaire d'agir sur le système à l'aide d'un moyen d'action généralement appelé contrôle, commande ou entrée. La cible fixée n'est pas nécessairement une contrainte sur toutes les variables du système, mais sur une combinaison de l'état et du contrôle. Par exemple, pour décrire la dynamique d'une voiture, il faudra entre autres l'orientation des roues, mais en réalité, seulement la position et l'angle de la voiture sont d'intérêt pour l'envoyer d'un point à un autre. Dans cet exemple, la sortie peut être considérée comme étant une collection des variables d'état du système sur lesquelles il est nécessaire d'agir pour atteindre la cible. Ainsi, contrairement à la contrôlabilité d'état (CE) qui permet de contrôler toutes les variables du système, la contrôlabilité de la sortie (CS) nous permettra de contrôler une fonction liant les variables (état et contrôle) du système.
Cet exposé portera sur la CS des systèmes linéaires temps invariant en dimension finie c'est-à-dire

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \tag{1}$$

où A, B, C et D sont des matrices avec les dimensions appropriées pour que (1) ait un sens.
Le problème de CS du système (1) a été introduit dans les années 60 par J.E. Bertrand et P.E. Sarachick. Ils étendent dans [1] le critère de Gramian de CE établi par Kalman dans [4] à la sortie du système (1) dans le cas $D = 0$. Dans [5], E. Kreindler et P.E. Sarachick étendent la condition de rang de Kalman et relient la CS du système (1) à la positivité d'une matrice cette fois-ci avec $D \neq 0$. Cependant, il n'existe pas, à notre connaissance, des résultats de type Hautus (voir [3] pour la CE) même dans le cas $D = 0$. Lorsque $D \neq 0$, l'existence d'un résultat permettant de construire un contrôle continu et donc une trajectoire de sortie continue n'existe pas, à notre connaissance.
Nous présenterons des critères assurants la CS du système (1) avec D non nécessairement nulle, en particulier l'extension du test de Hautus. Lorsque le système est CS, nous proposons une méthode de construction d'un contrôle continu permettant d'atteindre une valeur désirée de la sortie à partir de n'importe quelle donnée initiale sur l'état, ceci dans le cas général. Les résultats présentés ici sont issus de [2].

Références

[1] J. Bertram and P. Sarachik. On optimal computer control. *IFAC Proceedings Volumes*, 1(1) :429–432, 1960.

[2] B. Danhane, J. Lohéac, and M. Jungers. Characterizations of output controllability for LTI systems. Preprint hal-03083128, 2020.

[3] M. L. J. Hautus. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. *Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 72, Indag. Math.*, 31 :443–448, 1969.

[4] R. E. Kalman. Contributions to the theory of optimal control. *Bol. Soc. Mat. Mexicana (2)*, 5 :102–119, 1960.

[5] E. Kreindler and P. E. Sarachik. On the concepts of controllability and observability of linear systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-9 :129–136, 1964.

Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France
Contact: `baparou.danhane@univ-lorraine.fr`