Singularités d'applications harmoniques renormalisables d'un domaine planaire dans un espace homogène

Jean VAN SCHAFTINGEN, Université catholique de Louvain - Louvain-la-Neuve
Antonin MONTEIL, Université de Bristol - Bristol
Rémy RODIAC, Université Paris-Saclay - Orsay

Il est connu qu'une application harmonique minimisante sur un domaine borné $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ à valeurs dans une variété $\mathcal{N}$ – à savoir minimisant l'énergie de Dirichlet avec sa propre donnée au bord – est lisse. En particulier, si Ω est simplement connexe, alors il n'est pas possible d'étendre à énergie finie une donnée au bord dont la classe d'homotopie n'est pas triviale. Pour de telles données au bord, nous verrons comment définir des applications harmoniques singulières les plus harmoniques possibles. Ces applications sont harmoniques en dehors d'un ensemble fini de points – ou singularités ponctuelles – et minimisent une énergie renormalisée obtenue en retirant à l'énergie de Dirichlet la contribution infinie près de chaque singularité. Nous montrerons que dans le cas d'une variété suffisamment symétrique, il est possible de caractériser le comportement de telles applications près d'une singularité $a \in \Omega$: le blow-up près de a converge vers une application homogène, à savoir du type $\gamma(\frac{x}{|x|})$, où γ est une géodésique fermée. Cela utilise une inégalité de non-dégénérescence de l'énergie des courbes fermées près d'une géodésique minimisante qui repose sur les symétries de la variété.

Contact : antonin.monteil@bristol.ac.uk