Appariement de surfaces par contrôle optimal en chirurgie augmentée

Guillaume Mestdagh, Yannick Privat et Stéphane Cotin

Institut de recherche mathématique avancée
UMR 7501 Université de Strasbourg et CNRS
7 rue René Descartes
67000 Strasbourg, France

Tel: 03 68 85 02 78 - **Courriel:** guillaume.mestdagh@unistra.fr

Plan de l'exposé

1. Chirurgie augmentée : le cas du foie
2. Problème de contrôle optimal
3. Exemples numériques

Introduction

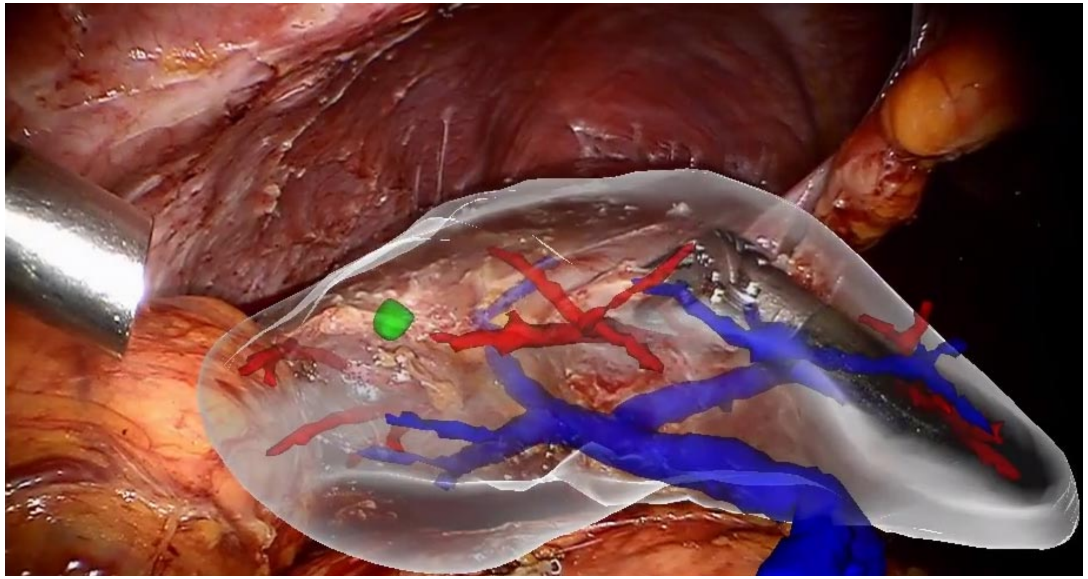
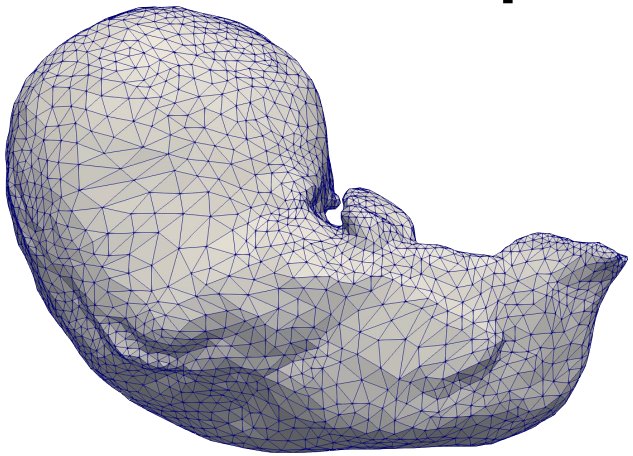


Image augmentée en chirurgie du foie
Inria, 2018

- Reconstruction du champ de déplacement à partir de données intra-opératoires
- Ajout d'une vue 3D de l'organe sur les images filmées
- Localisation en temps réel d'une tumeur

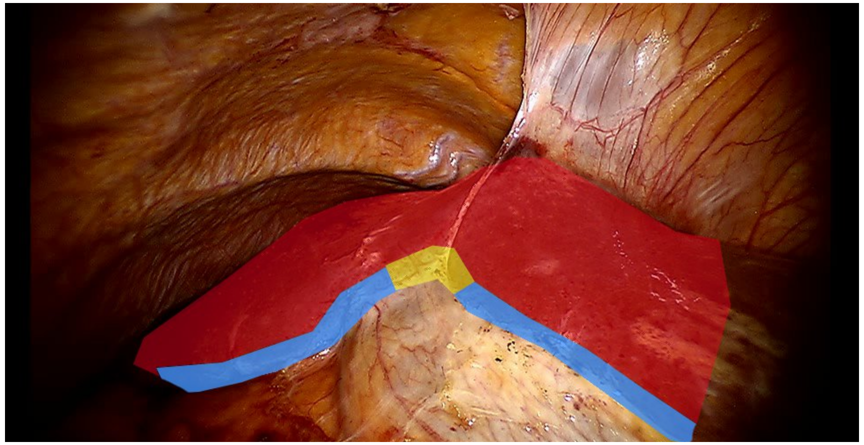
Appariement de surfaces

Données pré-opératoires



Modèle 3D du foie dans sa configuration de référence

Données intra-opératoires



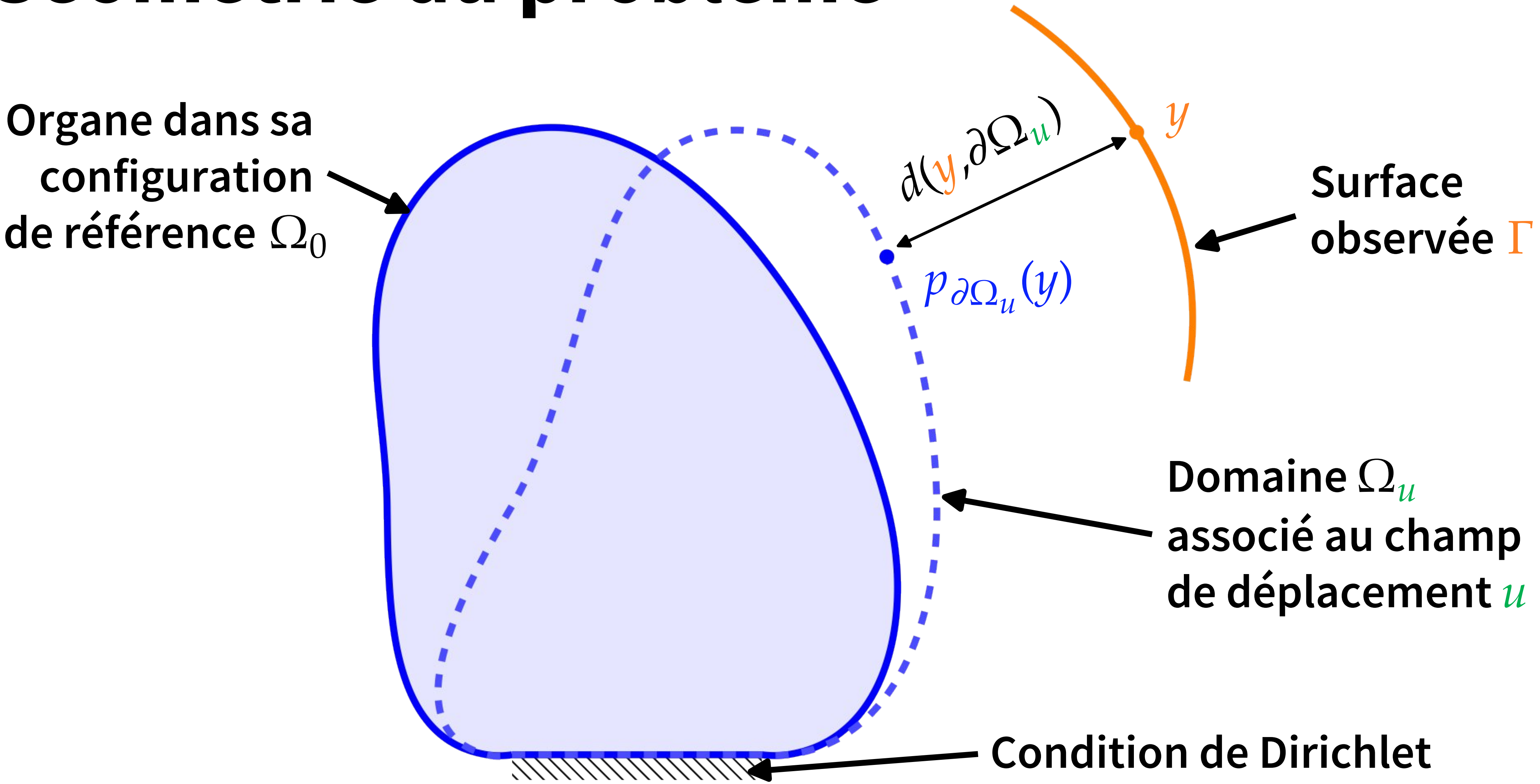
Position d'une partie de la surface de l'organe (R. Plantefève, 2016)

But : Déformer le maillage pour correspondre à la surface observée

Plantefève et al., *Patient-specific Biomechanical Modeling for Guidance during Minimally-invasive Hepatic Surgery*, 2016

1 Chirurgie augmentée : le cas du foie

Géométrie du problème

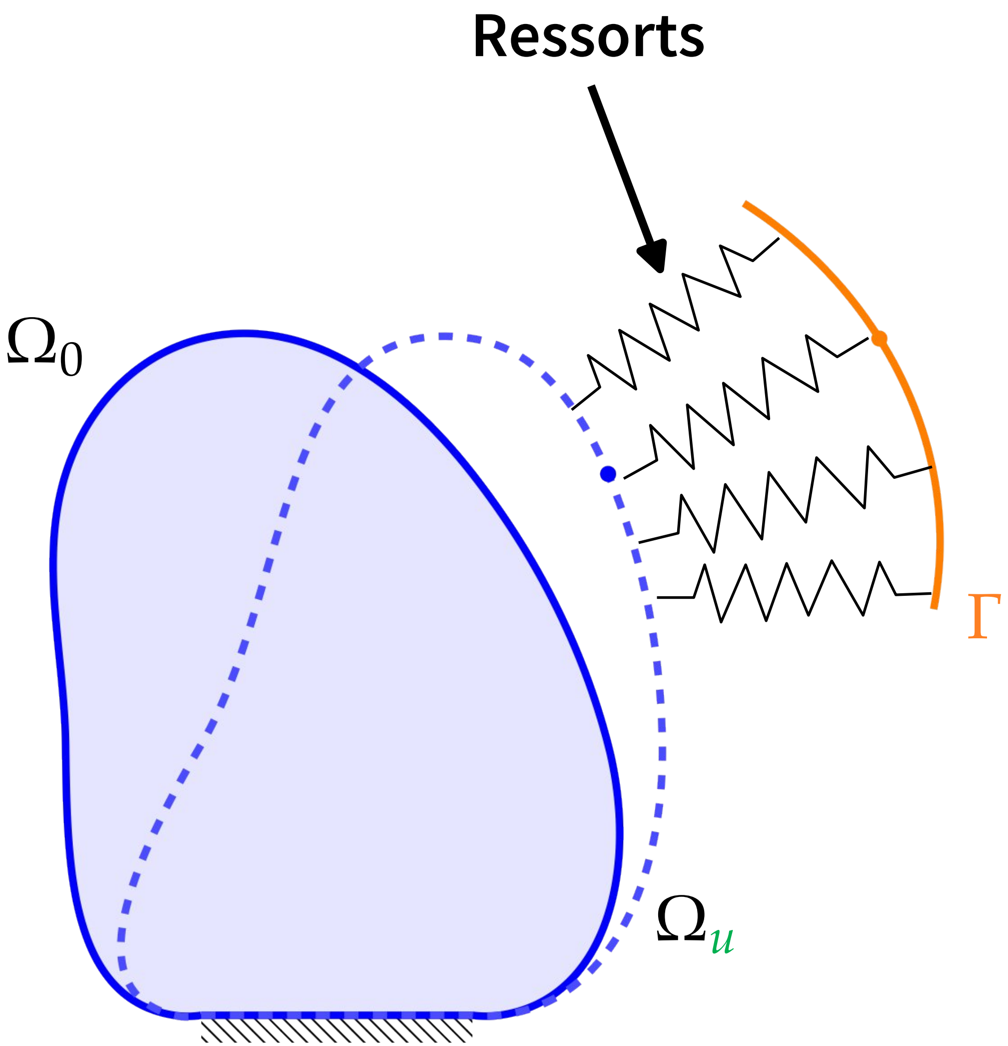


1 Chirurgie augmentée : le cas du foie

État de l'art

Simulation mécanique

- Ressorts placés entre Γ et la frontière de l'organe
- Résolutions successives d'un problème d'élasticité
- Augmentation progressive de la raideur des ressorts



Haouchine et al., *Impact of Soft Tissue Heterogeneity on Augmented Reality for Liver Surgery*, 2015

2 Problème de contrôle optimal

Reconstruction d'un effort de surface

Modèle élastique

État : champ de déplacement

$$\begin{cases} \operatorname{div}\left(\sigma\left(u_g\right)\right) = 0 & \text{dans } \Omega_0 \\ u_g = 0 & \text{sur } \partial\Omega_D \\ \sigma\left(u_g\right)\cdot n = g & \text{sur } \partial\Omega_N \end{cases}$$

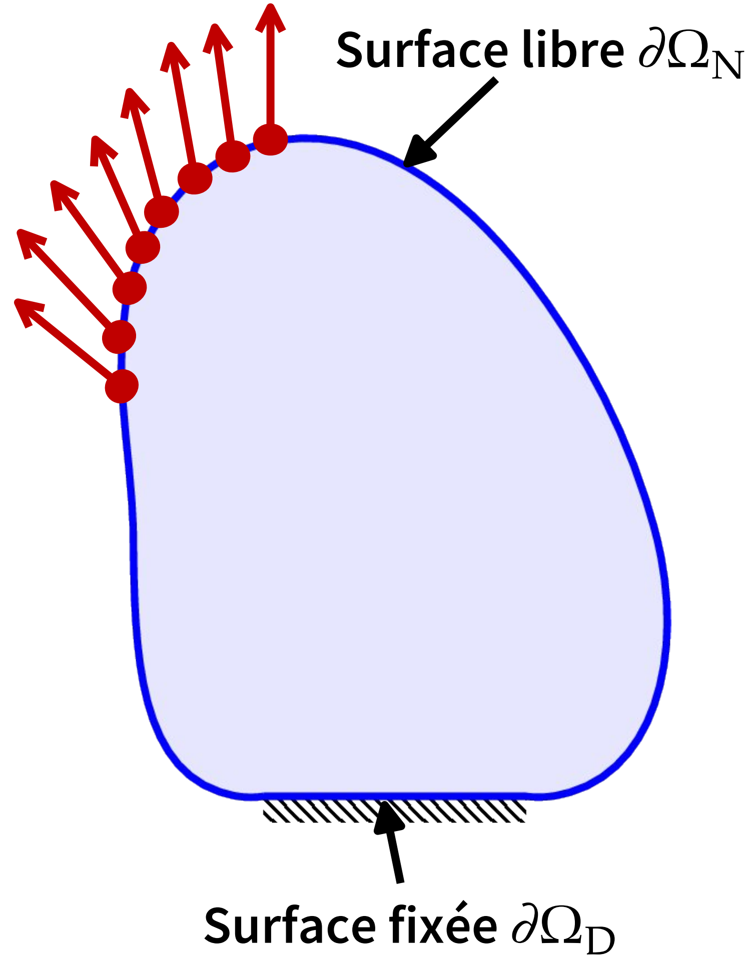
Contrôle : efforts de surface

Problème d'optimisation

Fonctionnelle mesurant la qualité du recalage

Régularisation

$$\min J\left(u_g\right) + R(g) \quad \text{s.c} \quad \|g\|_{L^\infty(\partial\Omega_N)} \leq M$$



Mesure de la qualité du recalage

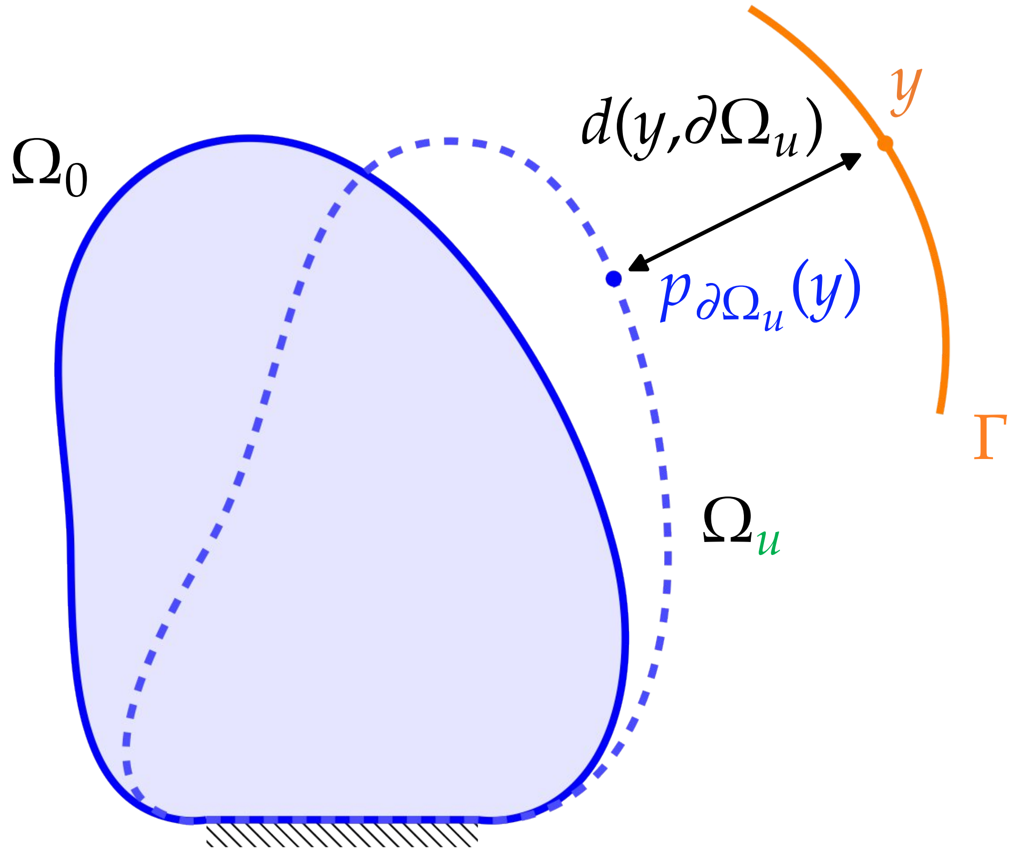
Difficulté

Γ : une surface ouverte

Fonctionnelle

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_\Gamma d^2(y, \partial\Omega_u)\ \mathrm{d}y$$

- $J(u) = 0$ ssi le recalage est terminé (soit $\Gamma \subset \partial\Omega_u$)
- Pondération possible en fonction de l'incertitude sur les points de Γ



Fonctionnelle : dérivabilité

Propriété

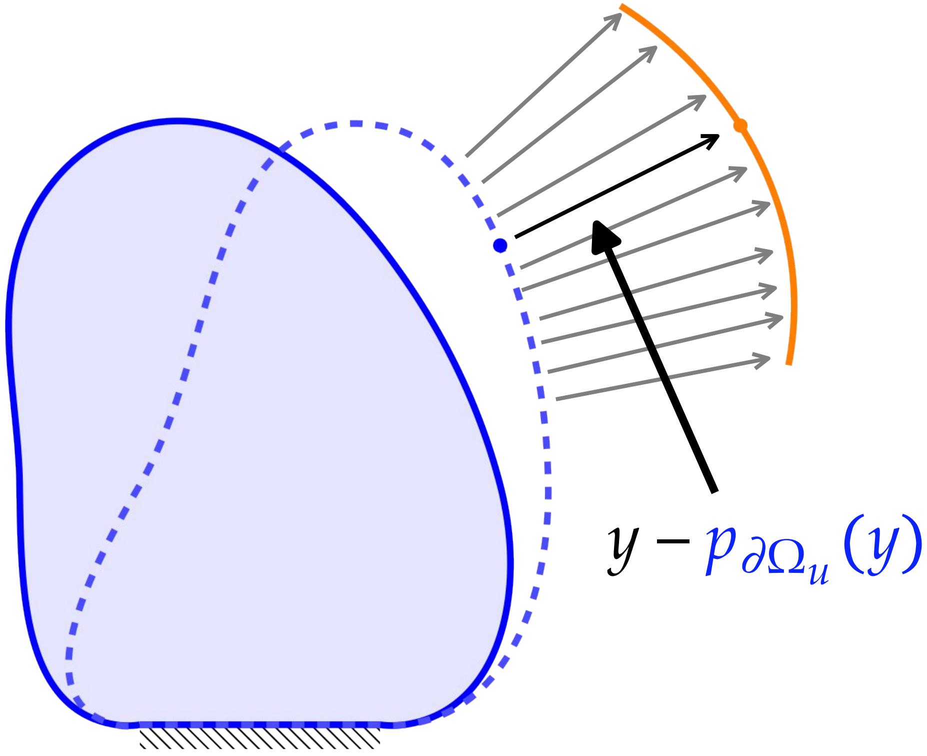
J admet des dérivées

- Directionnelles : tout le temps
- Au sens de Fréchet : en général

Expression de la différentielle (cas Fréchet)

$$\langle \mathrm{d}J(u), v\rangle = \int_{\Gamma} \hat{v}\left(p_{\partial\Omega_u}(y)\right) \cdot \left(p_{\partial\Omega_u}(y) - y\right) \mathrm{d}y$$

où $\hat{v}\left(p_{\partial\Omega_u}(y)\right) = v\left[\ (I+u)^{-1}(p_{\partial\Omega_u}(y))\ \right]$



Gradient L^2 de la fonctionnelle J

Danskin, *The theory of Min-Max and its application to weapon allocation problems, 1967*

Conditions d'optimalité

Problème direct (cas linéaire)

$$\forall v \in H^1_{\mathrm{D}}(\Omega_0) \quad \langle u, v \rangle_{\text{élastique}} = \int_{\partial\Omega_N} g \cdot v \,\mathrm{ds}$$

Problème adjoint

État adjoint

$$\forall q \in H^1_{\mathrm{D}}(\Omega_0) \quad \langle p, q \rangle_{\text{élastique}} = \langle \mathrm{d}J(u), q \rangle$$

Conditions d'optimalité sur le contrôle

$$\nabla R(g) + p + \lambda g = 0 \quad \text{avec} \begin{cases} \lambda \geq 0 \\ \|g\| \leq M \\ \lambda(\|g\| - M) = 0 \end{cases}$$

Fonction scalaire

Gestion de la contrainte ponctuelle

Existence d'une solution

Problème simplifié

$$\min J\left(u_g\right) \quad \text{s.c} \quad \begin{cases} \Delta u_g + u_g = 0 & \text{dans } \Omega_0 \\ \partial_n u_g = g & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

Contrainte ponctuelle : $\|g\|_{L^\infty(\partial\Omega)} \leq M$

Résultat utile

Approximation $W^{1,\infty}$ **:** $\|u_g\|_{W^{1,\infty}(\Omega)} \leq C\,\|g\|_{L^\infty(\partial\Omega)}$

Propriété

Le problème possède au moins une solution

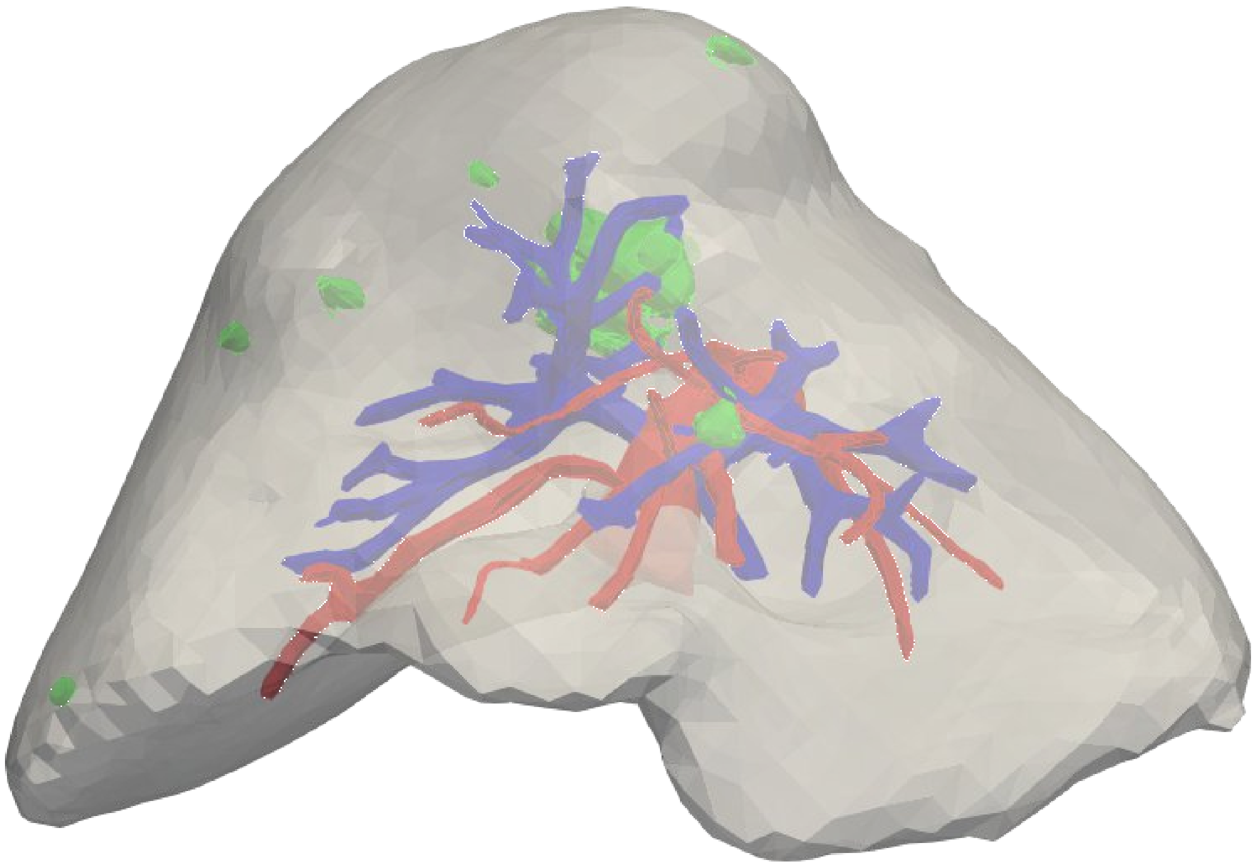
Lieberman, *The conormal derivative problem for elliptic equations of the variational type, 1983*

Problème test

Simulation par éléments finis

- L'organe : un maillage

- Les champs de vecteurs : des fonctions d'éléments finis P1



Maillage de foie dans sa configuration de référence

3 Exemples numériques

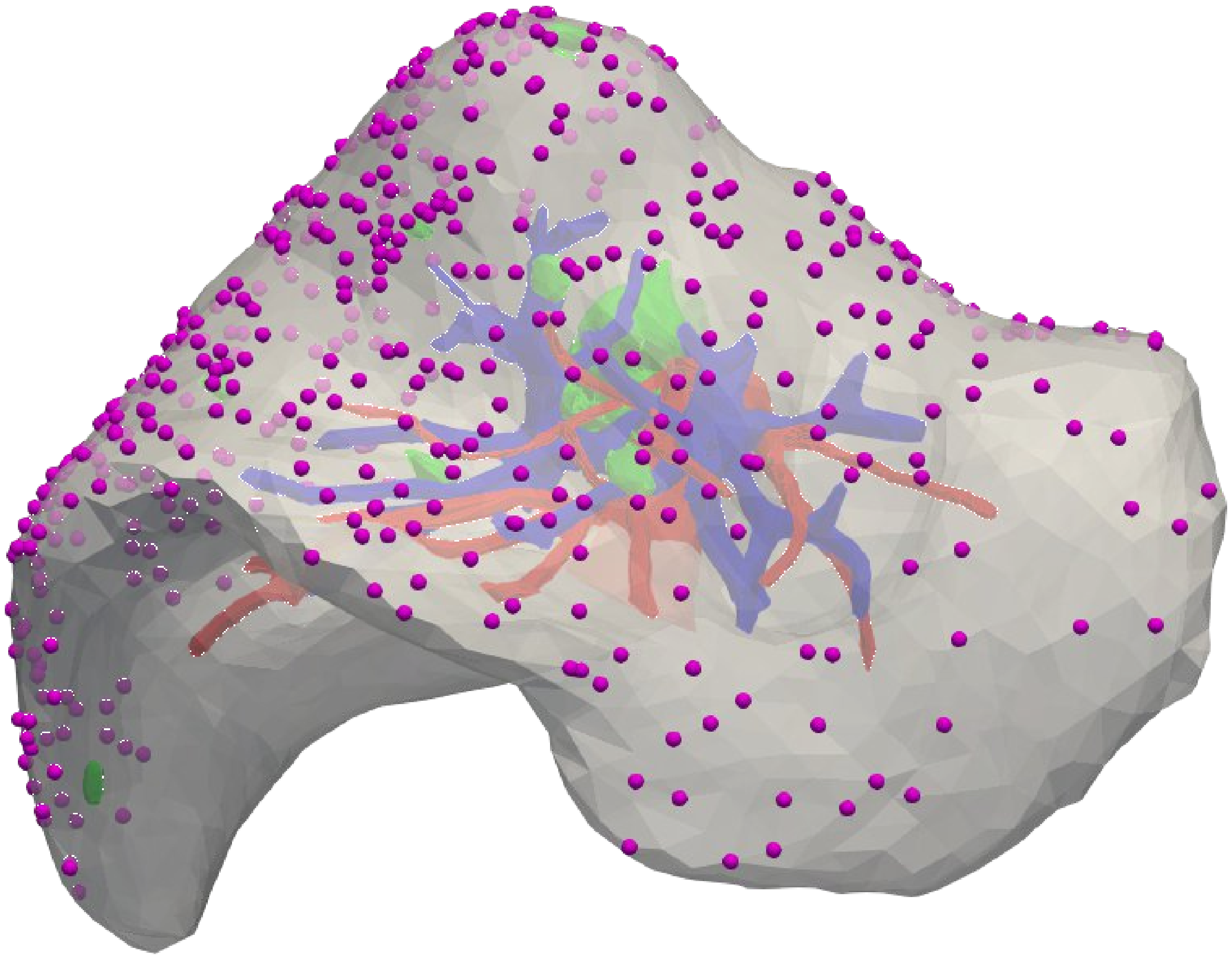
Problème test

Simulation par éléments finis

- L'organe : un maillage
- Les champs de vecteurs : des fonctions d'éléments finis P1

Création de données artificielles

- Déformation du maillage
- Projection de 500 points sur la surface déformée



Maillage déformé et nuage de points

3 Exemples numériques

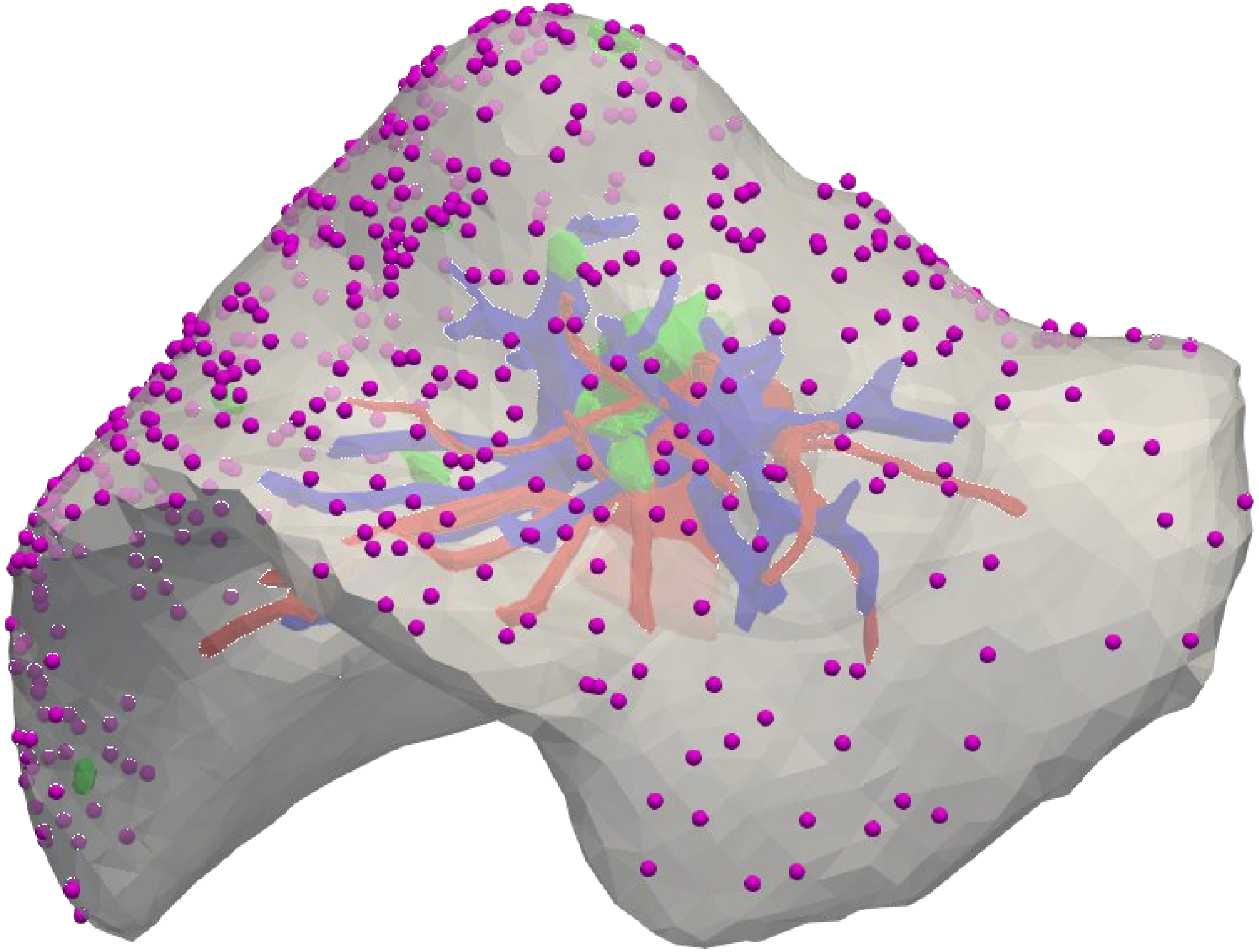
Problème test

Résolution du problème d'optimisation

- Pas de régularisation ni de contrainte : $\min J(\mathbf{u_g})$
- Méthode d'adjoint + quasi-Newton

Résultat

- Tous les points du nuage sont atteints
- Reconstruction inexacte là où il n'y a pas de point



Déformation reconstruite

Filtrage du bruit dans le nuage de points

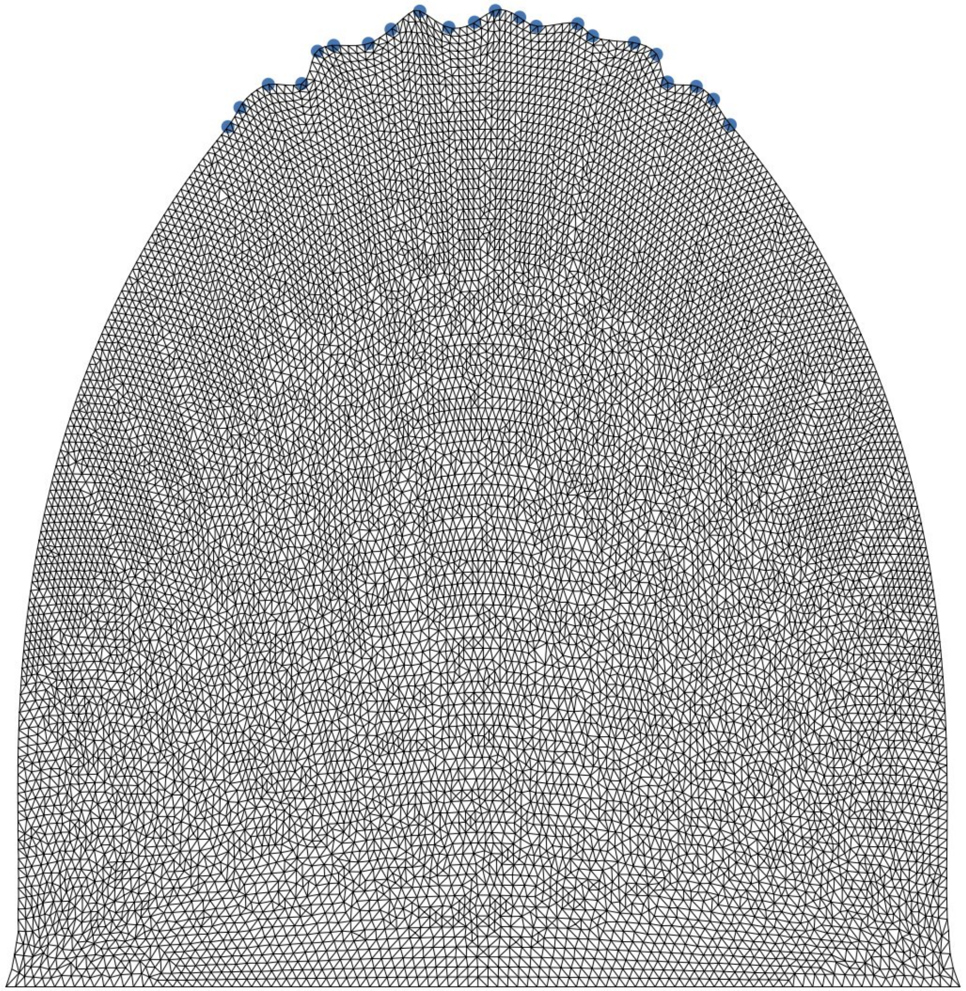
Difficulté
Erreur sur les mesures intra-opératoires

Solutions envisagées
- Problème régularisé

$$\min J(\mathbf{u_g}) + \frac{1}{2}\|\mathbf{g}\|_{L^2}^2$$

- Problème avec contrainte

$$\min J(\mathbf{u_g}) \text{ s.c } \quad \|\mathbf{g}\|_{L^\infty} \leq M$$



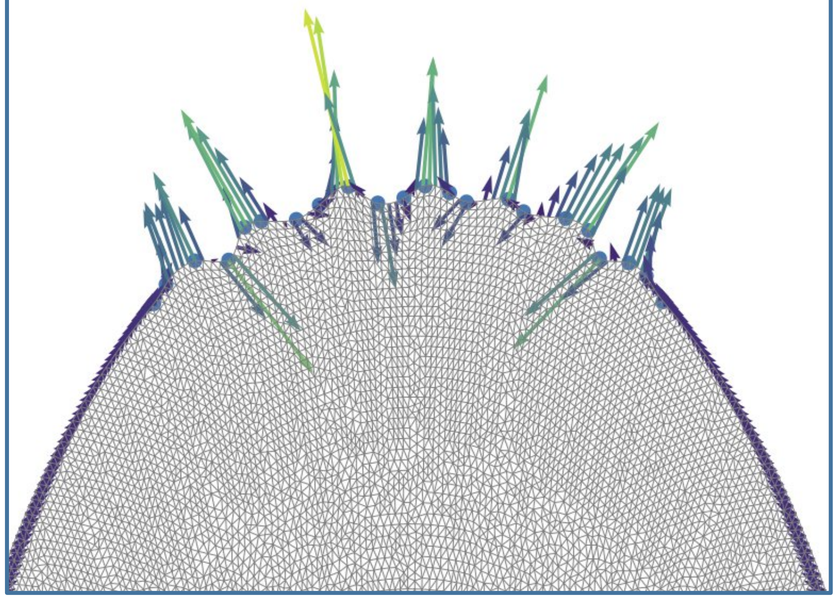
3 Exemples numériques

Régularité du contrôle

Correspondance exacte

$$\min\ J(\mathbf{u_g})$$

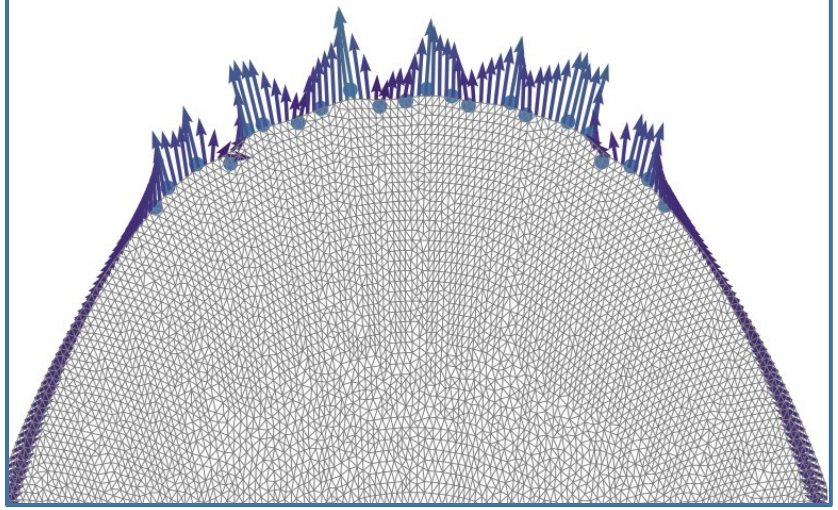
- Surface irrégulière
- Forces de grande amplitude



Régularisation

$$\min\ J(\mathbf{u_g}) + \frac{1}{2}\|\mathbf{g}\|_{L^2}^2$$

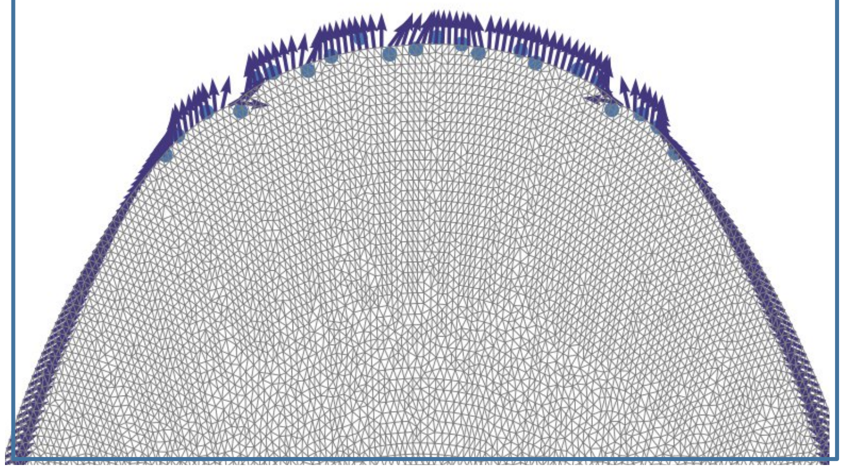
- Pas de contraintes
- Meilleures propriétés numériques



Contrainte ponctuelle

$$\min J(\mathbf{u_g}) \text{ s.c } \|\mathbf{g}\|_{L^\infty} \leq M$$

- Sens physique
- Cohérent avec la théorie d'existence



Conclusion et travail en cours

Intérêt de la formulation de contrôle optimal

- Outils génériques disponibles pour étudier et résoudre le problème

- Pratique pour ajouter de l'information dans le modèle

Travail en cours

- Travail sur l'efficacité des algorithmes

- Intégration dans le logiciel SOFA de l'équipe Inria Mimesis