Schémas volumes-finis d'ordre élevé positifs pour la diffusion sur maillage quelconque

Xavier BLANC, Laboratoire Jacques-Louis Lions - Université Paris 7
Emmanuel LABOURASSE, CEA-DAM Ile-de-France - Paris
Julie PATELA, CEA-DAM Ile-de-France - Paris

Dans cet exposé, on s'intéresse à la résolution du problème

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans } \Omega, \\ u = g & \text{sur } \partial\Omega. \end{cases}$$

Il est connu que cette équation admet une solution positive sous les conditions $f \geq 0, g \geq 0$ [3]. Les méthodes numériques préservant cette propriété au niveau discret sont dites monotones ou positives.

Dans cet exposé, j'explique comment étendre la technologie des schémas monotones [1][2] à un ordre de précision quelconque en espace en 1D.

Je propose une famille de schémas volumes finis d'ordre arbitraire. La consistance des flux est assurée par une reconstruction polynomiale.

Je montre que ces schémas sont coercifs, conservatifs, convergents à un ordre correspondant au degré de la reconstruction, au prix de la linéarité du schéma.

Je montre également comment symétriser ces schémas, ce qui induit en outre le principe du maximum discret.

J'ai implanté cette souche de schémas dans la plateforme ouverte PUGS afin de pouvoir valider cette approche.

[1] B. Després. *Non linear schemes for the heat equation in 1d.* ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, EDP Sciences, 2014.

[2] J. Droniou, C. L. Potier. *Construction and convergence study of schemes prevserving the elliptic local maximum principle.* SIAM Journal on Numerical Analysis, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011.

[3] L. Evans. *Application of nonlinear semigroup theory to certain partial differential equations.* Nonlinear Evolution Equations, pp. 163–188, 1978.

Contact : `julie_patela@hotmail.fr`