

Méthode de Nitsche pour le problème d'élasticité linéaire avec contact et frottement de Coulomb : cas statique et dynamique

Franz CHOULY, IMB - Dijon Patrick HILD, IMT - Toulouse
Vanessa LLERAS, IMAG - Montpellier Yves RENARD, INSA - Lyon

Dans cet exposé, des résultats mathématiques sur la méthode de Nitsche appliquée à certains problèmes de contact et de frottement en élasticité linéaire seront présentés pour les situations statique et dynamique.

Les conditions de contact et de frottement sont généralement formulées avec un ensemble d'inégalités et d'équations non linéaires sur la frontière du domaine, avec des inconnues correspondantes aux déplacements, vitesses et contraintes de surface. Les conditions de contact traduisent la non-pénétration sur toute la surface de contact. Une loi de frottement peut être prise en compte, la plus répandue étant celle de Coulomb.

Diverses méthodes numériques avec les éléments finis ont été développées pour appliquer les conditions de contact et de frottement au niveau discret : méthodes de pénalité, méthodes mixtes. La méthode de Nitsche initialement proposée dans [1] vise à traiter la frontière ou les conditions d'interface au sens faible, grâce à un terme de pénalité consistant. Il diffère dans cet aspect de techniques de pénalisation standard et de méthodes mixtes car aucun multiplicateur de Lagrange n'est nécessaire et aucune condition inf sup discrète ne doit être remplie. Peu de travaux [2] ont adapté la méthode de Nitsche au problème de contact et frottement.

Dans cette présentation, les principaux résultats d'analyse numérique pour les cas statiques et dynamiques [3] seront détaillés. Un théorème garantissant l'existence et l'unicité d'une solution semi-discrète en espace a été obtenu dans le cadre dynamique. Pour le cas statique un résultat d'existence de solution discrète a été démontré si le paramètre de Nitsche est suffisamment grand et quelles que soient les valeurs du coefficient de frottement et de la taille de maillage. Dans ce cadre statique, l'unicité des solutions est récupérée avec des conditions très restrictives sur le coefficient de frottement et les paramètres numériques. Ces résultats théoriques seront complétés par une étude numérique.

Références

- [1] Nitsche, J. Uber ein Variationsprinzip zur Lösung von Dirichlet Problemen bei Verwendung von TeilRaumen, die keinen Randbedingungen unterworfen sind, *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg*, 36, 9-15, 1971.
- [2] F. Chouly. An adaptation of Nitsche's method to the Tresca friction problem. *J. Math. Anal. Appl.*, 411 :329-339, 2014.
- [3] F. Chouly, P. Hild, V. Lleras et Y. Renard, Nitsche method for contact with Coulomb friction : existence results for the static and dynamic finite element formulations, soumis.