Optimisation à court-terme de la production hydroélectrique du Rhône en univers probabiliste

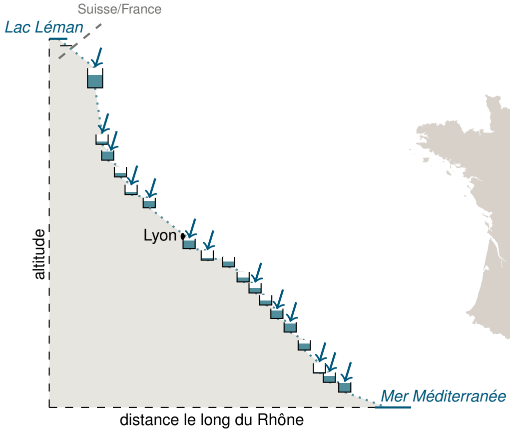
Antoine Piguet

Compagnie Nationale du Rhône (CNR), a.piguet@cnr.tm.fr

Biennale SMAI 2021, 24 juin 2021

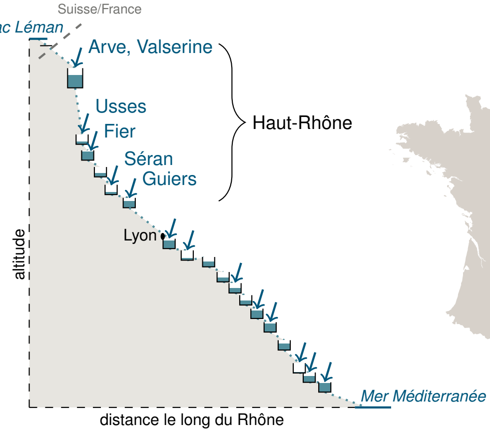
Le Rhône, une flexibilité de production à court-terme

Le Rhône, une flexibilité de production à court-terme



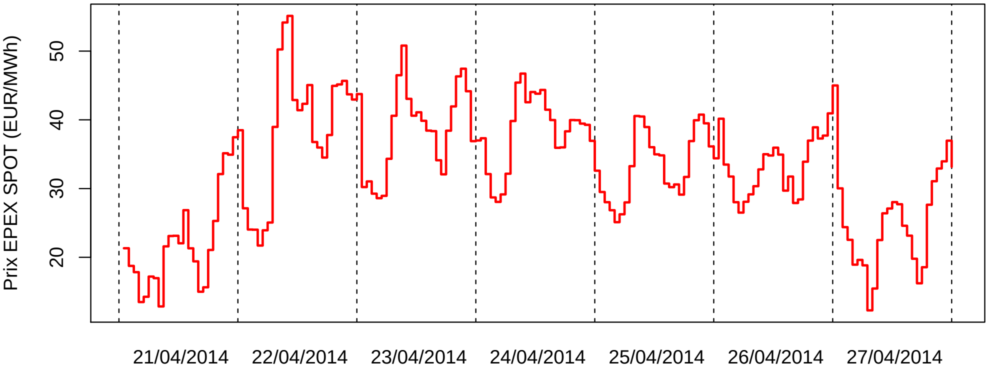
Faible modulation de la production, au sein d'une même journée, à planifier en avance

Le Rhône, une flexibilité de production à court-terme



Faible modulation de la production, au sein d'une même journée, à planifier en avance

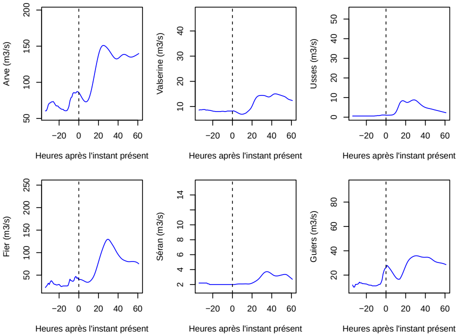
Une variation des prix de l'électricité à court-terme



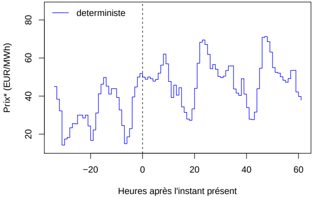
Placer la production aux heures les plus chères pour maximiser le chiffre d'affaires

Prévision des apports en eau et des prix de l'électricité

Apports en eau



Prix de l'électricité



Scénario cible $\xi_0 = (a_0, \pi_0)$

Problème d'optimisation à court-terme de la production

Problème d'optimisation linéaire mixte (MILP) de grande dimension :

chiffre d'affaires (prévisionnel)

$f(\mathbf{x}_0, \xi_0) \in \mathbb{R}$

$$\downarrow$$

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} f(\mathbf{x}_0, \xi_0)$$

$$\uparrow$$

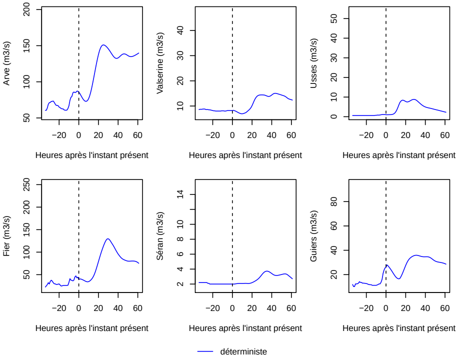
$\mathcal{X}(\xi_0) \subset \mathbb{R}^r$

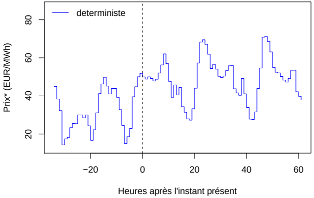
solutions admissibles

($r \approx 500\,000$)

- modèle physique simplifié
- contraintes d'exploitation

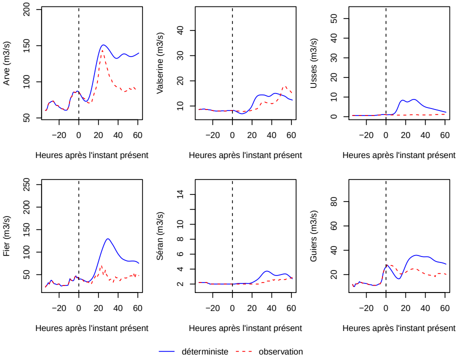
Des scénarios pour modéliser les incertitudes de prévision

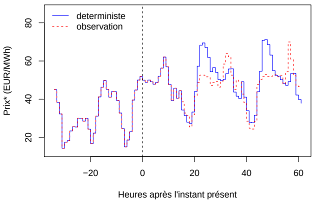




- Scénario cible $\xi_0 = (a_0, \pi_0)$

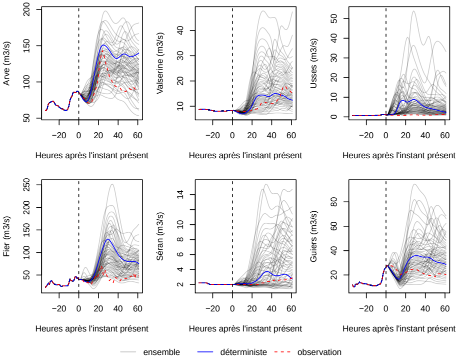
Des scénarios pour modéliser les incertitudes de prévision

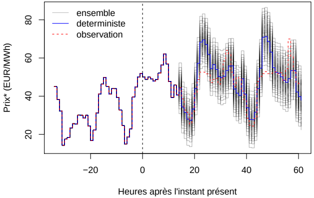




- Scénario cible $\xi_0 = (a_0, \pi_0)$

Des scénarios pour modéliser les incertitudes de prévision





- Scénario cible $\xi_0 = (a_0, \pi_0)$
- Scénarios probabilistes $\xi_n = (a_{k_n}, \pi_{l_n})$, $n \in \{1, \dots, N\}$

$$\alpha_n = \mathbb{P}[\{\xi_n\}] \in [0,1],\ n \in \{0, 1, \dots, N\}$$
$$\alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_N = 1$$

Problème d'optimisation stochastique à 2 niveaux

1^er^ niveau : problème maître

chiffre d'affaires $f(\mathbf{x}_0, \xi_0) \in \mathbb{R}$

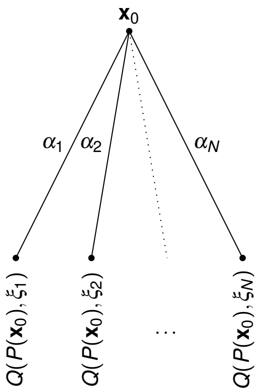
futurs engagements *day-ahead* $P(\mathbf{x}_0) \in \mathbb{R}^{24}$

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n Q(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

$\mathcal{X}(\xi_0) \subset \mathbb{R}^r$ solutions admissibles ($r \approx 500\,000$)

2^nd^ niveau : recours

$$Q(p, \xi_n) := \max_{\substack{\mathbf{x}_n \in \mathcal{X}(\xi_n) \\ P(\mathbf{x}_n) = p}} f(\mathbf{x}_n, \xi_n)$$



Problème d'optimisation stochastique à 2 niveaux

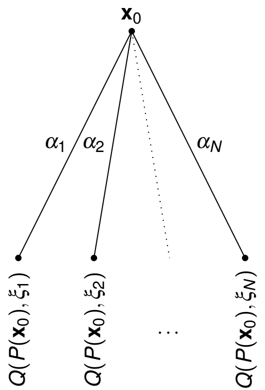
futurs engagements *day-ahead* $P(\mathbf{x}_0) \in \mathbb{R}^{24}$

chiffre d'affaires $f(\mathbf{x}_0, \xi_0) \in \mathbb{R}$

1^er niveau : problème maître

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n Q(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

$\mathcal{X}(\xi_0) \subset \mathbb{R}^r$
solutions admissibles
($r \approx 500\,000$)



2^nd niveau : recours

$$Q(p, \xi_n) := \max_{\substack{\mathbf{x}_n \in \mathcal{X}(\xi_n) \\ P(\mathbf{x}_n) = p}} f(\mathbf{x}_n, \xi_n)$$

Comment résoudre efficacement ce problème d'optimisation ?

Principe général par métamodèle situationnel du recours

Problème initial

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n Q(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

valeur optimale : $F^* \in \mathbb{R}$
solution optimale : $\mathbf{x}_0^* \in \mathcal{X}(\xi_0)$

Remplacer Q par un métamodèle $\hat{Q}$

Problème avec métamodèle

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \hat{Q}(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

valeur optimale : $\hat{F}^* \in \mathbb{R}$
solution optimale : $\hat{\mathbf{x}}_0^* \in \mathcal{X}(\xi_0)$

Principe général par métamodèle situationnel du recours

Problème initial

Problème avec métamodèle

Remplacer Q par un métamodèle $\hat{Q}$

$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n Q(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

valeur optimale : $F^* \in \mathbb{R}$
solution optimale : $\mathbf{x}_0^* \in \mathcal{X}(\xi_0)$

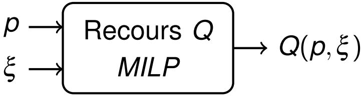
$$\max_{\mathbf{x}_0 \in \mathcal{X}(\xi_0)} \left\{ \alpha_0 f(\mathbf{x}_0, \xi_0) + \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \hat{Q}(P(\mathbf{x}_0), \xi_n) \right\}$$

valeur optimale : $\hat{F}^* \in \mathbb{R}$
solution optimale : $\hat{\mathbf{x}}_0^* \in \mathcal{X}(\xi_0)$

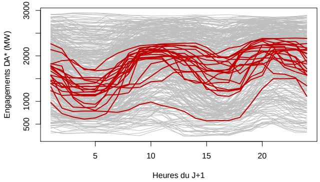
Objectifs :

- $p \mapsto \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \hat{Q}(p, \xi_n)$ compatible avec MILP
- précision : $\forall p \in P(\mathcal{X}(\xi_0)),\ \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \hat{Q}(p, \xi_n) \approx \sum_{n=1}^{N} \alpha_n Q(p, \xi_n)$
- stabilité : $\hat{F}^* \approx F^*$ (voire $\hat{\mathbf{x}}_0^* \approx \mathbf{x}_0^*$)

Jeu de données



paramétrage et situation fixés

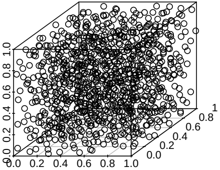


- Échantillonnage des engagements *day-ahead* par analogie

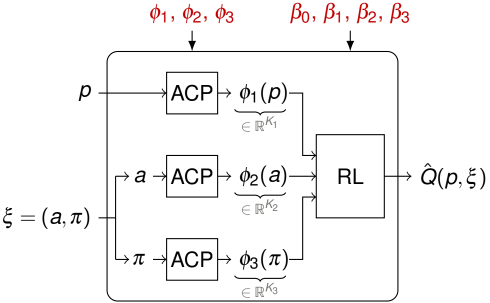
  $P(\mathcal{X}(\xi_0))$ approché par $(p_1, \ldots, p_M)$

- Sélection des simulations par LHS maximin

	p	ξ	Q
1	p_{m_1}	ξ_{n_1}	Q_1
2	p_{m_2}	ξ_{n_2}	Q_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
D	p_{m_D}	ξ_{n_D}	Q_D



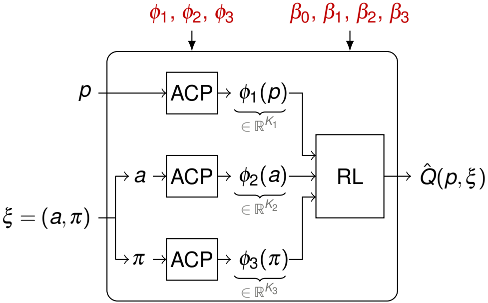
Modèle linéaire situationnel



$$\hat{Q}(p,\xi) = \beta_0 + \beta_1^T \phi_1(p) + \beta_2^T \phi_2(a) + \beta_3^T \phi_3(\pi)$$

Régression linéaire
avec ACP indépendantes

Modèle linéaire situationnel



$$\hat{Q}(p,\xi) = \beta_0 + \beta_1^T \phi_1(p) + \beta_2^T \phi_2(a) + \beta_3^T \phi_3(\pi)$$

Régression linéaire
avec ACP indépendantes

Erreurs sur le jeu de données :

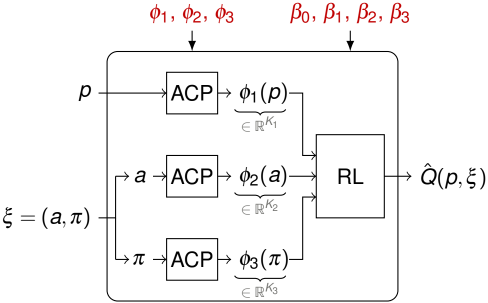
$$E_{\text{val}} := 1 - \frac{\text{MAE}_{\text{val}}}{\text{AE}_{\text{lim}}} = 0.556 > 0$$

$$\text{Q}^2 := 0.995$$

Erreurs dans le modèle d'optimisation :

$$E_{\text{opti}} := 1 - \frac{\text{AE}_{\text{opti}}}{\text{AE}_{\text{lim}}} = -1.558 < 0$$

Modèle linéaire situationnel



$$\hat{Q}(p,\xi) = \beta_0 + \beta_1^T\phi_1(p) + \beta_2^T\phi_2(a) + \beta_3^T\phi_3(\pi)$$

Régression linéaire
avec ACP indépendantes

Erreurs sur le jeu de données :

$$E_{\mathrm{val}} := 1 - \frac{\mathrm{MAE}_{\mathrm{val}}}{\mathrm{AE}_{\mathrm{lim}}} = 0.556 > 0$$

$$\mathrm{Q}^2 := 0.995$$

Erreurs dans le modèle d'optimisation :

$$E_{\mathrm{opti}} := 1 - \frac{\mathrm{AE}_{\mathrm{opti}}}{\mathrm{AE}_{\mathrm{lim}}} = -1.558 < 0$$

Limites de l'approche :

- temps de calcul du calage long
- échantillon $(p_1, \ldots, p_M)$ trop localisé
- modèle linéaire peu précis pour l'optimisation

Approche itérative d'enrichissement du jeu de données

- Initialisation :
  - sélectionner quelques scénarios probabilistes $(\xi_{n'_j})_{1\leq j\leq J}$ puis redistribuer leurs probabilités $(\alpha'_j)_{1\leq j\leq J}$
  - $\mathcal{D}^{(0)} := \emptyset$
  - calculer $\mathbf{x}_0^{(0)}$ la solution optimale du problème déterministe $\max\limits_{\mathbf{x}_0\in\mathcal{X}(\xi_0)} f(\mathbf{x}_0,\xi_0)$
- Itération $i \geq 1$:
  - noter $P^{(i)} := P(\mathbf{x}_0^{(i-1)})$ les ventes *day-ahead* de la dernière solution $\mathbf{x}_0^{(i-1)}$
  - pour $j \in \{1,\dots,J\}$, résoudre (en parallèle) $Q_j^{(i)} := Q(P^{(i)},\xi_{n'_j})$
  - calculer le recours moyen $\mathcal{Q}^{(i)} := \sum\limits_{j=1}^{J} \alpha'_j Q_j^{(i)}$
  - enrichir le jeu de données $\mathcal{D}^{(i)} := \mathcal{D}^{(i-1)} \cup \{(P^{(i)},\mathcal{Q}^{(i)})\}$
  - caler un métamodèle $\hat{\mathcal{Q}}^{(i)}(\cdot)$ linéaire par morceaux et concave grâce à $\mathcal{D}^{(i)}$
  - calculer $\mathbf{x}_0^{(i)}$ la solution optimale de $\max\limits_{\mathbf{x}_0\in\mathcal{X}(\xi_0)} \{\alpha_0 f(\mathbf{x}_0,\xi_0) + (1-\alpha_0)\hat{\mathcal{Q}}^{(i)}(P(\mathbf{x}_0))\}$

Merci de votre attention !

a.piguet@cnr.tm.fr