

## Contacts dans les matériaux granulaires : des schémas numériques basés sur des problèmes d'optimisation convexe.

Aline LEFEBVRE-LEPOT, CNRS - CMAP/Ecole Polytechnique - Palaiseau

Dans cette présentation on s'intéresse à la simulation numérique de matériaux granulaires : collections de grains macroscopiques non browniens et rigides (sable, céréales, sucre, gravats...).

Les contacts entre grains mènent à des interactions singulières pour lesquelles des schémas numériques adaptés doivent être développés. On se place dans le cadre de modèles de type "Dynamique des contacts" développés par J.J. Moreau, faisant appel à l'analyse convexe non lisse. Les modèles de friction entre grains mènent alors à des problèmes complexes d'optimisation non convexe.

L'objectif de l'exposé est de montrer comment des algorithmes basés, à chaque instant, sur des problèmes d'optimisation convexe permettent d'obtenir des simulations numériques de grands nombres de particules en temps long. Dans ces schémas, les forces de contact s'obtiennent de manière implicite, comme multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes. Le principe fondamental de la dynamique est alors obtenu (dans une version discrétisée) à partir des équations d'Euler (d'optimalité) du problème de minimisation. Dans le cas de grains sans friction on se ramène à des problèmes de minimisation sous contrainte affine [2, 1, 3]. Pour introduire la friction (modèle de Coulomb) entre grains, on est amené à considérer des problèmes de minimisation sous contrainte conique, pour lesquels la contrainte est donc non dérivable.

Nous illustrerons ce travail par des simulations numériques, montrant que les schémas obtenus peuvent être utilisés pour étudier comportement macroscopique de matériaux granulaires.

Une partie de ce travail a été réalisé en collaboration avec Sylvain Faure, Philippe Gondret, Yvon Madaï, Anne Mangeney, Hugo Martin, Bertrand Maury et Antoine Seguin.

- [1] F. Bernicot, A. Lefebvre-Lepot. *Existence results for nonsmooth second-order differential inclusions, convergence result for a numerical scheme and application to the modeling of inelastic collisions*. Confluentes Mathematici, **02(04)**, 445–471, 2010. doi :10.1142/S1793744210000247.
- [2] B. Maury. *A time-stepping scheme for inelastic collisions*. Numerische Mathematik, **102(4)**, 649–679, 2006. doi :10.1007/s00211-005-0666-6.
- [3] A. Seguin, A. Lefebvre-Lepot, S. Faure, P. Gondret. *Clustering and flow around a sphere moving into a grain cloud*. The European Physical Journal E, **39(6)**, 63, 2016. doi :10.1140/epje/i2016-16063-0.