Modèle large bande de matériaux composites dans la méthode FDTD conforme pour le calcul de la surface équivalente Radar

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

Congrès SMAI - 22 Juin 2021

Samuel GAUCHER (XLIM et CEA CESTA)
Christophe GUIFFAUT, Alain REINEIX (XLIM)
Olivier CESSENAT, Geneviève MAZE-MERCEUR (CEA CESTA)

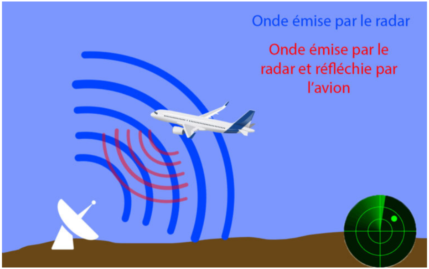


Figure 1 – champ rétrodiffusé par un objet

- Le champ rétrodiffusé par un objet est quantifié par sa SER (surface équivalente radar) : grandeur quantifiant la proportion d'énergie renvoyée par l'objet vers le radar.
- On souhaite contrôler la diffraction d'un objet éclairé par une onde radar avec des métamatériaux.
- Leur prise en compte dans les outils de simulation peut s'avérer complexe en raison de leur configuration géométrique (couche tres mince, hétérogène, périodique).

But : Etablir un modèle d'impédance de surface équivalent à un métamatériau et l'appliquer sur la surface d'une cible.

1. Considérer un motif élementaire d'un métamatériau périodique.
2. Calculer avec le solveur FDTD périodique une condition aux limites de type impédance de suface (SIBC dépendant de la fréquence et de l'incidence).
3. Intégrer ce modèle sur une cible avec la méthode de résolution 3D FDTD Conforme.

1. Introduction
   - Challenge FDTD pour la condition périodique aux limites
   - Etat de l'art

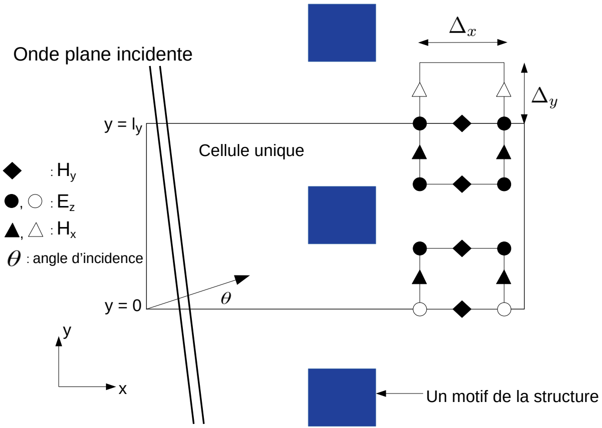
2. Méthode du changement de variable
   - Transformation des champs EM et nouvelles équations
   - Problématique de la réécriture et du critère de stabilité CFL

3. Méthode Spectral-FDTD
   - Nombre d'onde horizontale constant
   - Modes propagatif et évanescent, fréquence de coupure
   - Fréquences de résonance
   - Méthode Time Domain Vector Fitting z-domain

4. Validations
   - Croix de Jérusalem entourée d'un matériau avec pertes
   - Métasurface FR4 + ITO

5. Conclusion et perspectives

Challenge FDTD pour la condition périodique aux limites



PBC en temporel (2D et mode TM)

$$
\begin{aligned}
H_x\left(x, l_y + \frac{\Delta_y}{2}, t\right) &= H_x\left(x, \frac{\Delta_y}{2}, t - l_y \sin\theta / c\right) \\
E_z\left(x, y = 0, t\right) &= E_z\left(x, y = l_y, t + l_y \sin\theta / c\right)
\end{aligned}
$$

Challenge lorsque l'angle θ est fixé

Comment prédire la valeur $Ez(y = l_y)$ dans le futur ?

Plusieurs techniques existent dans la littérature pour traiter le challenge des conditions aux bords périodiques et Taflove et Hagness les distinguent en deux groupes : "field transformation methods" et "direct methods".

Transformation des champs

- Field-split 2D, 3D. Date : 1998, auteurs : Roden, Gedney, ...
- Improved-LOD 2D. Date : 2013, auteurs : Wang, Bihua, Zhou, ...
- LeapFrog (LF) 2D. Date : 2014, auteurs : Sun, Li-Hua, Shi, ...
- Material independant 3D. Date : 2014, auteurs : Liang, Bai, ...

Méthodes directes

- Sine-Cosine 2D, 3D. Date : 1994, auteurs : Harms, Mittra, ...
- Spectral-FDTD 2D. Date : 2004, auteurs : Yang, Chen, ...
- Spectral-FDTD 3D. Date : 2006, auteurs : Aminian, Rahmat-Samii, ...
- Spectral-FDTD/ARMA 3D. Date : 2007, auteurs : Yang, Elsherbeni, ...

La transformation suivante des champs EM dans le domaine fréquentiel :

(1)
$$\begin{aligned} P_z &= E_z e^{jk_y y} \\ Q_x &= \eta_0 H_x e^{jk_y y} \\ Q_y &= \eta_0 H_y e^{jk_y y} \end{aligned}$$

permet de retrouver une condition aux frontières simple : $P_z(x, y = 0, t) = P_z(x, y = l_y, t)$

Les équations de Maxwell sont par conséquent transformées par l'ajout de termes supplémentaires (entre crochets) dans les équations sur P_z et Q_x :

(2)
$$j\omega \frac{\epsilon_r P_z}{c} = \partial_x Q_y - \partial_y Q_x + \left\{ j\omega \frac{\sin\theta}{c} Q_x \right\},$$

(3)
$$j\omega \frac{\mu_r Q_x}{c} = -\partial_y P_z + \left\{ j\omega \frac{\sin\theta}{c} P_z \right\},$$

(4)
$$j\omega \frac{\mu_r Q_y}{c} = \partial_x P_z.$$

Il faut réécrire le schéma numérique

- Il existe dans la littérature plusieurs façons de discrétiser les nouvelles équations : inconvénient de devoir réécrire les schémas connus.
- Les ondes sortantes du domaine sont traitées par des conditions aux frontières absorbantes de type PMLs (Perfectly Matched Layers) dont la formulation varie selon le schéma numérique utilisé.

Restriction sur le pas de temps en 2D

- Field-Split : $\Delta_t \leq \dfrac{\Delta \cos^2 \theta}{c\sqrt{1+\cos^2 \theta}}$
- LOD, LF : inconditionnellement stable

A notre connaissance, les algorithmes 3D basés sur la transformation des champs donnent toujours une condition de stabilité CFL dépendante de l'angle d'incidence.

Outline

1. Introduction

2. Méthode du changement de variable

3. Méthode Spectral-FDTD
   - Nombre d'onde horizontale constant
   - Modes propagatif et évanescent, fréquence de coupure
   - Fréquences de résonance
   - Méthode Time Domain Vector Fitting z-domain

4. Validations

5. Conclusion et perspectives

PBC : directions x et y
PMLs : direction z de propagation

La méthode SFDTD consiste à fixer le nombre d'onde horizontale plutôt que l'angle d'incidence. Les conditions aux frontières en temporel s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} E\,(x=0,y=0,z,t) &= E\,(x=l_x,y=l_y,z,t)\,e^{jk_x l_x}\,e^{jk_y l_y}\,, \\ H\,(x=0,y=0,z,t) &= H\,(x=l_x,y=l_y,z,t)\,e^{jk_x l_x}\,e^{jk_y l_y}\,. \end{aligned}$$

Conséquences

- Pas besoin de tout réécrire : les modèles existants s'adaptent facilement à la Spectral-FDTD.
- Compte tenu des PBC, les composantes de champ sont complexes.
- La condition de stabilité CFL n'est pas dépendante de l'angle d'incidence. Si on utilise l'algorithme de Yee : $\Delta_t \leq \dfrac{\Delta}{c\sqrt{3}}$.

Le nombre d'onde horizontale k_h est fixé pour une simulation FDTD :

$$k_h = \frac{\omega}{c} \sin\theta, \quad \omega = 2\pi f. \tag{5}$$

L'incidence dépend donc de la fréquence :

$$\theta(\omega) = \arcsin \frac{ck_h}{\omega}. \tag{6}$$

Description des modes

- Mode propagatif ($\theta \in \mathbb{R}$) : $f \geq f_c$.
- Mode évanescent ($\theta \in \mathbb{C}$) : $f < f_c$.
- $f_c = \frac{c.k_h}{2\pi}$ est la fréquence de coupure de ces modes.

Diagramme fréquence-nombre d'onde horizontale

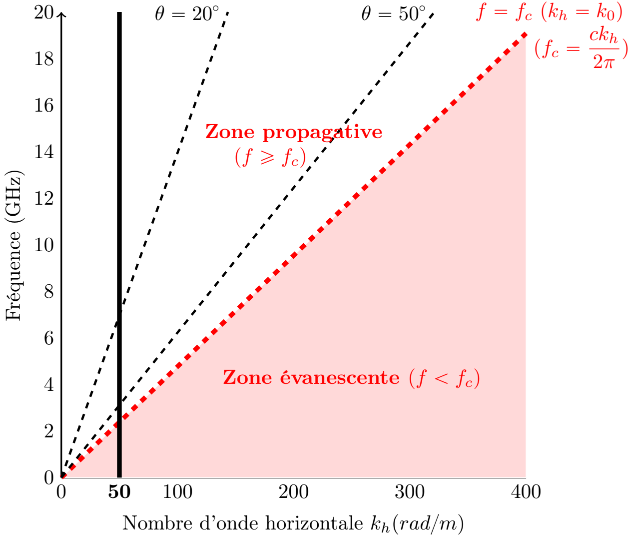


Figure 2 – Plan $f - k_h$.

Couche homogène : $\epsilon_r = 4$, $d = 9.375mm$, illumination gaussienne avec $k_h = 50$ ($f_c \approx 2.38$ Ghz) :

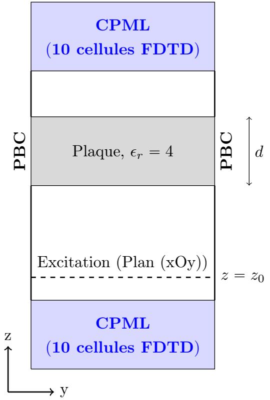


Figure 3 – Géométrie d'une couche homogène.

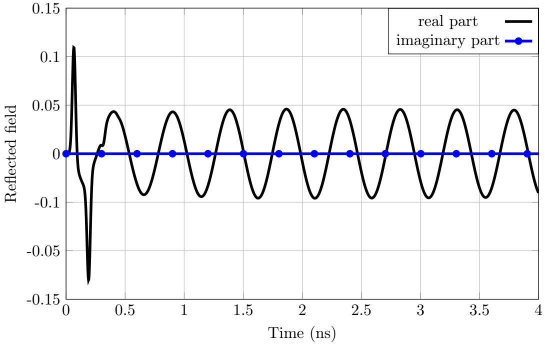


Figure 4 – Réponse temporelle. La transformation de Fourier discrète (TFD) d'un tel signal fournit un résultat non précis.

Référence : Efficient Linear Macromodeling via Discrete-Time Time-Domain Vector Fitting (Chi-Un Lei and Ngai Wong). Date : 2008

Le ratio entre l'entrée (excitation) et la sortie (champ réfléchi) est décomposé avec TD-VFz par la fonction de transfert :

$$\mathcal{H}(z = e^{-j\omega\Delta_t}) = d + \sum_{i=1}^{M} \frac{R_i}{1 - z^{-1}s_i},$$

où :

R_i = résidus complexes,
s_i = pôles,
d = constante.

TD-VFz est une méthode itérative : on initialise des pôles complexes conjugués dans le cercle unitaire et les nouveaux pôles se déduisent à partir d'un problème de valeurs propres.

Lorsque les pôles s_i ont convergé, les résidus R_i s'obtiennent comme solution dans le sens des moindres carrés d'un système linéaire sur-dimensionné.

$$\varepsilon_r = \begin{bmatrix} 2.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \end{bmatrix}, \quad \sigma = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.03 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}, \Delta = 0.125mm.$$

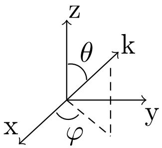
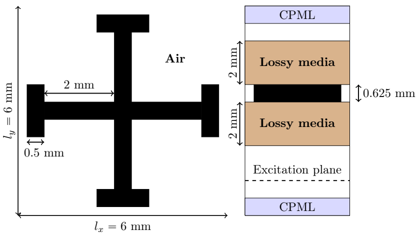
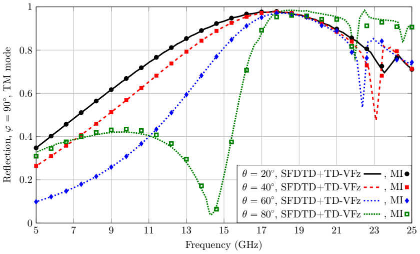


schéma MI : $\frac{\Delta_t}{\Delta_{t_{Yee}}} = 0.66, 0.36, 0.13, 0.015$ (resp. $\theta = 20°, 40°, 60°, 80°$).



(a)

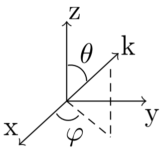


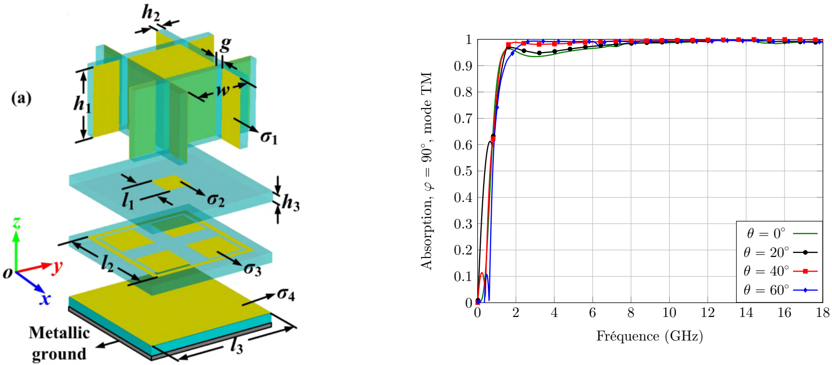
(b)

Figure 5 – Croix de Jérusalem : (a) Géométrie (plan xOy à gauche et yOz à droite). (b) Coefficient de réflexion.

Métasurface FR4 + ITO

$\Delta = 0.25mm$. $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_4 = 2.0 \times 10^5$ S/m. $\sigma_2 = 6.7 \times 10^4$ S/m.
$h_1 = 21$ mm, $g = h_2 = 2.5$ mm, $w = 20$ mm, $h_3 = 3$ mm, $l_1 = 8$ mm,
$l_2 = 35$ mm, $l_3 = 39$ mm.





(a) (b)

Figure 6 – (a) Géométrie. (b) Absorption $A = 1 - |R|^2$.

Tableau récapitulatif :

	MI FDTD	SFDTD+TD-VF
CFL	Angle-dépendante	Non angle-dépendante
Nbre composantes	Elevé (30)	6 (algorithme de Yee)
Ecriture schéma	Compliqué	Simple
Nature champs	Réels	Complexes
Post-traitement	Simple	Compliqué (TD-VFz)

La méthode Spectral-FDTD est prometteuse du fait de l'utilisation possible des algorithmes existants. De plus, la condition CFL n'est pas dépendante de l'incidence.

Perspectives :

Intégrer le modèle d'impédance de surface sur une cible avec la méthode FDTD conforme.

Merci de votre attention