



Un modèle homogénéisé pour la tomographie optique chez le nouveau-né

Stephanie Lohrengel, Farah Oumri, Stéphanie Salmon

Université de Reims Champagne-Ardenne
Laboratoire de Mathématiques CNRS UMR 9008

SMAI 2021, 21 Juin 2021

Plan

- 1 Contexte et introduction
- 2 Nouveau modèle homogénéisé
- 3 Conclusion et Perspectives

Plan

- 1 Contexte et introduction
- 2 Nouveau modèle homogénéisé
- 3 Conclusion et Perspectives

Le projet ANR MAIA en quelques mots / chiffres

Éléments clefs

- Appel : ANR, AAPG 2015, CE23
- Porteur : Pr. François Rousseau (IMT Atlantique)
- Dates : 2015–2020 (60 mois)

Les acteurs

- Informatique : LaTIM (Brest), CReSTIC (Reims), ICube (Strasbourg), IRISA (Rennes), LTCI (Paris)
- Mathématiques : **LMReims**, LAMFA (Amiens)
- Clinique : CHU Reims, **CHU Amiens**, CHU Rennes
- Industrie : Kitware (Lyon)

Le projet

Contexte clinique

- Prématurité = naissance avant 37 SA.
- 65 000 naissances par an en France.
- Organes affectés : **cerveau**, poumons, tube digestif, canal artériel
- Étude nationale : EPIPAGE 2 = suivi de cohortes à 2 ans et 5 ans pour analyser les retards de développement.

Objectifs globaux

- Analyse de données multi-modales cérébrales chez le prématuré (IRM, EEG, NIRS)... ...pour les corrélérer aux besoins d'interventions de professionnels (kinésithérapeutes, ergothérapeutes, orthophonistes...)

Outils d'investigation spécifiques

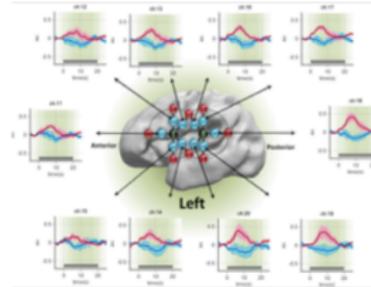
Non-invasifs, non-irradiants car nouveaux-nés.

Outils d'investigation

IRM, échographie, EEG, **NIRS**

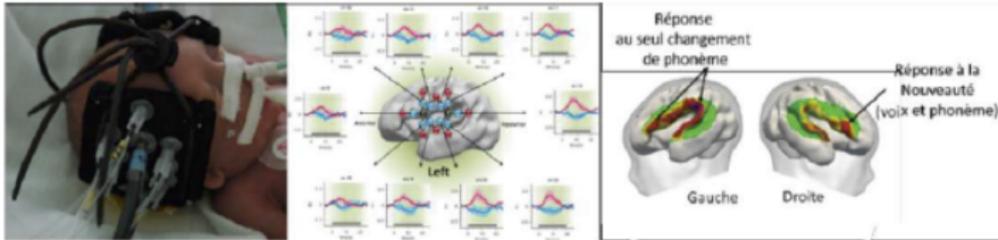


NIRS



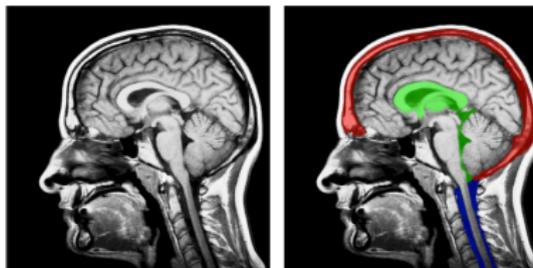
Modèles en tomographie optique diffuse

Principe: absorption de la lumière dans le spectre proche infrarouge (NIRS).
Non-invasive, non-irradiante, portable.



Questions ?

Est-ce que la TOD permet de repérer des lésions cérébrales telles les hémorragies intra-ventriculaires (HIV) et les leucomalacies périventriculaires ?



Résolution de l'équation du transfert radiatif

Equation intégrô-différentielle Intensité spécifique de radiation $I(t, x, s)$ énergie des photons au temps t , au point x , dans la direction s (par unité stéradian) = 6 variables + temps t .

$$\frac{1}{c} \partial_t I(t, x, s) + s \cdot \nabla I(t, x, s) + \mu_t I(t, x, s) = \frac{\mu_s}{4\pi} \int_{\mathbb{S}} f(s, s') I(t, x, s') ds' + q(t, x, s)$$

- μ_a : coefficient d'absorption
- μ_s : coefficient de diffusion
- $\mu_t = \mu_a + \mu_s$: coefficient d'atténuation totale.

Résolution numérique coûteuse : **simulation par méthode Monte Carlo.**

Analyse asymptotique \implies approximation par un modèle plus simple.

Petit paramètre = ratio entre μ_a et μ_s .

- $\Phi(\vec{r}, t)$: densité de photons diffus.

Résolution du problème direct : approximation classique par l'équation de diffusion

⇒ Équation de la diffusion (domaine temporel)

$$\frac{1}{c} \partial_t \Phi(\vec{r}, t) - \operatorname{div} \left(\frac{1}{3(\mu_a + \mu'_s)} \nabla \Phi(\vec{r}, t) \right) + \mu_a \Phi(\vec{r}, t) = q_0(\vec{r}, t)$$

coefficient de diffusion $\kappa = (3(\mu_a + \mu'_s))^{-1}$, vitesse de la lumière $c = c_0/n$, n indice de réfraction du tissu.

- **source q harmonique en temps, gaussienne à fréquence fixée $\omega > 0$.**

⇒ Équation de la diffusion (domaine fréquentiel)

$$-\operatorname{div}(\kappa \nabla \Phi) + \left(\mu_a + \frac{i\omega}{c} \right) \Phi = q \text{ in } \Omega + \text{CL de Robin sur } \partial\Omega.$$

Formulation variationnelle : Trouver Φ telle que

$$\int_{\Omega} \kappa \nabla \Phi \cdot \nabla \bar{\psi} \, dx + \int_{\Omega} \left(\mu_a + \frac{i\omega}{c} \right) \Phi \bar{\psi} \, dx + \frac{1}{2\chi} \int_{\partial\Omega} \Phi \bar{\psi} \, ds = \int_{\Omega} q \bar{\psi} \, dx + \frac{1}{2\chi} \int_{\partial\Omega} g \bar{\psi} \, ds.$$

Pour données régulières (dont $q \in L^2(\Omega)$), le théorème de Lax-Milgram nous assure que le problème est bien posé.

Simulation Freefem++ avec éléments finis de Lagrange \mathbb{P}^1 .

Observable = valeurs au bord de Φ .

Modèle

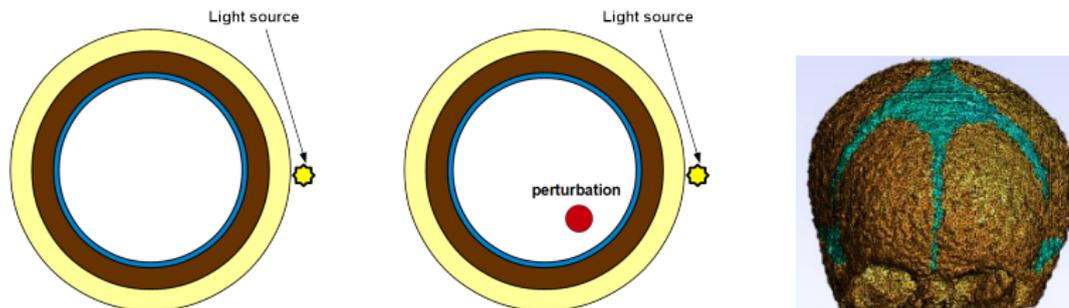


Figure: Modèle circulaire sain (gauche), avec une perturbation (milieu). Modèle réaliste de tête de nouveau-né (droite).

Tissu	μ_a [mm^{-1}]	μ'_s [mm^{-1}]	κ	$\varepsilon = \sqrt{\mu_a/\mu_s}$
scalp	0.018	1.9	0.17	0.03
crâne	0.016	1.6	0.21	0.03
matière grise	0.048	0.5	0.61	0.098
matière blanche	0.037	1.0	0.32	0.06
LCS	0.0041	0.032	9.23	0.11

Paramètres optiques (800 nm (see [1])). $\mu'_s = \mu_s(1 - g)$ coefficient de diffusion réduit avec $g = 0.9$ pour tous tissus.

[1] M. DEHAES, K. KAZEMI, M. PÉLÉGRINI-ISSAC, R. GREBE, H. BENALI, AND F. WALLOIS, *Quantitative Effect of the Neonatal Fontanel on Synthetic Near Infrared Spectroscopy Measurements*, *Human Brain Mapping* **34** (2013).

Résolution du problème direct

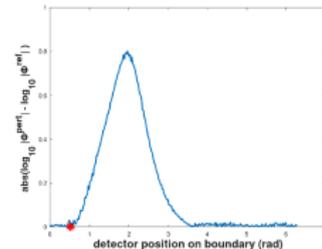
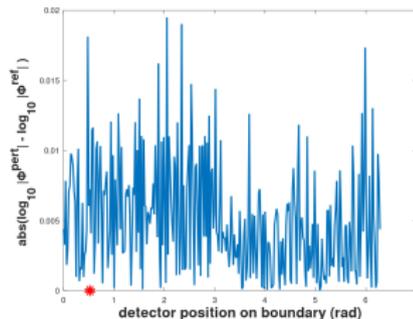
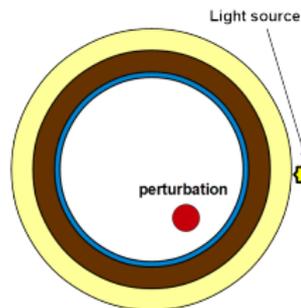


Figure: Différence des valeurs sur le bord avec et sans inclusion dans le modèle à 4 couches : 3ème couche = LCS (gauche), 3ème couche = crâne (droite).

La couche de LCS se comporte comme un guide d'onde :

- difficile d'obtenir des informations sur la présence d'une inclusion,
- pas de pénétration en profondeur de la lumière.

Plan

- 1 Contexte et introduction
- 2 Nouveau modèle homogénéisé
- 3 Conclusion et Perspectives

Un nouveau modèle homogénéisé.

Prendre en compte la présence de trabécules arachnoïdiennes (TA) = diffuseurs discrets.

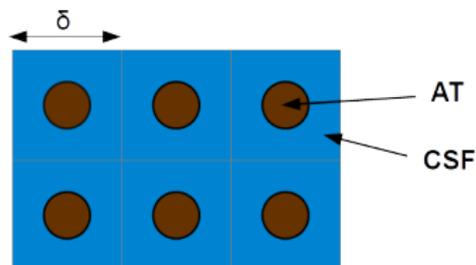
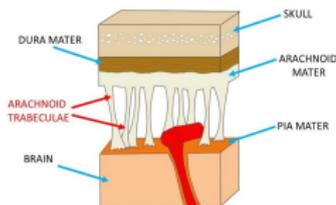
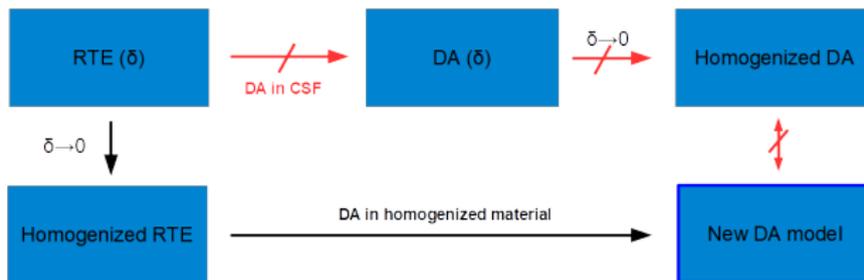


Figure: Trabécules arachnoïdiennes (@neuroscientificallychallenged.com). Micro-structure périodique de largeur δ contenant LCS et TA.

E. OKADA, D.T. DELPY. *Near-infrared light propagation in an adult head model. I. Modeling of low-level scattering in the cerebrospinal fluid layer.* Appl. Optics. 2003;42(16):2906–2914.

Homogénéisation de l'équation de diffusion



p pourcentage de trabécules	0	0.10	0.15	0.20	0.30
moyenne de κ	9.23	8.33	7.88	7.43	6.52.

Moyenne du paramètre de coefficient de diffusion pour différents pourcentages p de TA dans le LCS.

Paramètres optiques pour les TA = scalp.

⇒ **homogénéiser d'abord l'ETR**, pas l'équation de diffusion : le libre parcours moyen dans le milieu doit être petit par rapport à l'échelle des inhomogénéités.

Homogénéisation de l'ETR

Proposition

$$\frac{1}{c} \partial_t I_\delta(t, x, s) + s \cdot \nabla I_\delta(t, x, s) + \mu_{t, \delta} I_\delta(t, x, s) = \frac{\mu_{s, \delta}}{4\pi} \int_{\mathbb{S}} f(s, s') I_\delta(t, x, s') ds' + q(t, x, s).$$

+ conditions initiales.

On montre que I_δ converge faible-* dans $L^\infty(\Omega)$ vers I solution de l'ETR avec comme paramètres les valeurs moyennes $\mu_a^* = \langle \mu_a \rangle$, $\mu_s^* = \langle \mu_s \rangle$ (voir [2]) :

$$\frac{1}{c} \partial_t I(t, x, s) + s \cdot \nabla I(t, x, s) + \mu_t^* I(t, x, s) = \frac{\mu_s^*}{4\pi} \int_{\mathbb{S}} f(s, s') I(t, x, s') ds' + q(t, x, s)$$

+ conditions initiales.

[2] L. DUMAS AND F. GOLSE, *Homogenization of transport equations*, SIMA J. Appl. Math. **60**(4) (2000)

Approximation de l'ETR homogénéisé par l'équation de diffusion

Paramètres pour l'équation de diffusion : $\kappa = \frac{1}{3(\langle \mu_a \rangle + \langle \mu'_s \rangle)}$, $\langle \mu_a \rangle$

p	$\langle \mu_a \rangle$	$\langle \mu'_s \rangle$	κ	$\varepsilon = \sqrt{\mu_a / \mu_s}$
10%	0.0055	0.219	1.49	0.05
20%	0.0069	0.406	0.81	0.0412

Paramètres du modèle homogénéisé pour différentes proportions p de TA dans LCS. Paramètres optiques pour TA = scalp.

Résultats numériques

Perturbation d'un rayon de 10 mm, située à 2mm de l'interface cerveau/LCS, à un angle de $\pi/6$. Maillage 300 points sur le bord.

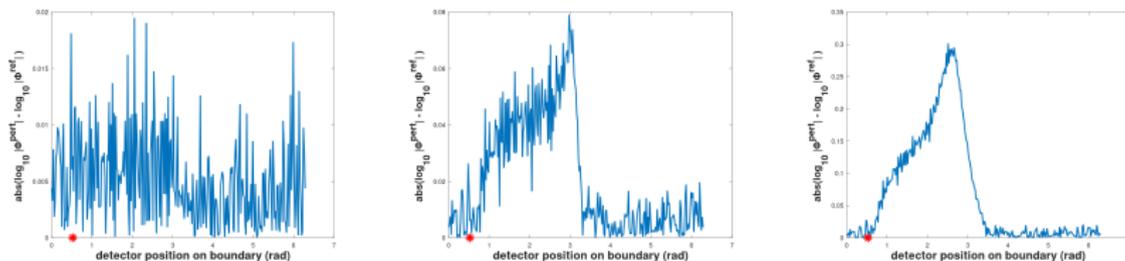


Figure: Différence des valeurs sur le bord avec et sans inclusion dans le modèle à 4 couches. Modèle classique (gauche), modèle homogénéisé : 10% TA dans LCS (milieu), 20% TA dans LCS (droite).

⇒ **Sensibilité à la présence de perturbations améliorée.**

Résultats numériques avec mesures bruitées.

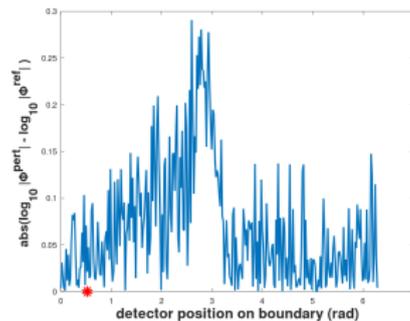
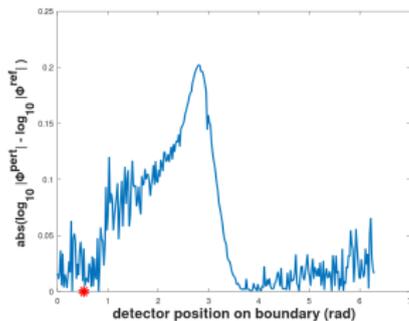


Figure: Différence des valeurs sur le bord avec et sans inclusion dans le modèle à 4 couches. Mesures bruitées, modèle homogénéisé : 15% TA dans LCS. 5% bruit (gauche), 10% bruit (droite).

Résultats sensibilité sur maillage réaliste

Sensibilité mesure la variation de la solution du problème selon les variations des paramètres optiques. Mathématiquement = dérivée directionnelle.

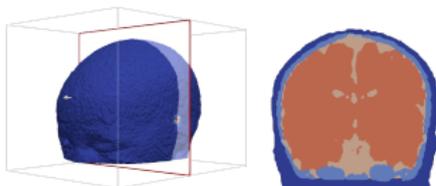


Figure: Tête d'un nouveau-né masculin maillé réalisé à Amiens (IRM + CT-Scan).

H. AZIZOLLAHI, A. AARABI, F. WALLOIS. *Effects of uncertainty in head tissue conductivity and complexity on EEG forward modeling in neonates*. HUM. BRAIN MAPPING 2016; 37(10):3604–3622.

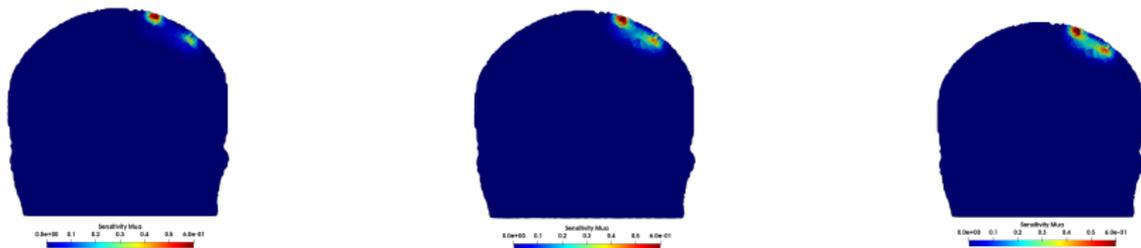


Figure: Sensibilité par rapport à μ_a . Modèle classique (gauche). Nouveau modèle 10% TA dans LCS (milieu), nouveau modèle 20% TA dans LCS (droit).

Résultats maillage réaliste

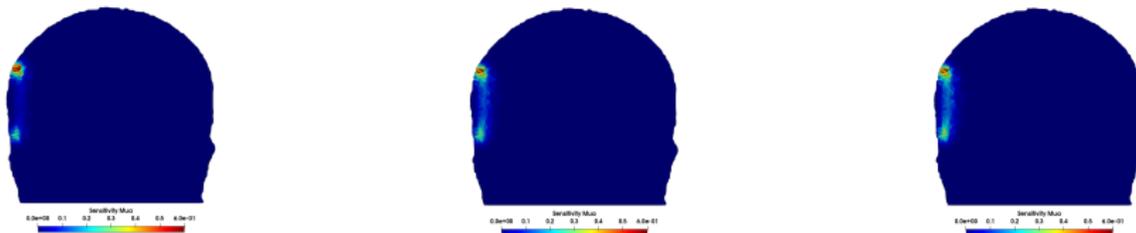


Figure: Sensibilité par rapport à μ_a . Modèle classique (gauche). Nouveau modèle 10% TA dans LCS (milieu), nouveau modèle 20% TA dans LCS (droit).

Plan

1 Contexte et introduction

2 Nouveau modèle homogénéisé

3 Conclusion et Perspectives

Conclusion

- Développement d'un nouveau modèle pour mieux prendre en compte la couche de LCS.
- L'approximation de la diffusion est faite sur l'ETR homogénéisée.
- Sensibilité à la présence de perturbations améliorée.
- La complexité numérique reste la même que pour l'approximation classique par l'équation de la diffusion.
- \Rightarrow Prometteur pour le problème inverse.

Problème inverse

La reconstruction de $\mu_a^{Inclusion}$ (IPOPT)

nb. sources=4, $\mu_{ap} = \mu_a^{fond}$ $\kappa_{ap} = \kappa^{fond}$ $v_1 = 0.005$ $v_2 = 0.01$

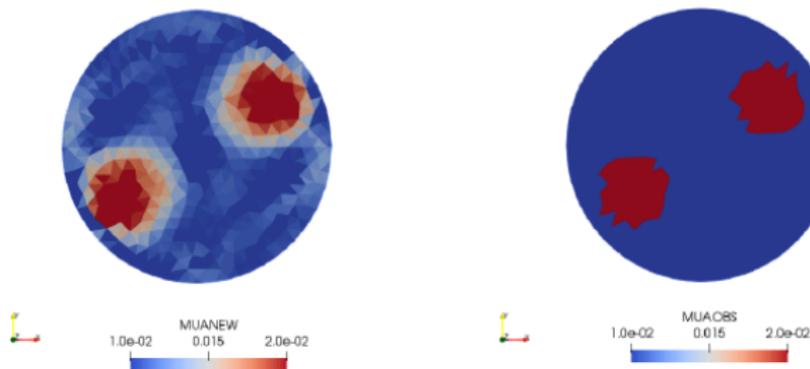


FIGURE – la reconstruction de $\mu_a^{Inclusion}$ avec la méthode de IPOPT

Problème inverse

La reconstruction de $\kappa^{Inclusion}$ (IPOPT)

nb. sources=4, $\mu_{ap} = \mu_a^{fond}$ $\kappa_{ap} = \kappa^{fond}$ $v_1 = 0.05$ $v_2 = 0.001$

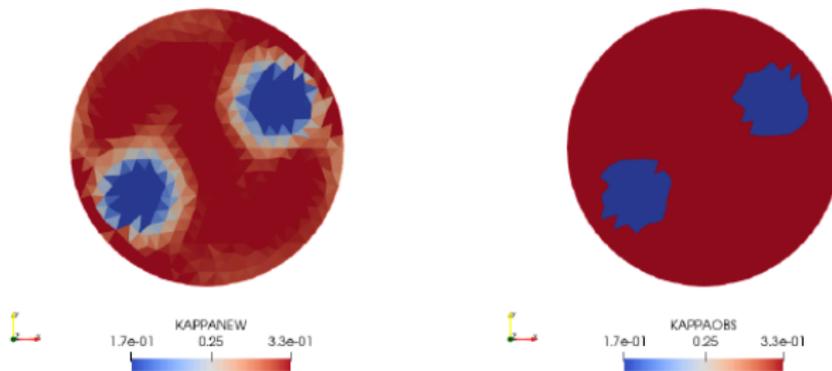


FIGURE – la reconstruction de $\kappa^{Inclusion}$ avec la méthode de IPOPT

Problème inverse

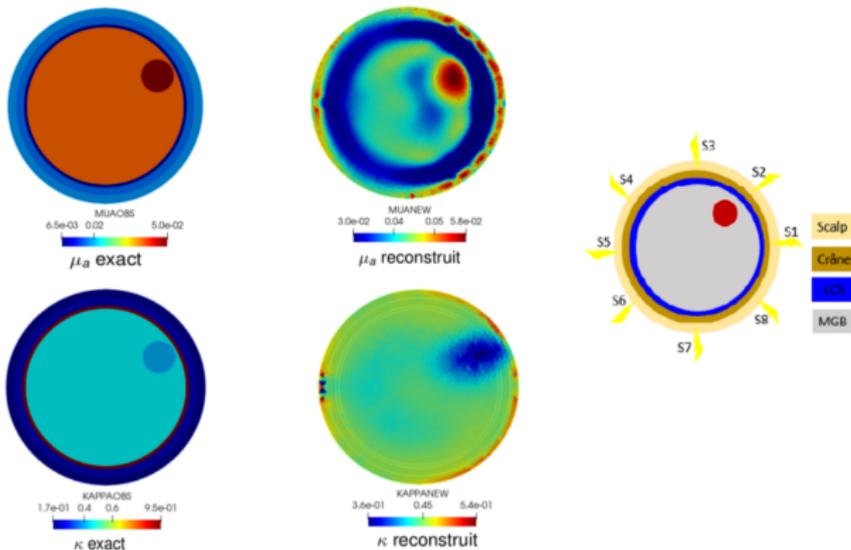


FIGURE – La reconstruction de μ_a et κ avec 25 % d'AT dans le LCS.
 $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5.10^{-3}, 10^{-2})$ pour μ_a , $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5.10^{-1}, 5.10^{-3})$ pour κ .

Merci de votre attention.