

Thermodynamiques Non-Idéales et Fluides avec Interfaces Diffuses

Vincent GIOVANGIGLI, CMAP-CNRS Ecole Polytechnique - Palaiseau

Yoann LE CALVEZ, CMAP Ecole Polytechnique - Palaiseau

Flore NABET, CMAP Ecole Polytechnique - Palaiseau

Les fluides multiphasiques interviennent dans de nombreux domaines scientifiques et industriels et on s'intéresse dans ce travail à la modélisation mathématique et numérique des fluides non idéaux avec interfaces diffuses.

On s'intéresse tout d'abord à la structure mathématique des thermodynamiques non idéales autorisant les instabilités. On étudie la construction d'une thermodynamique à partir d'une loi d'état en utilisant les gaz parfaits comme condition aux limites pour les faibles densités [1]. Les limites de stabilités thermodynamiques peuvent être de type mécanique, thermique ou chimique. Les applications numériques concernent la loi d'état de Soave-Redlich-Kwong et les mélanges d'éthane et d'azote.

On s'intéresse ensuite aux fluides avec interfaces diffuses, dits aussi capillaires ou cohésifs. On généralise dans un premier temps la thermodynamique non idéale construite précédemment en ajoutant les effets capillaires. On étudie ensuite les équations régissant les fluides mono-espèces avec interfaces diffuses qui font intervenir l'énergie de van der Waals [2], le tenseur de Korteweg et le flux de chaleur de Dunn et Serrin. Ces équations peuvent être obtenues par la thermodynamique rationnelle ou bien par la théorie cinétique des gaz denses [3].

Une nouvelle démonstration de l'existence de solutions est obtenue dans un cadre Hilbertien. Les démonstrations précédentes, notamment dues à Bresch, Haspot et Kotschote, utilisent des cadres non Hilbertiens. Une première étape fondamentale est l'introduction du gradient de densité $\mathbf{w} = \nabla\rho$ comme variable supplémentaire et la symétrisation du système augmenté [4]. Une nouvelle symétrisation est obtenue en utilisant la variable pseudo-normale $(\rho, \mathbf{w}, \mathbf{v}, T)$, où ρ est la densité, \mathbf{v} la vitesse et T la température, en rendant son rôle à l'entropie. La forme symétrisée fait intervenir des matrices dans les dérivées secondes qui ont une partie symétrique dissipative analogue à celle des systèmes hyperboliques-paraboliques [5] et une partie antisymétrique associée à la capillarité. Des estimations a priori pour les systèmes linéarisés permettent de faire un point fixe dans des espaces de Sobolev de façon semblable au cas hyperbolique-parabolique [5].

Ce travail a été soutenu par le projet ANR INSIDE ANR-19-CE05-0037-02 de l'Agence Nationale pour la Recherche.

Références

- [1] V. Giovangigli and L. Matuszewski, Supercritical fluid thermodynamics from equations of state, *Physica D* 241 (2012), pp. 649–670.
- [2] J.D. van der Waals, *Thermodynamische Theorie der Capillariteit in de Onderstelling van Continue Dichtheidsverandering* Verhand. Kon. Akad. V Wetensch. Amst., (1893). (in Dutch ; English translation in *J. Stat. Phys.*, 20 (1979), pp. 197–244).
- [3] V. Giovangigli, A kinetic derivation of diffuse interface fluid models, *Phys. Rev. E*, 102 (2020) 012110.
- [4] S. Gavrilyuk and H. Gouin, Symmetric form of governing equations for capillary fluids, "Trends in applications of mathematics to mechanics" (Nice, 1998), *Monogr. Surv. Pure Appl. Math.*, Vol. 106, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, pp. 306-311, (2000).
- [5] Kawashima S., Systems of hyperbolic-parabolic composite type, with application to the equations of magnetohydrodynamics. Doctoral Thesis, Kyoto University, (1984).